

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
“САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ”**

**С. М. ВОРОНИН  
Е. А. ШУМИЛОВ  
М. В. ТАМЬЯРОВА  
А. В. ТАМЬЯРОВ**

# **ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

**САМАРА 2017г.**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

---

Кафедра «Электромеханика и промышленная автоматика»

С.М. ВОРОНИН  
Е.А. ШУМИЛОВ  
М.В. ТАМЬЯРОВА  
А.В. ТАМЬЯРОВ

# **ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ**

*Учебное пособие*

Самара  
Самарский государственный технический университет  
2017

Печатается по решению редакционно-издательского совета СамГТУ

УДК 62-581.6  
Б43  
ББК 31.291-01

**Электромеханические свойства электроприводов:** [Электронный ресурс]: учебн. пособие /С. М. Воронин, Е. А. Шумилов, М. В. Тамьярова, А. В. Тамьяров – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-R)

ISBN 978-5-7964-1982-3

В первой части учебного пособия излагаются вопросы механики электропривода, математического описание процессов электромеханического преобразования в электродвигателях и общие способы по регулированию координат электропривода.

Предназначено для студентов направления 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», профиль «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов» квалификации выпускника – бакалавр.

УДК 62-581.6  
Б43  
ББК 31.291-01

Рецензенты: зав. кафедры «Электромеханика» ФГБОУ ВО  
«Ивановский государственный энергетический университет  
имени В. И. Ленина» д.т.н., профессор *Казаков Ю.Б.*

зав. кафедрой «Электрические системы» ФГБОУ ВО  
«Ивановский государственный энергетический университет  
имени В. И. Ленина» д.т.н., профессор *Мурзин А. Ю.*

ISBN 978-5-7964-1982-3

© С. М. Воронин, Е. А. Шумилов ,  
М. В. Тамьярова, А. В. Тамьяров 2017  
© Самарский государственный  
технический университет, 2017

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящем учебном пособии рассмотрены вопросы построения электромеханических систем автоматизированного электропривода с учетом типа приводных электродвигателей. Подготовленный материал выполнен с учетом требований ФГОС ВО и рекомендаций Примерной основной образовательной программы подготовки студентов по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», профиль «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов» квалификации выпускника – бакалавр.

Целью данного издания является изучение теоретических основ обеспечения работоспособности промышленных установок и технологических комплексов с применением электроприводов.

Основным составителем данного пособия являются Шумилов Е.А., Воронин С.М.. Также соавторами Тамьяровым А. В. и Тамьяровой М. В. была доработана глава 3, в которой рассмотрены современные подходы к разработке математических моделей автоматизированных приводов, анализ возможных переходных режимов в механической части электропривода с учетом взаимодействия различных частей электропривода.

В первой главе пособия рассмотрено историческое развитие электропривода в общемировом масштабе, особое внимание уделено вкладу отечественных ученых в систематизацию данной области знаний.

Во второй главе даны основные понятия теории электропривода.

В третьей главе издания подробно рассмотрено получение, принцип взаимодействия и математическое описание механических характеристик и переходных процессов в механической части электропривода.

В четвёртой главе приведены статические характеристики и структурные схемы двигателей постоянного тока с различными типами возбуждения.

В пятой главе рассмотрены свойства электроприводов с асинхронными двигателями, их механические и электромеханические характе-

ристики.

В шестой главе рассмотрены свойства электроприводов с синхронными двигателями, особенности их характеристик и пуска.

В седьмой главе рассмотрены свойства различных видов регулирования координат электроприводов с двигателями постоянного и переменного тока.

В восьмой главе рассмотрены особенности работы, математического описания и применения электроприводов с вентильным двигателем.

## ВВЕДЕНИЕ

Электропривод в своем историческом развитии прошел путь от простого источника механической энергии для одной или группы машин до «интеллектуального устройства», которое осуществляет приведение в движение органов машин и механизмов и управление этим движением. Современная промышленность сегодня не может обойтись без применения электроприводов в различных отраслях. Широкое использование регулируемых электроприводов привело к тому, что современный электропривод является не только энергосиловой основой, позволяющей обеспечить производственные механизмы необходимой механической энергией, но и средством управления технологическими процессами, так как задачи по реализации качества производственных процессов в настоящее время в большинстве случаев возлагаются на системы управления регулируемые электроприводами в сочетании с системами технологической автоматики [1].

Общеизвестен факт, что электропривод перерабатывает порядка двух третей вырабатываемой электроэнергии, а его доля в приводе механизмов превышает девяносто процентов. Это холодное и горячее водоснабжение, отопление, бытовая техника, лифты, насосы, вентиляторы, кондиционеры, электротранспорт (трамвай, троллейбус, поезд, эскалатор метрополитена); подъемно-транспортные машины. Во всех приведенных примерах применяются автоматизированные электроприводы, которые незаменимы также в строительстве, агропромышленном комплексе, горнодобывающей, металлургической, машиностроительной промышленности и др. [2].

Совершенствование и развитие электроприводов было обусловлено бурным развитием микроэлектроники и полупроводниковой техники в XX веке. Со временем системы управления электроприводами стали более функциональными, надежными и быстродействующими, что в конце концов привело к созданию особого универсального комплектного электропривода, который может управлять различными типами электродвигателей.

## 1. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА КАК ОТРАСЛИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

Электрический привод – сравнительно молодая отрасль науки и техники, насчитывающая немногим более столетия с момента практического применения. Появление ЭП обусловлено трудами многих отечественных и зарубежных ученых-электротехников. В этом блистательном ряду имена таких крупных ученых как датчанин Х. Эрстед, показавший возможность взаимодействия магнитного поля и проводника с током (1820 г.), француз А. Ампер, математически оформивший это взаимодействие в том же 1820 г., англичанин М. Фарадей, построивший в 1821 году экспериментальную установку, доказавшую возможность построения электродвигателя. Это отечественные ученые-академики Б.С. Якоби и Э.Х. Ленц, которым впервые удалось создать в 1834 году электродвигатель постоянного тока. Работа Б.С. Якоби по созданию двигателя получила широкую мировую известность, и многие последующие работы в этой области были вариацией или развитием его идей, например, в 1837 году американец Девенпорт построил свой электродвигатель с более простым коммутатором. В 1838 г. Б.С. Якоби усовершенствовал конструкцию ЭД, привнеся в него практически все элементы современной электрической машины. Этот электродвигатель, мощностью в 1 л.с., был использован для привода лодки, которая с 12 пассажирами совершила движение со скоростью до 5 км/ч против течения Невы. Поэтому 1838 год считается годом рождения электропривода. Уже на этой первой, еще несовершенной модели электропривода обнаружились весьма значительные преимущества его по сравнению с господствовавшим в то время паровыми механизмами – это отсутствие парового котла, запасов топлива и воды, т.е. существенно лучшие массогабаритные показатели.

Однако несовершенство первого ЭД, а главное неэкономичность источника электроэнергии – гальванической батареи, которая была разработана итальянцем Л. Гальвани (1737-1798), явились причиной

того что, работы Б.С. Якоби и его последователей сразу не получили практического применения. Требовался простой, надежный и экономичный источник электрической энергии. И выход был найден.

Еще в 1833 году академик Э.Х. Ленц открыл принцип обратимости электрических машин, объединивший впоследствии пути развития двигателей и генераторов. И вот в 1870 г. сотрудник французской фирмы «Альянс» З. Грамм создал промышленный тип электрического генератора постоянного тока, давший новый импульс в развитие электропривода и внедрению его в промышленность. Вот некоторые примеры. Наш соотечественник электротехник В.Н. Чиколев (1845-1898) создает в 1879 году ЭП для дуговых ламп, электроприводы швейной машины (1882) и вентилятора (1886), отмеченные золотыми медалями на все-российских выставках. Происходит внедрение ЭП постоянного тока в военно-морском флоте: подъемник бое-запасов на броненосце "Сисой Великий" (1890-1894), первый рулевой привод на броненосце "12 Апостолов" (1892). В 1895 году А.В. Шубин разработал систему «инжектор-двигатель» для рулевого управления, установленный в дальнейшем на броненосцах "Князь Суворов", "Слава" и др.

Электропривод проникает в ткацкое производство на подмосковные текстильные фабрики Морозова, Лингардта, Прохоровскую мануфактуру, где уже к 1896 году работало значительное число двигателей постоянного тока.

Отмечаются случаи использования электропривода в городском транспорте – трамвайные линии в городах Киеве, Казани и Нижнем Новгороде (1892) и – несколько позже – в Москве (1903) и Петербурге (1907). Однако отмеченные успехи были незначительными. В 1890 году электропривод составлял всего лишь 5% от общей мощности используемых механизмов.

Появившийся практический опыт требовал анализа, систематизации и разработки теоретической базы для последующего освещения путей развития ЭП. Огромную роль здесь сыграл научный труд нашего соотечественника крупнейшего электротехника Д.А. Лачинова (1842-1903), опубликованный в 1880 году в журнале "Элек-

тричество" под названием "Электромеханическая работа", заложившей первые основы науки об электроприводе. Д.А. Лачинов убедительно доказал преимущества электрического распределения механической энергии, впервые дал выражение для механической характеристики двигателя постоянного тока с последовательным возбуждением, дал классификацию электрических машин по способу возбуждения, рассмотрел условия питания двигателя от генератора. Поэтому 1880 год – год опубликования научного труда "Электромеханическая работа" считается годом рождения науки об электроприводе.

Наряду с электроприводом постоянного тока пробивай себе дорогу в жизнь и электропривод переменного тока. В 1841 году англичанин Ч. Уитсон построил однофазный синхронный электродвигатель. Но он не нашел практического применения из-за трудностей при пуске. В 1876 году П.Н. Яблочков (1847-1894) разработал несколько конструкций синхронных генераторов для питания изобретенных им свечей, а также изобрел трансформатор. Следующим шагом на пути к ЭП переменного тока явилось открытие в 1888 году итальянцем Г. Феррарисом и югославом Н. Теслой явления вращающегося магнитного поля, что положило начало конструированию многофазных электродвигателей. Феррарисом и Теслой были разработаны несколько моделей двухфазных двигателей переменного тока. Однако двухфазный ток в Европе не получил широкого распространения. Причиной этого была разработка русским электротехником М.О. Доливо-Добровольским (1862-1919) в 1889 году более совершенной *трехфазной* системы переменного тока. В этом же 1889 году 8 марта он запатентовал асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором (АД КЗ), а несколько позднее – и с фазным ротором. Уже в 1891 году на электротехнической выставке во Франкфурте-на-Майне М.О. Доливо-Добровольский продемонстрировал асинхронные электродвигатели мощностью 0,1 кВт (вентилятор); 1,5 кВт (генератор постоянного тока) и 75 кВт (насос). Доливо-Добровольским также были разработаны 3-х фазный синхронный генератор и 3-х фазный трансформатор, конструкции которых остаются

практически неизменными и в наше время.

Марсель Депре в 1881 году обосновал возможность передачи электроэнергии на расстоянии, и в 1882 была построена первая линия электропередачи протяженностью 57 км и мощность 3 кВт.

В результате вышеперечисленных работ были устранены последние принципиальные технические препятствия к распространению электрической передачи энергии и был создан наиболее надежный, простой и дешевый электрический двигатель, пользующийся в настоящее время исключительным распространением. Более 50 % всей электроэнергии преобразуется в механическую посредством самого массового электропривода на основе АД.

Первые в России 3-х фазные ЭП переменного тока были установлены в 1893 году в Шепетовке и на Коломенском заводе, где к 1895 году было установлено 209 электродвигателей общей мощностью 1507 кВт. И все же темпы внедрения электропривода в промышленность оставались низкими из-за отсталости России в области электротехнического производства (2,5 % от мировой продукции) и выработки электроэнергии (15 место в мире) даже в пору расцвета царской России (1913).

Первым систематизированным трудом, в котором с большой полнотой рассматривались вопросы теории электропривода, была изданная в 1925 г. книга С. А. Ринкевича «Электрическое распределение механической энергии». Дальнейшее развитие теория электропривода получила в трудах В. К. Попова, А. Т. Голована, Д. П. Морозова и других ученых. Эти работы определили круг общих вопросов и их систематизацию, которые до настоящего времени составляют основу науки об электроприводе. Однако содержание теории электропривода в этих работах, естественно, отражало уровень развития электропривода, достигнутый в 40 — 50-х годах, и было ориентировано на разомкнутые системы электропривода с релейно-контакторным управлением.

В процессе научно-технической революции в теории и практике электропривода произошли глубокие качественные изменения. Резкое

повышение требований к точностным и динамическим показателям электропривода, с одной стороны, и развитие элементной базы электропривода, неизмеримо расширившее его технические возможности,— с другой, привели к быстрому возрастанию роли систем автоматизированного электропривода, замкнутых обратными связями, и к соответствующему развитию систем управления электроприводами.

Как следствие, первостепенное значение приобрели исследования динамики замкнутых систем регулирования координат электропривода; возникла необходимость более полного учета взаимодействия электропривода с приводимыми механизмами, содержащими упругости, зазоры и кинематические погрешности передач; значительного внимания потребовали вопросы оптимизации электроприводов по различным критериям, а также теоретические и практические вопросы, связанные с применением управляющей вычислительной техники.

За последние годы был выполнен большой объем научных исследований, направленных на решение указанных задач и на разработку новых, более совершенных систем автоматизированного электропривода. По данным этих исследований и разработок в нашей стране и за рубежом написаны книги, опубликовано множество статей, многие разработки были выполнены на уровне изобретений и нашли освещение в патентной литературе. Научно-технические результаты этих работ и публикаций существенно дополнили теорию электропривода и в значительной мере изменили ее содержание и методы [5].

Основные тенденции развития ЭП:

а) расширение сферы применения ЭП вообще (бытовая техника, медицина):

б) расширение диапазона мощностей в двигателях (до 12 МВт для постоянного тока, до 60 МВт для переменного, минимальная мощность 0.1 Вт);

в) расширение диапазона скоростей вращения (макс.— 150 – 350 тыс.об/мин.: химическая промышленность, обработка урана, электро-

промышленность, металлообработка станков; мин. – несколько об/мин. :мельницы, прокатные станы);

г) расширение сферы ЭП переменного тока (25% - постоянного тока, 75% - переменного тока);

д) интенсивное развитие техники для применения автоматически регулируемых ЭП с использованием микропроцессорных систем управления (Fuzzy – логика, нейтральные сети) [4].

## 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Под *электроприводом* понимается «*электромеханическая система*, состоящая в общем случае из взаимодействующих преобразователей электроэнергии, электромеханических и механических преобразователей, управляющих и информационных устройств и устройств сопряжения с внешними электрическими, механическими, управляющими и информационными системами, предназначенная для приведения в движение исполнительных органов рабочей машины и управления этим движением в целях осуществления технологического процесса» [1].

Принимая во внимание, что основными средствами управления в электроприводах являются программируемые микроконтроллеры и (или) промышленные компьютеры, уместно определять современный автоматизированный электропривод как *компьютеризированный*. Это определение подходит для интегрированных систем многодвигательных электроприводов, объединяемых с компьютерными средствами автоматизации и разветвленными информационными сетями в составе технологических агрегатов и комплексов.

Структура индивидуального электропривода (рис. 1) содержит следующие компоненты: ЭСС – электроснабжающая сеть; КА – коммутационная аппаратура предназначенная для коммутации электрической цепи, проведения тока и защиты от токов короткого замыкания и перегрузки электрических линий и приемников энергии; Э<sub>д</sub>П – электрический преобразователь соответствует конкретной схеме

электропривода, например, для частотно-регулируемых переменного тока применяются модули выпрямителя и инвертора, а для постоянного тока модули реверсивного или нереверсивного выпрямителя; ЭМ – электрическая машина, преобразующая электрическую энергию в механическую и наоборот; МП – механическая передача предназначена для преобразования одного вида движения в требуемое движение; РМ – рабочая машина выполняет механические движения с целью преобразования материала или транспортные, преобразующие положение материала; БД – блок датчиков, включающие датчики тока, скорости, положения температуры и прочие; СУ – система управления, содержащая контроллеры управления, модули интеллектуальной периферии, ввода и вывода сигналов, сетевые средства, терминалы, кнопки управления;  $U_3$  – напряжение задания.

Классификация электроприводов:

1. По роду приводного двигателя: машины постоянного тока; машины переменного тока.

2. По способу распределения механической энергии: групповой электропривод (обеспечивает движение исполнительных органов нескольких рабочих машин; передача механической энергии и ее распределение с помощью механической трансмиссии); индивидуальный; взаимосвязанный (содержит два или больше механических связанных между собой электрических двигателей).

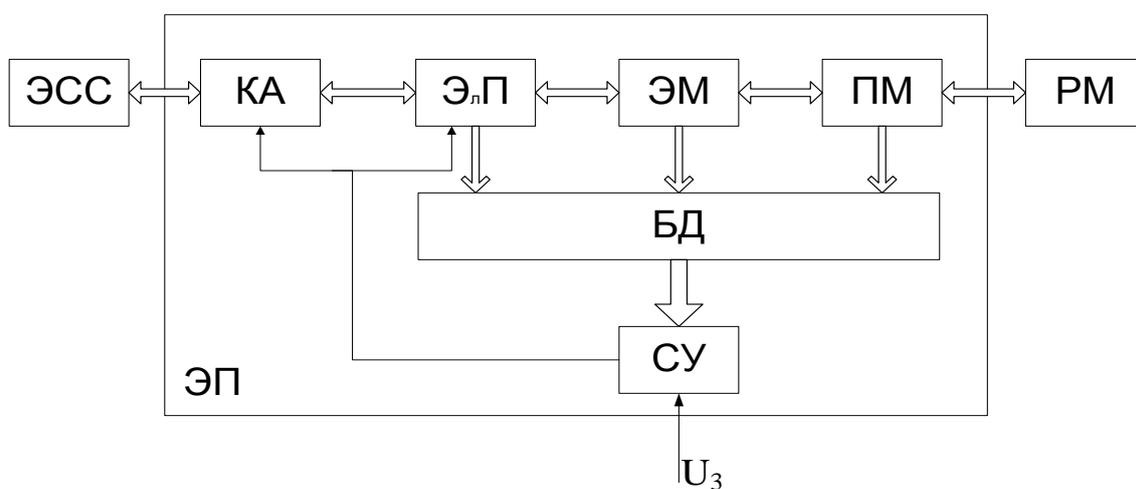


Рис. 2.1.

3. По возможности регулирования скорости ЭП: регулируемый ЭП (обеспечение различной скорости вращения рабочей машины); нерегулируемый ЭП (обеспечение движения рабочей машины с одной рабочей скоростью).

4. По степени управляемости: программно-управляемый ЭП (управляемые в соответствии с заданной программой); следящий ЭП (автоматически обрабатывает движение рабочей машины с определенной точностью в соответствии с меняющимися произвольно меняющимся сигналам); адаптированный ЭП (автоматически меняет структуру или параметры системы при изменении условий работы с целью выбора оптимального решения).

5. По роду передаточного устройства: редукторный, безредукторный.

6. По уровню автоматизации: не автоматизированный (все режимы работы ЭП задаются оператором); автоматизированный (оператором задается необходимый режим работы, функциями ЭП является поддержание заданного режима работы); автоматический (без оператора).

### 3. МЕХАНИКА ЭЛЕКТРОПРИВОДА

#### 3.1 Классификация моментов сопротивления по характеру взаимодействия с электроприводом

С рассматриваемой точки зрения все моменты статического сопротивления делятся на две группы:

*Реактивные моменты сопротивления* – это моменты, создаваемые силами трения или силами неупругих деформаций – растяжения, сжатия, скручивания или изгиба неупругих тел. Все эти моменты сопротивления  $M_C$  создаются силами реакции (отсюда и их название) и всегда направлены против движения. Потому характеристика реактивного  $M_C$  имеет разрыв непрерывности при изменении знака направления движения (скорости  $\omega$ ), как это показано на ри-

сунке 3.1 для случая  $|M_C| = const$ . Направление  $M_C$  против движения учитываются знаком (-) перед величиной этого момента.

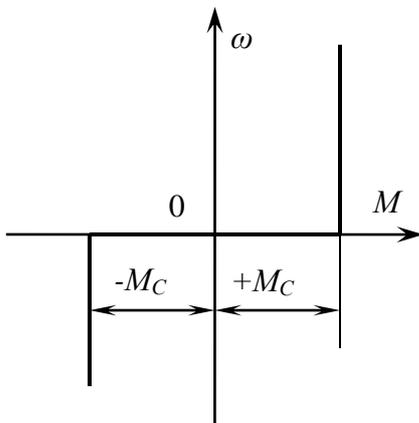


Рис. 3.1.

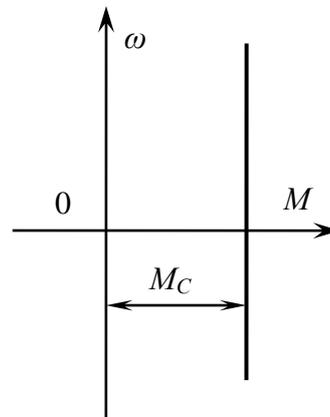


Рис. 3.2

*Активные (потенциальные) моменты сопротивления* – это моменты, создаваемые силой тяжести или силами упругих деформаций (сжатие, скручивание, растяжение). Характерным примером активного  $M_C$  является момент сопротивления, возникающий при упругой деформации пружины. Рассматриваемые моменты сопротивления называются также потенциальными, так как они являются мерой измерения запаса потенциальной энергии движущихся масс или упругодеформируемых элементов машин.

Активные (потенциальные) моменты сопротивления могут быть направлены по движению или против него, то есть могут быть положительными или отрицательными. Это учитывается соответствующим знаком перед  $M_C$ .

При изменении направления движения знак активного момента не меняется (рис. 3.2), что можно наглядно показать на примере момента сопротивления, создаваемого массой груза, подвешенного на барабане лебедки подъемника.

### 3.2 Классификация моментов сопротивления движению для некоторых механизмов

С указанной точки зрения все рабочие машины можно разбить на несколько групп, для которых механическая характеристика механизма может быть представлена как зависимость момента сопротивления  $M_C$  от различных факторов. Для ряда механизмов таким определяющим фактором является скорость движения рабочего органа. В этом случае зависимость  $M_C=f(\omega)$  может быть представлена математически следующим образом:

$$M_C = M_0 + (M_{CH} - M_0) \left( \frac{\omega}{\omega_H} \right)^x, \quad (3.1)$$

где  $M_0$  – момент трения в движущихся частях механизма;

$M_{CH}$  – момент сопротивления при номинальной скорости  $\omega_H$ ;

$x$  – показатель степени, характеризующий изменение  $M_C$  при изменении скорости  $\omega$ .

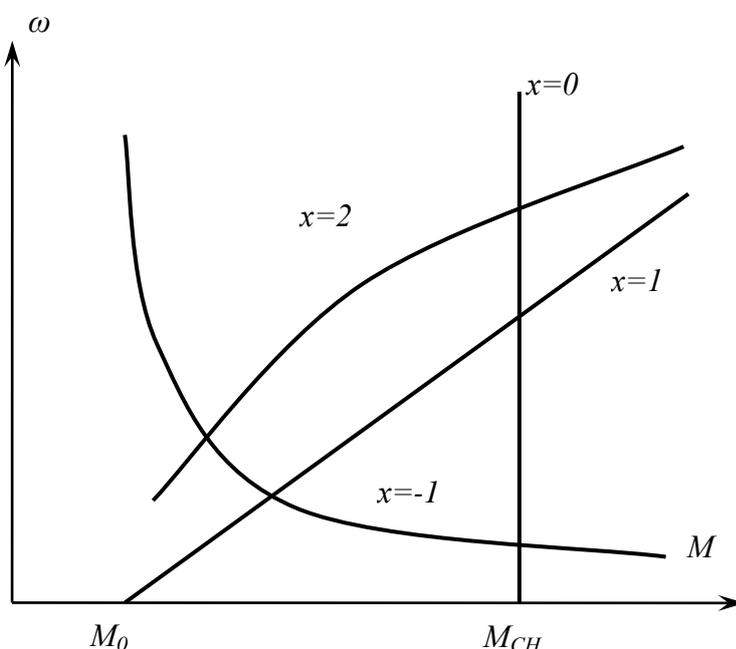


Рис. 3.3

Рассмотрим возможные механические характеристики рабочих машин  $M_C=f(\omega)$  при реальных значениях показателя степени  $x$ . С этой точки зрения возможны следующие типы механических характеристик основных механизмов (рис. 3.3).

Независящая от скорости механическая характеристика. В этом случае  $x=0$ ,  $M_C = M_{CH} = const$ . Такой механической характеристикой обладают все рабочие машины, преодолевающие трение (прокатные станы, бумагоделательные машины и др.), совершающие подъем грузов или работу при неупругих деформациях (гибочные и пакетирующие механизмы). Мощность в таких рабочих машинах с ростом скорости изменяется линейно, т.е.  $P=M\omega$ .

Линейно-возрастающая механическая характеристика. В этом случае  $x=1$ ,  $M_C = M_0 + \frac{M_{CH} - M_0}{\omega_H} \cdot \omega$ , т.е. момент растет линейно, а мощность квадратично со скоростью. Примером такой характеристики является привод генератора постоянного тока с независимым возбуждением, работающий на внешний нагрузочный резистор постоянной величины.

Нелинейно-возрастающая (параболическая) механическая характеристика. Такая характеристика получается при  $x=2$  и  $M_C = M_0 + \frac{M_{CH} - M_0}{\omega_H^2} \cdot \omega^2$ . В этом случае момент сопротивления пропорционален квадрату скорости, а мощность – скорости в 3-й степени. Такую квадратичную механическую характеристику, называемую также параболической или вентиляторной, имеют механизмы, преодолевающие сопротивление воздуха, газа или жидкости (вентиляторы, центрифуги, дымососы, судовые гребные винты, центробежные насосы, турбовоздуходувки и т.п.).

Нелинейно-спадающая механическая характеристика. В этом случае  $x=-1$  и  $M_C = M_0 + \frac{M_{CH} - M_0}{\omega} \cdot \omega_H$  т.е. момент сопротивления обратно пропорционален скорости, а мощность примерно постоянна. Такая характеристика присуща некоторым токарным и расточным станкам,

моталкам прокатных станов и др.

Кроме указанных механических характеристик, у которых момент сопротивления, зависит от скорости рабочей машины, имеются механизмы, определяющие зависимость  $M_C$  от других факторов. Рассмотрим их.

Механическая характеристика с зависимостью момента сопротивления от пути, пройденного рабочим органом. В этом случае  $M_C=f(S)$  или  $M_C=f(\alpha)$ , где  $S$  и  $\alpha$  – соответственно линейное или угловое перемещение рабочего органа. Примером механизмов с такими механическими характеристиками является шахтный подъемник с неуравновешенным канатом (при больших глубинах шахт масса каната значительно превышает суммарную массу клетки и полезного груза в ней). Зависимость  $M_C$  от углового пути характерна для механизмов с кривошипно-шатунной передачей (например, ножницы гильотинного типа для резки металлов, поршневые насосы и компрессоры, подъемно-качающиеся столы прокатных станов и др.).

Механическая характеристика с зависимостью момента сопротивления от пути и скорости движения рабочей машины. Для этого случая  $M_C=f(S,\omega)$ . Примером такого механизма является магистральный рельсовый электротранспорт, у которого при высоких скоростях сказывается изменение сопротивления движению, возникающего при трении о воздух, и оказывает влияние на  $M_C$  профиль пути (подъемы, спуски, закругления).

Механическая характеристика с зависимостью момента сопротивления от случайных величин. В этом случае изменение момента сопротивления определяется случайными факторами (например, периодичностью появления вкраплений породы различной прочности, сказывающейся на нагрузке угольного комбайна). Момент сопротивления у таких рабочих машин определяется по статистическим данным. Возможно также изменение момента сопротивления как случайной функции времени, то есть  $M_C=f(t)$ .

### 3.3 Приведение статических моментов и усилий, моментов инерции и движущихся масс к одному движению

#### 3.3.1. Общие принципы решения задач приведения

Ранее было показано, что для решения различных задач динамики электропривода с многоэлементной кинематической схемой необходимо составить систему уравнений движения, записанных для каждого движущегося элемента (т.е. для каждого движения привода), а также использовать уравнения связи между фазовыми координатами, учитывая постоянные передаточные числа между отдельными движущимися элементами. При этом в уравнения движения различных элементов привода войдут свои значения  $M$ ,  $M_C$ ,  $J$  и  $\omega$  или  $F$ ,  $F_C$ ,  $t$  и  $v$ . Совместное решение уравнений движения в таком случае весьма громоздко.

Та же задача может быть решена весьма просто, если реальная система двигатель – передача – рабочая машина заменяется некоторой эквивалентной системой, движущейся с одной скоростью (обычно это скорость двигателя  $\omega$  или скорость рабочей машины  $\omega_M$ ) и для которой можно составить лишь одно уравнение движения. В это уравнение должны войти так называемые приведенные значения  $M_C$  или  $f_c$ ,  $J$  или  $\omega$ . Эквивалентная система с приведенными значениями параметров должна обладать теми же статическими и динамическими свойствами, что и реальная система. Это возможно лишь в том случае, если мощность эквивалентной системы и запас кинетической энергии ее будут теми же, что и в реальной системе.

Таким образом, чтобы решить задачу приведения, надо составить уравнение баланса кинетических энергий для реальной и эквивалентной систем, а также уравнение баланса мощности для этих систем, причем при составлении уравнения баланса мощности надо обязательно иметь в виду направление потока энергии, чтобы правильно учесть потери мощности в системе.

Проиллюстрируем эти общие положения на следующем примере.

На рисунке 3.4 показана реальная система электропривода с вращательным движением механизма, а на рисунке 3.5 – эквивалентная система, приведенная к скорости двигателя. На этих рисунках:  $J_D$  – момент инерции двигателя и деталей на его валу;  $P_D$  – мощность на валу двигателя, вращающегося со скоростью  $\omega$ ;  $\eta$  – КПД передаточного устройства;  $J_M$  – момент инерции рабочей машины, вращающейся со скоростью  $\omega_M$ ;  $P_M$  – мощность на валу механизма;  $J$  – приведенный момент инерции эквивалентной системы. Параметры промежуточных валов передаточного устройства для упрощения не учтены.

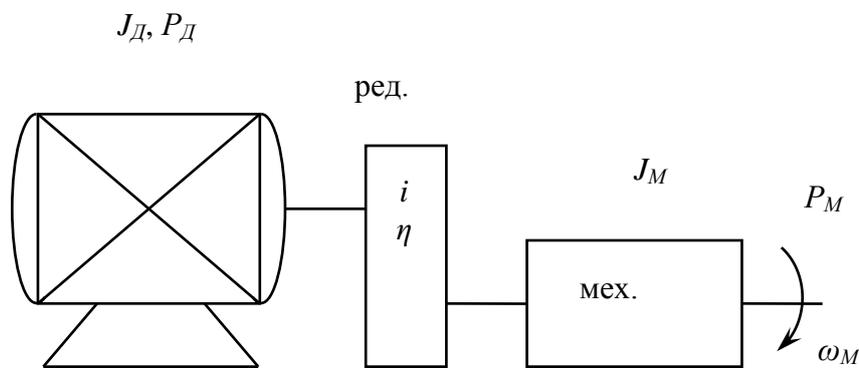


Рис. 3.4

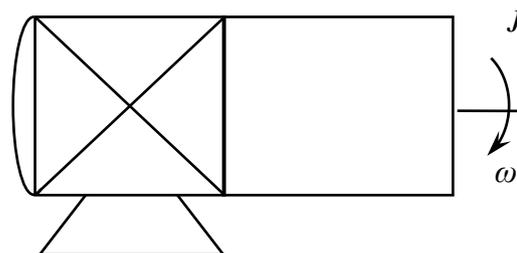


Рис. 3.5

Уравнение баланса кинетической энергии:

$$A = J \frac{\omega^2}{2} = \frac{J_D \omega^2}{2} + \frac{J_M \omega_M^2}{2}. \quad (3.2)$$

Уравнение баланса мощности:

1) если поток энергии идет от двигателя к механизму (т.е. если

привод работает в двигательном режиме, и потери в передачах покрываются за счет мощности, забираемой двигателем из электрической сети) –

$$P_M = P_D \cdot \eta, \quad (3.3)$$

$$\text{или } M_{CM} \cdot \omega_M = M_C \cdot \omega \cdot \eta; \quad (3.4)$$

2) если поток энергии идет от механизма к двигателю (т.е. если привод работает в тормозном режиме, и потери в передачах покрываются за счет мощности, поступающей от рабочей машины) –

$$P_D = P_M \cdot \eta, \quad (3.5)$$

$$\text{или } M_C \cdot \omega = M_{CM} \cdot \omega_M \cdot \eta. \quad (3.6)$$

В приведенных соотношениях потери в передачах учитываются при помощи КПД  $\eta$  этих передач. Такой учет будет верен, если нагрузка на передаточное устройство равна (или близка) номинальной, для которой величина  $\eta$  известна. При частичной загрузке, когда  $\eta=f(P)$ , в расчет будет внесена погрешность. Более точный учет потерь в передачах будет показан далее. А теперь рассмотрим решение некоторых конкретных задач приведения [3].

### 3.3.2. Задачи приведения при вращательном движении механизма

Рассмотрим задачу приведения при вращательном движении механизма со скоростью  $\omega_M$  и кинематической схемой, показанной на рисунке 3.6.

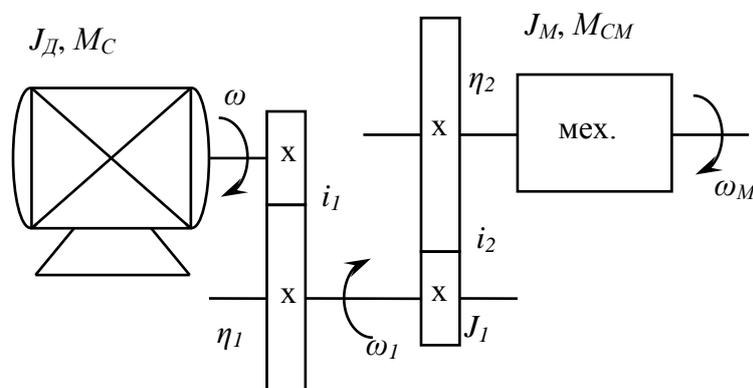


Рис. 3.6

Промежуточный вал передаточного устройства имеет момент инерции  $J_I$  и вращается со скоростью  $\omega_I$ . Две ступени передачи имеют соответствующие передаточные числа  $i_1, i_2$  и КПД  $\eta_1, \eta_2$ .

Момент инерции деталей механизма, вращающихся со скоростью  $\omega_M$  обозначен через  $J_M$ , а деталей на валу двигателя, вращающихся со скоростью  $\omega$ , обозначен через  $J_D$ . Статические моменты сопротивления на валах двигателя и механизма обозначены соответственно через  $M_C$  и  $M_{CM}$ . Теперь рассмотрим следующие задачи приведения для указанной типичной кинематической схемы.

Приведение  $M_C$  и  $M_{CM}$  при двигательном режиме работы электропривода. В этом случае поток энергии, забираемый из электрической сети, проходит через двигатель и передаточное устройство в рабочую машину. Уравнение

баланса мощности при этом запишется, как это показано выше, следующим образом:

$$M_{CM} \cdot \omega_M = M_C \cdot \omega \cdot \eta,$$

где  $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$  - общий КПД передаточного устройства.

В зависимости от постановки задачи и заданных исходных данных по уравнению (3.6) баланс мощности определяется либо статический момент, приведенный к валу двигателя  $M_C$ , либо статический момент на валу механизма  $M_{CM}$ . При этом надо учесть:

$$i_1 = \frac{\omega}{\omega_I}; \quad i_2 = \frac{\omega_I}{\omega_M}; \quad i = i_1 \cdot i_2 = \frac{\omega}{\omega_M}. \quad (3.7)$$

Итак, из уравнения (3.4) с учетом (3.7) можно найти

$$M_C = \frac{M_{CM}}{i \cdot \eta}; \quad (3.8)$$

$$M_{CM} = M_C \cdot i \cdot \eta \quad (3.9)$$

Приведение  $M_C$  и  $M_{CM}$  при тормозном режиме работы электропривода. В этом случае поток энергии направлен из рабочей машины через передаточное устройство и двигатель в сеть при рекуперативном торможении либо в резисторы при диссипативных режимах торможения.

Уравнение баланса мощности, как это показано выше, запишется при этом так:

$$M_C \cdot \omega = M_{CM} \cdot \omega_M \cdot \eta .$$

Из (3.6) в зависимости от постановки задачи определяется с учетом (3.7) момент сопротивления, приведенный к валу двигателя

$$M_C = \frac{M_{CM} \cdot \eta}{i} , \quad (3.10)$$

либо статический момент, приведенный к валу рабочей машины

$$M_{CM} = \frac{M_C \cdot i}{\eta} . \quad (3.11)$$

Приведение моментов инерции. Как показывалось в разделе 3.3.1, для приведения моментов инерции необходимо составить уравнение баланса кинетической энергии в системе. При этом общий запас кинетической энергии эквивалентной системы может быть выражен через момент инерции, приведенный к валу двигателя  $J_{ПР.Д}$ , или через момент инерции, приведенный к валу вращающегося механизма  $J_{ПР.М}$ . Таким образом, для кинематической схемы рисунке 3.6 при приведении моментов инерции к валу двигателя:

$$A = \frac{J_{ПР.Д} \omega^2}{2} = \frac{J_D \omega^2}{2} + \frac{J_I \omega_I^2}{2} + \frac{J_M \omega_M^2}{2} , \quad (3.12)$$

откуда приведенный к валу двигателя момент инерции всей системы с учетом (3.7) будет равен:

$$J_{ПР.Д} = J_D + J_I \cdot \frac{1}{i_1^2} + J_M \cdot \frac{1}{i_1^2 \cdot i_2^2} . \quad (3.13)$$

При приведении к валу механизма уравнение баланса кинетической энергии запишется так:

$$A = \frac{J_{ПР.М} \omega_M^2}{2} = \frac{J_D \omega^2}{2} + \frac{J_I \omega_I^2}{2} + \frac{J_M \omega_M^2}{2} , \quad (3.14)$$

откуда определяется момент инерции системы, приведенный к валу рабочей машины:

$$J_{ПР.М} = J_M + J_I \cdot i_2^2 + J_D \cdot i_1^2 \cdot i_2^2 . \quad (3.15)$$

### 3.3.3. Задачи приведения при поступательном движении механизма

Рассмотрим эту задачу на примере электропривода с кинематической схемой, показанной на рисунке 3.7. Здесь рабочий механизм (лебедка с грузом массой  $m_G$ ) перемещается поступательно со скоростью  $v_M$ . Барабан лебедки, на котором подвешен груз, вращается со скоростью  $\omega_B$ , имеет момент инерции  $J_B$  и КПД  $\eta_B$ . Сила сопротивления в механизме, направленная по оси поступательного движения, обозначена через  $F_{CM}$ . Остальные обозначения те же, что и на рисунке 3.6.

Рассмотрим конкретные задачи приведения вращающих моментов  $M$ , сил  $F$ , моментов инерции  $J$  и движущихся масс  $m$  к одному движению.

Приведение  $M_C$  и  $F_{CM}$  при двигательном режиме работы электропривода. В этом случае поток энергии направлен от двигателя к рабочей машине. Уравнение баланса мощности запишется следующим образом:

$$P_M = F_{CM} \cdot v_M = P_D \cdot \eta = M_C \cdot \omega \cdot \eta, \quad (3.16)$$

где  $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_B$  - общий КПД передач и рабочей машины.

Из (1.18) определяется статический момент сопротивления, приведенный к валу двигателя

$$M_C = F_{CM} \cdot \left( \frac{v_M}{\omega} \right) \cdot \frac{1}{\eta}, \quad (3.17)$$

либо (в случае необходимости) статическое усилие, приведенное к оси поступательного движения механизма

$$F_{CM} = \frac{M_C \cdot \eta}{v_M / \omega}. \quad (3.18)$$

Здесь и далее отношение  $(v_M / \omega)$  является обобщенным передаточным отношением между рабочей машиной и двигателем.

Приведение  $M_C$  и  $F_{CM}$  при тормозных режимах работы электропривода. В этом случае поток энергии направлен из рабочей машины

к двигателю. Уравнение баланса мощности запишется следующим образом:

$$M_C \cdot \omega = F_{CM} \cdot v_M \cdot \eta \quad (3.19)$$

Из (3.19) в зависимости от постановки задачи определяются либо статический момент сопротивления, приведенный к валу двигателя

$$M_C = F_{CM} \cdot \eta \cdot \left( \frac{v_M}{\omega} \right), \quad (3.20)$$

либо статическое усилие, приведенное к оси поступательного движения механизма

$$F_{CM} = \frac{M_C}{\eta \cdot \left( \frac{v_M}{\omega} \right)}. \quad (3.21)$$

Приведение моментов инерции и поступательно движущихся масс. Для решения этих задач приведения необходимо составить уравнений баланса кинетической энергии в системе, выражая общий запас её либо через момент инерции, приведенный к вращательному движению двигателя  $J_{пр.д}$ , либо через так называемую приведенную массу, т.е. массу, приведенную к поступательному движению механизма  $m_{пр.м}$ . Таким образом, для кинематической схемы (рис. 3.7), уравнения баланса кинетической энергии записываются в следующем виде:

$$A = \frac{J_{пр.д} \omega^2}{2} = \frac{J_D \omega^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_B \omega_B^2}{2} + \frac{m_\Gamma v_M^2}{2}; \quad (3.22)$$

$$A = \frac{m_{пр.м} v_M^2}{2} = \frac{J_D \omega^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_B \omega_B^2}{2} + \frac{m_\Gamma v_M^2}{2}. \quad (3.23)$$

Из (3.22) определяется приведенный к валу двигателя момент инерции системы

$$J_{пр.д} = J_D + J_1 \cdot \frac{1}{i_1^2} + J_B \cdot \frac{1}{i_1^2 \cdot i_2^2} + m_\Gamma \left( \frac{v_M}{\omega} \right)^2. \quad (3.24)$$

Из (3.23) определяется масса системы, приведенная к оси движения механизма

$$m_{\text{пр.м}} = m_{\Gamma} + J_{\text{Б}} / \left( \frac{v_{\text{М}}}{\omega_{\text{Б}}} \right)^2 + J_1 / \left( \frac{v_{\text{М}}}{\omega_1} \right)^2 + J_{\text{Д}} / \left( \frac{v_{\text{М}}}{\omega} \right)^2. \quad (3.25)$$

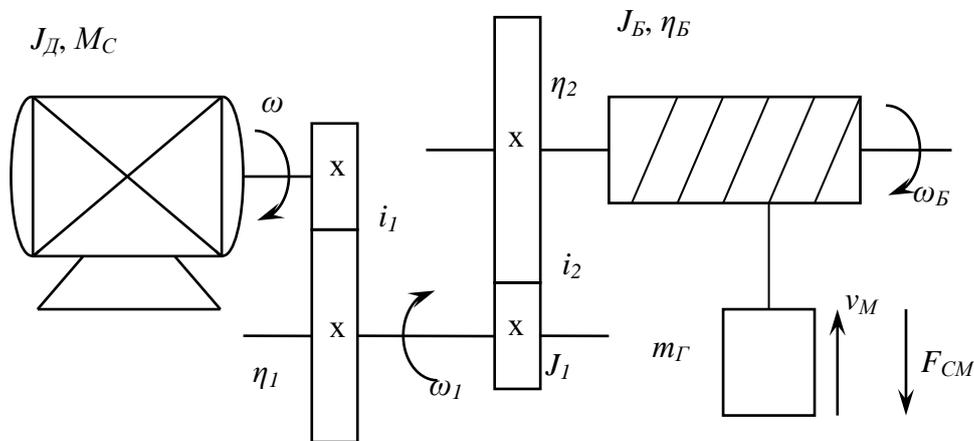


Рис. 3.7

### 3.4. Уравнения движения электропривода

Кинематические звенья электропривода во многих случаях можно рассматривать как абсолютно жесткие, а для некоторых механизмов надо учитывать упруговязкие свойства отдельных элементов.

#### 3.4.1 Уравнение движения электропривода при постоянном значении движущихся масс и без учета упруговязких элементов

В этом случае фактическое значение  $j$  или  $m$  неизменно. Передаточное число редуктора в рассматриваемом случае может иметь переменное значение ( $i \neq const$ ). Это характерно для электроприводов станков-качалок нефтепромыслов, подъемно-качающихся столов прокатных станов, гильотинных ножниц для резки металла и других механизмов с кривошипно-шатунным звеном в передаточном устройстве.

Уравнение движения электропривода при принятых ограничениях получается из выражения запаса кинетической энергии системы.

Например, при вращательном движении [7]

$$\pm A \pm A_C = A_j, \quad (3.26)$$

где  $A$  – работа всех движущих сил;

$A_C$  – работа всех сил сопротивления движению;

$A_j$  – работа всех сил инерции, равная запасу кинетической энергии системы, вращающейся со скоростью  $\omega$  и имеющей приведенный к этой скорости момент инерции  $J$ :

$$A_j = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (3.27)$$

Знаки перед  $A$  и  $A_C$  учитывают возможное направление движущих сил (моментов) при двигательном или тормозном режимах работы электропривода, а также возможный характер сил (моментов) сопротивления движению (активные или реактивные). Дифференцируя (3.26), получим уравнение баланса мощностей в электроприводе, т.е.

$$\pm \frac{dA}{dt} \pm \frac{dA_C}{dt} = \frac{dA_j}{dt}; \quad \pm P \pm P_C = P_j = \frac{dA_j}{dt}. \quad (3.28)$$

Выполнив операцию дифференцирования  $\frac{dA_j}{dt}$  в (3.27), получим:

$$P_j = \frac{dA_j}{dt} = J\omega \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ}{dt}. \quad (3.29)$$

Это выражение для  $P_j$  не противоречит принятым ограничениям.

Действительно, в (3.29)  $\frac{dJ}{dt}$  предполагает переменную движущуюся массу (переменный момент инерции), хотя и рассматривается электропривод с неизменным моментом инерции ( $J = const$ ). В данном случае имеет место не действительное, а фиктивное изменение  $J$ , что может быть в механизмах с переменным передаточным числом ( $i \neq const$ ). Выполним преобразование, наглядно показывающее зависимость  $J=f(\alpha)$ . Для этого умножим и разделим второе слагаемое в правой части (3.29) на  $d\alpha$ :

$$P_j = J\omega \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{d\alpha} .$$

Учтем здесь, что  $\frac{d\alpha}{dt} = \omega$ , и получим

$$P_j = J\omega \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^3}{2} \cdot \frac{dJ}{d\alpha} . \quad (3.30)$$

Разделив теперь (3.28) на скорость вращения системы  $\omega$  и учитывая (3.30), получим уравнение движения электропривода, приведенное к этой скорости:

$$\pm M \pm M_c = M_j = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ}{d\alpha} . \quad (3.31)$$

Если  $\omega$  – скорость вала двигателя, то все величины, входящие в (3.31), т.е.  $M$ ,  $M_c$ ,  $J$  и  $\alpha$ , также отнесены к этому валу.

Динамический момент  $M_j$ , т.е. правая часть уравнения (3.31),

имеет две составляющие:  $M_{j1} = J \frac{d\omega}{dt}$  – составляющая динамического момента, определяемая изменением скорости  $\omega$ ;  $M_{j2} = \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ}{d\alpha}$  – составляющая  $M_j$ , определяемая изменением момента инерции при повороте вала на угол  $\alpha$ .

Для электроприводов, у которых  $i = const$ ,  $\frac{dJ}{d\alpha} = 0$ . В этом случае  $M_{j2} = 0$ , и уравнение движения (3.31) упрощается, принимая вид:

$$\pm M \pm M_c = J \frac{d\omega}{dt} . \quad (3.32)$$

Обычно уравнение движения используется в форме

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt} .$$

При этом подразумевается, что в этом уравнении учитываются действительные знаки  $M$  и  $M_c$ , соответствующие направлениям их действия.

Часто уравнение движения в этой форме записи используется в системе с другими уравнениями для математического описания объ-

екта управления (электропривода). Знаки моментов, действующих в электроприводе, учитываются при введении начальных условий и расчете постоянных интегрирования для решения дифференциальных уравнений.

Аналогично выражениям (3.31) и (3.32) можно получить уравнения поступательного движения приведенной массы  $m$  со скоростью  $v$  при действии движущей силы  $\pm F$  и силы сопротивления  $\pm F_C$ . В этом случае в (3.26) запас кинетической энергии (т.е. работу сил инерции) при поступательном движении надо выразить следующим образом:

$$A_j = \frac{mv^2}{2} . \quad (3.33)$$

Далее проводим такие преобразования:

$$\pm \frac{dA}{dt} \pm \frac{dA_C}{dt} = \frac{dA_j}{dt} = P_j = mv \frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2} \cdot \frac{dm}{dt} \cdot \frac{ds}{ds} . \quad (3.34)$$

Так как  $\frac{ds}{dt} = v$ , то

$$P_j = mv \frac{dv}{dt} + \frac{v^3}{2} \cdot \frac{dm}{ds} . \quad (3.35)$$

Учтем теперь, что  $P = \frac{dA}{dt}$ ;  $P_C = \frac{dA_C}{dt}$ ;  $F = \frac{P}{v}$ . Тогда

$$\pm F \pm F_C = F_j = m \frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2} \cdot \frac{dm}{ds} . \quad (3.36)$$

При  $i = const$ , то есть при  $\frac{dm}{ds} = 0$ , уравнение (3.36) упрощается и принимает вид:

$$\pm F \pm F_C = F_j = m \frac{dv}{dt} . \quad (3.37)$$

В этом случае динамическое усилие  $F_j$  при поступательном движении определяется лишь одной составляющей, зависящей от величины движущейся массы и ускорения. Вторая составляющая динамического усилия равна нулю, так как нет фиктивного изменения движущейся массы в функции пути.

### 3.4.2. Уравнения движения электропривода с учетом жесткости элементов в передаточном устройстве

Ранее рассматривалось движение жесткой механической системы, в которой для определения положения (фазовой координаты) любого элемента достаточно было знать закон движения какой-либо точки одного из элементов этой системы. Например, зная уравнение движения вала двигателя, можно легко определить уравнение движения вала рабочей машины, так как эти валы принимались жестко связанными между собой (люфты и упругое закручивание валов не учитывались).

В действительности все элементы механической системы электропривода обладают упругими свойствами, что в некоторых случаях определяет принципиальное отличие их движения от движения механической системы с жесткими связями.

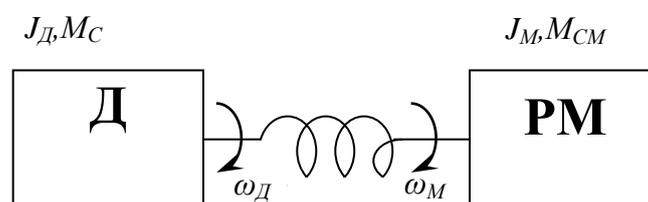


Рис. 3.8

На рисунке 3.8 показана простейшая двухмассовая система «двигатель – рабочая машина», движущиеся массы которой связаны между собой упругим передаточным устройством (валом) с передаточным числом  $i=1$ .

При резком изменении момента сопротивления движению на валу рабочей машины  $M_{CM}$  из-за упругости соединительного вала не будет такого же мгновенного изменения момента сопротивления движению  $M_C$  на конце гибкого вала, связанного с двигателем. Вначале произойдет закручивание упругого вала, причем это упругое закручивание будет происходить до тех пор, пока упругая деформация

не достигнет величины, равной новому значению  $M_{CM}$ . Лишь после этого начнется изменение момента на валу двигателя  $M_C$ . Таким образом, при передаче меняющегося момента сопротивления движению от рабочей машины к двигателю имеется некоторое запаздывание, величина которого зависит от упругости соединительного вала.

При изменении  $M_{CM}$  происходит также изменение скорости механизма  $\omega_M$ , а скорость двигателя  $\omega_D$  вначале остается неизменной. Таким образом, в системе с упругими элементами закон изменения скорости двигателя будет отличаться от закона изменения скорости рабочей машины, то есть электропривод с одним упругим элементом имеет две степени свободы.

Следовательно, для определения положения или скорости элементов в системе с упругими связями уже недостаточно знать закон движения одного из элементов. В этом случае число обобщенных координат системы должно быть равно числу степеней свободы. В рассматриваемой на рисунке 3.8 схеме двухмассовой системы с одним упругим элементом число степеней свободы равно двум [3].

В общем случае число степеней свободы  $q$  на единицу больше числа упругих элементов  $n$ , то есть

$$q = n + 1 \quad (3.38)$$

Уравнений движения в системе электропривода с упругими элементами должно быть столько, сколько степеней свободы.

В реальных передаточных устройствах может быть несколько упругих элементов с вращательным и поступательным движениями, причем жесткость всех этих элементов в общем случае различна. Математическое описание движения такой упругой системы требует составления большого числа уравнений. Более удобным является составление так называемой расчетной схемы механической части электропривода, в которой выделяются сосредоточенные движущиеся массы, соединенные упругими валами, приведенная (расчетная) жесткость которых рассчитывается по определенным правилам.

Рассмотрим в качестве примера составление расчетной схемы

механической части электропривода лебедки, кинематическая схема которой показана на рисунке 3.9. Здесь  $C_1-C_4$  - коэффициенты жесткости упругих элементов передаточного устройства, представляющие величину момента или силы, необходимых для упругого закручивания или вытягивания (сжатия) элемента на единицу углового или линейного перемещения. Таким образом, размерность коэффициентов жесткости  $C_1, C_2$  и  $C_3$  равна  $[Нм/рад]$ , а коэффициента  $C_4$  -  $[Н/м]$ .

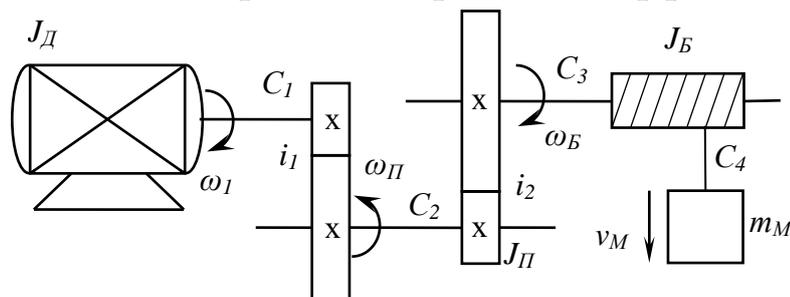


Рис. 3.9

Расчетная схема механической части электропривода лебедки с приведенной кинематикой может быть представлена в виде трехмассовой системы (рис. 3.10). Здесь каждая из движущихся масс с моментами инерции  $J_1, J_2$  и  $J_3$  имеет свою скорость  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ .

Моменты инерции движущихся масс определяются по известным правилам приведения, а именно:

$$J_1 = J_D + \frac{J_{\Pi}}{i_1^2}; \quad J_2 = \frac{J_B}{i_1^2 \cdot i_2^2}; \quad J_3 = m_M \cdot \left( \frac{v_M}{\omega_1} \right)^2, \quad (3.39)$$

где  $J_D, J_{\Pi}, J_B$  - соответственно моменты инерции двигателя, промежуточного вала и барабана лебедки;

$i_1, i_2$  - передаточные числа ступеней редуктора;

$m_M, v_M$  - масса и скорость рабочей машины.

На расчетной схеме рисунка 3.10 движущиеся массы с моментами инерции  $J_1, J_2$  и  $J_3$  соединены упругими валами, расчетные коэффициенты жесткости которых (или так называемые приведенные коэффициенты жесткости  $C_{\Pi P}$ ) должны быть эквивалентны реальным коэффициентам жесткости.

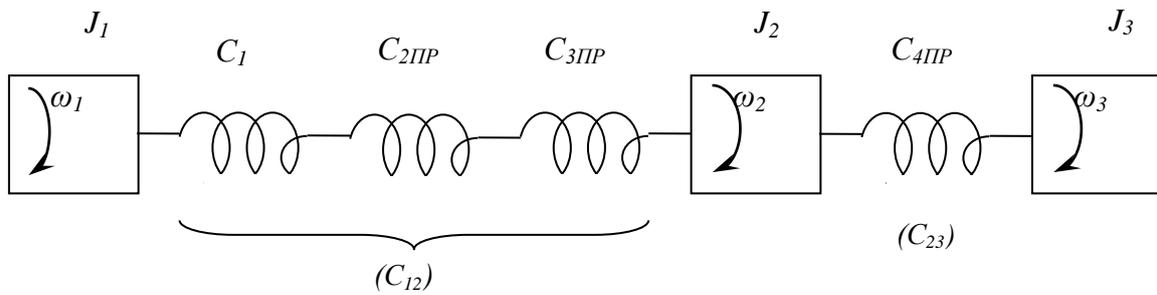


Рис. 3.10

Приведение коэффициентов жесткости упругих элементов производится из условия сохранения неизменным запаса потенциальной энергии в реальной и эквивалентной системах. Иными словами, запас энергии, накапливаемой при упругой деформации реального и эквивалентного элементов, должен быть один и тот же. С учетом этого правила приведенные значения коэффициентов жесткости  $C_{4ПР}$ ,  $C_{3ПР}$  и  $C_{2ПР}$  рассчитываются следующим образом:

1) для упругого вытягивания каната с коэффициентом жесткости  $C_4$

$$\Pi = \frac{C_4 \cdot x_4^2}{2} = \frac{C_{4ПР} \cdot \varphi_{4ПР}^2}{2}, \quad (3.40)$$

где  $x_4 = x_I - x_{II}$  [м] - линейная упругая деформация вытягивания каната;

$\varphi_{4ПР} = \varphi_1 - \varphi_2$  [рад] - угол упругого закручивания эквивалентного вала. Из (3.40) следует, что

$$C_{4ПР} = C_4 \cdot \left( \frac{x_4}{\varphi_{4ПР}} \right)^2. \quad (3.41)$$

Так как скорость упругой деформации в реальном и эквивалентном упругих элементах одна и та же, то  $x_4 = v_M \cdot t$ ,  $\varphi_{4ПР} = \omega_1 \cdot t$ , от-

куда  $\frac{x_4}{\varphi_{4ПР}} = \frac{v_M}{\omega_1}$ ;

$$C_{4ПР} = C_4 \cdot \left( \frac{v_M}{\omega_1} \right)^2. \quad (3.42)$$

В (3.42) при расчете приведенного коэффициента жесткости

$C_{4ПР}$  необходимо учитывать скорость двигателя  $\omega_1$  (т.е. скорость после окончания упругой деформации), а не мгновенные значения фазовых координат  $\omega_2$  или  $\omega_3$  для движущихся масс  $J_2$  и  $J_3$ .

2) для упругого закручивания вала барабана с коэффициентом жесткости  $C_3$

$$\Pi = \frac{C_3}{2} = \frac{C_{3ПР} \cdot \varphi_{3ПР}^2}{2}, \quad (3.43)$$

откуда 
$$C_{3ПР} = C_3 \cdot \left( \frac{\varphi_3}{\varphi_{3ПР}} \right)^2.$$

Так как  $\frac{\varphi_3}{\varphi_{3ПР}} = \frac{\omega_B}{\omega_1} = \frac{1}{i_1 \cdot i_2}$ , то

$$C_{3ПР} = C_3 \cdot \frac{1}{i_1^2 \cdot i_2^2}. \quad (3.45)$$

3) для упругого закручивания промежуточного вала с коэффициентом жесткости  $C_2$

$$\Pi = \frac{C_2 \cdot \varphi_2^2}{2} = \frac{C_{2ПР} \cdot \varphi_{2ПР}^2}{2}, \quad (3.46)$$

откуда 
$$C_{2ПР} = C_2 \cdot \left( \frac{\varphi_2}{\varphi_{2ПР}} \right)^2.$$

Так как  $\frac{\varphi_2}{\varphi_{2ПР}} = \frac{\omega_{\Pi}}{\omega_1} = \frac{1}{i_1}$ , то

$$C_{2ПР} = C_2 \cdot \frac{1}{i_1^2}. \quad (3.46)$$

На расчетной схеме рис. 3.10 последовательно соединены три упругих элемента с различными коэффициентами жесткости ( $C_1$ ,  $C_{2ПР}$ ,  $C_{3ПР}$ ). В окончательной расчетной схеме они должны быть заменены одним упругим элементом, приведенная жесткость которого  $C_{12}$  определяется из соотношения

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2ПР}} + \frac{1}{C_{3ПР}}, \text{ откуда}$$

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2IP}} + \frac{1}{C_{3IP}}} \quad (3.47)$$

$\frac{1}{C}$  - так называемая податливость упругого элемента. В общем случае при последовательном соединении упругих элементов

$$\frac{1}{C_{\Sigma}} = \sum \frac{1}{C_i} \quad (3.48)$$

При параллельном соединении упругих элементов

$$C_{\Sigma} = \sum C_i \quad (3.49)$$

Таким образом, рассматриваемую расчетную схему рисунка 3.10 необходимо представить (см. рис. 3.11) в виде трехмассовой системы, между массами которой есть упругие элементы (валы) с коэффициентами жесткости  $C_{12}$  и  $C_{23} = C_{4IP}$ . На каждую из вращающихся масс действуют указанные на рис. 3.11 движущие моменты и моменты сопротивления движению. На первую массу с моментом инерции  $J_1$  действует приложенный к ней движущий момент двигателя  $M$ , которому противодействует момент сопротивления движению  $M_{C1}$  и момент упругого закручивания вала  $M_{12}$  между первой и второй массами.

Величины этих моментов определяются следующим образом:

$$M_{12} = C_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{C_{12}}{p} \cdot (\omega_1 - \omega_2) \quad (3.50)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - углы, закручивания концов упругого вала, а  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответствующие им скорости;

$$M_{C1} = M_{BT1} + M_{BIII} + \Delta M \quad (3.51)$$

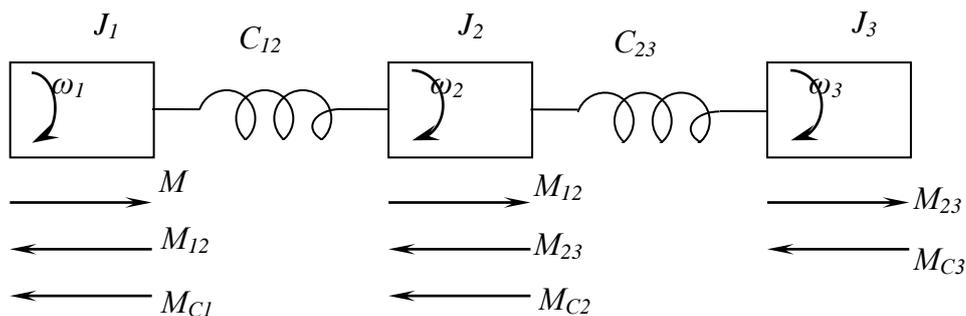


Рис. 3.11

$$M_{BT1} = \beta_{12} \cdot (\omega_1 - \omega_2), \quad (3.52)$$

$$M_{BШ1} = h_1 \cdot \omega_1. \quad (3.53)$$

Здесь  $M_{BT1}$  - момент внутреннего вязкого трения в упругом элементе,  $\beta_{12}$  - коэффициент внутреннего вязкого трения в  $Нм \cdot с$ . Внутреннее вязкое трение – это физическое явление, свойственное упругой деформации, это способность упругого элемента поглощать часть энергии упругой деформации (в рассматриваемом примере – упругого закручивания). Если бы при упругом закручивании не поглощалась энергия, то колебания упругого элемента механической системы были бы незатухающими, что не соответствует действительности. Следует однако отметить, что величина  $M_{BT1}$  весьма мала.

$M_{BШ1}$  - момент внешнего вязкого трения (или так называемый момент демпфирования), а  $h_1$  - коэффициент демпфирования в  $Нм \cdot с$ . По своей сути  $M_{BШ1}$  – это момент дополнительного трения в передачах, связанный с упругой деформацией элементов. Величина  $M_{BШ1}$  пренебрежимо мала и часто не учитывается в расчетах.

$\Delta M \cong (0,01-0,02) \cdot M_H$  - момент механических потерь в двигателе (потерь на трение в подшипниках и о воздух), принимаемый в расчетах как 1-2% от номинального момента электрической машины. При практических расчетах  $\Delta M$  не учитывается, и далее принимается  $\Delta M \cong 0$ .

На вторую массу с моментом инерции  $J_2$  действует момент сопротивления  $M_{C2}$ , аналогичный моменту  $M_{C1}$ , но без составляющей момента механических потерь в двигателе, то есть

$$M_{C2} = M_{BT2} + M_{BШ2} = \beta_{23} \cdot (\omega_2 - \omega_3) + h_2 \cdot \omega_2, \quad (3.54)$$

а также момент упругого закручивания  $M_{23}$ , аналогичный моменту  $M_{12}$  то есть:

$$M_{23} = C_{23} \cdot (\varphi_2 - \varphi_3) = \frac{C_{23}}{p} \cdot (\omega_2 - \omega_3). \quad (3.55)$$

Движущим моментом, действующим на вторую массу, является

момент упругого закручивания  $M_{12}$ .

Движущим моментом, действующим на 3-ю массу с моментом инерции  $J_3$ , является момент упругого закручивания  $M_{23}$ , а моментом сопротивления является

$$M_{c3} = \frac{M_{cm}}{i \cdot \eta}, \quad (3.56)$$

определяемый как приведенный к валу двигателя момент сопротивления движению, создаваемый в рабочей машине -  $M_{cm}$ .

Таким образом, движение трехмассовой механической системы электропривода можно описать следующей системой из 3-х уравнений движения, записанных для каждой из вращающихся масс:

$$\begin{aligned} M - M_{12} - M_{c1} &= J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - M_{23} - M_{c2} &= J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt}; \\ M_{23} - M_{c3} &= J_3 \cdot \frac{d\omega_3}{dt}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Можно перейти к уравнению движения жесткой одномассовой системы. В этом случае  $C_{12} \rightarrow \infty$ ,  $\omega_2 = \omega_1 = \omega$ ,  $J_1 + J_2 + J_3 = J$ ,  $M_{c3} = M_c$ ,  $h_1 = 0$ .

Сложив уравнения системы (3.57) получим:

$$M - M_c = J \cdot p\omega \quad (3.58)$$

### 3.5. Переходные процессы в механической части электропривода

Переходные процессы, имеющие место при переходе привода из одного установившегося состояния в другое, совершающемся во времени. При этом

уравнение движения для одномассовой модели электропривода (рис. 3.12) будет [8]

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt}, \quad \frac{d\omega}{dt} \neq 0. \quad (3.59)$$

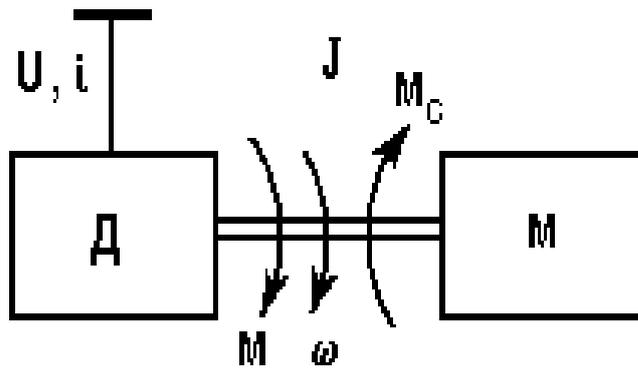


Рис. 3.12.

a)  $M = const, M_c = const$

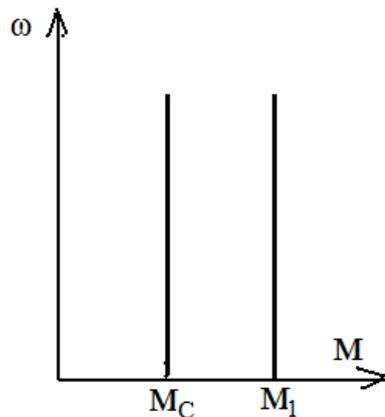


Рис. 3.13.

Уравнение (3.59) в этом случае - дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными и его решение имеет вид:

$$\omega = \int \frac{M_1 - M_c}{J} dt = \frac{M_1 - M_c}{J} t + C. \quad (3.60)$$

Постоянную интегрирования  $C$  найдем из начального условия - при  $t = 0$ ,  $\omega = \omega_{нач}$ :

$$\omega_{нач} = C.$$

Окончательно будем иметь:

$$\omega = \omega_{нач} + \frac{M_1 - M_c}{J} t. \quad (3.61)$$

Это решение действует на интервале  $\omega_{нач} < \omega < \omega_{кон}$ , так как по условию при  $\omega = \omega_{кон}$  функция  $\omega(M)$  терпит излом. На этом интер-

вале  $M = M_I$ .

Графики переходного процесса приведены на рис. 3.14. Время переходного процесса  $t_{пп}$  можно найти, подставив в (3.60)  $\omega = \omega_{кон}$  и решив относительно  $t$ :

$$t_{пп} = \frac{J(\omega_{кон} - \omega_{нач})}{M_I - M_c} \quad (3.62)$$

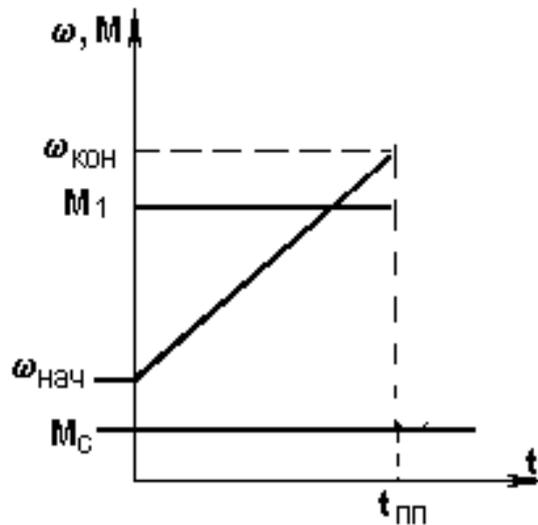


Рис. 3.14.

б)  $M_c$  и  $M$  - линейные функции  $\omega$ .

На рис. 3.15 представлены линейные механические характеристики двигателя и исполнительного механизма. Их аналитические характеристики имеют вид

$$M_I = M_{I0} - \beta\omega \quad (3.63)$$

$$M_c = M_{c0} - \beta_c\omega$$

После ряда преобразований получим

$$Jd\omega/dt + (\beta + \beta_c)\omega = M_I - \beta\omega$$

Разделив уравнение почленно на  $(\beta + \beta_c)$ , найдем линейное неоднородное уравнение первого порядка

$$T_m d\omega/dt + \omega = \omega'$$

Где  $T_m = J/(\beta + \beta_c)$  – электромеханическая постоянная времени;  
 $\omega' = (M_I - \beta\omega)/(\beta + \beta_c)$  – установившаяся скорость.

Решение представляет сумму общего решения однородного уравнения и частного (принужденного) решения неоднородного

уравнения

$$T_m d\omega/dt + \omega = 0 ; \omega = \omega_{св} + \omega_{пр} \quad (3.64)$$

Свободная составляющая, как известно, имеет вид

$$\omega_{св} = Ae^{-t/T_m} \quad (3.65)$$

Принужденная составляющая при  $d\omega/dt = 0$

$$\omega = \omega'$$

Отсюда решение будет

$$\omega = Ae^{-t/T_m} + \omega'$$

Константу А находим по начальным условиям процесса:

при  $t = 0 \omega = \omega_{нач}$ , откуда  $A = \omega_{нач} - \omega'$

Окончательно для скорости получаем

$$\omega = (\omega_{нач} - \omega') e^{-t/T_m} + \omega' \quad (3.65)$$

При линейной зависимости скорости и момента, закон изменения момента в функции времени

$$M = (M_{нач} - M') e^{-t/T_m} + M'$$

Графики переходных процессов приведены на рис. 3.16.

Электромеханическая постоянная времени в данном случае может быть определена как

$$T_m = \frac{J\omega_0}{M_{к.з}} = \frac{J}{|\beta|} = \frac{J\Delta\omega}{\Delta M} \quad (3.66)$$

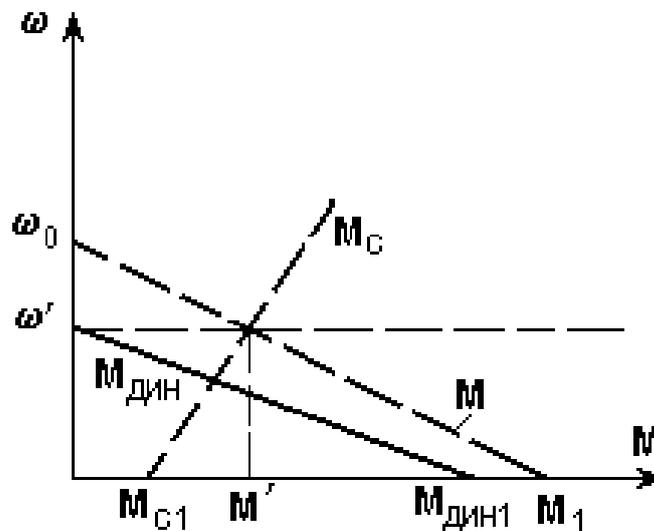


Рис. 3.15.

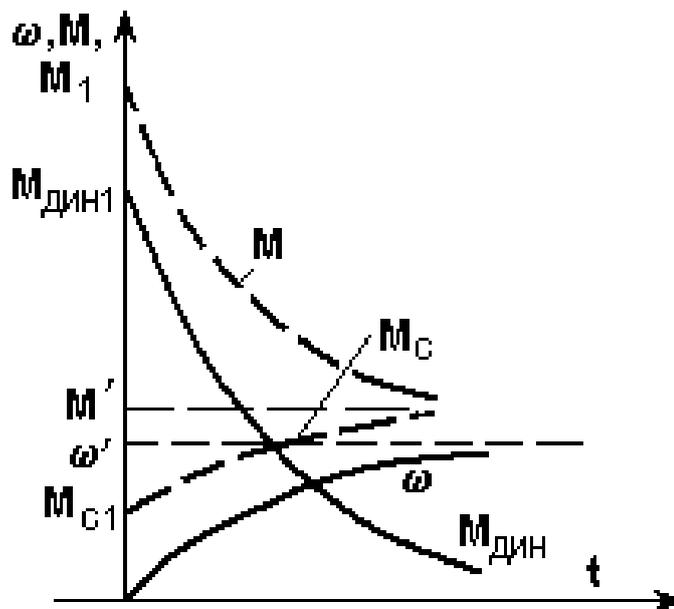


Рис. 3.16.

## 4. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ ПОСТОЯННОГО ТОКА В УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ

### 4.1. Электромеханические свойства электроприводов постоянного тока с двигателями независимого возбуждения

#### 4.1.1. Статические характеристики двигателей постоянного тока с независимым возбуждением (ДПТ НВ)

Статические характеристики ДПТ НВ разделяют на естественные и искусственные. Естественной называется характеристика, соответствующая нормальной схеме включения электродвигателя при номинальном напряжении якоря, отсутствии добавочных сопротивлений в якорной цепи и номинальном магнитном потоке.

1. Естественные характеристики в случае такого подключения двигателя к источнику питания, при котором выполняются условия  $U=U_H$ ,  $\Phi=\Phi_H$ ,  $R_{внеш}=0$ , т.е. во внешних цепях двигателя нет добавочных сопротивлений (рис.4.1).

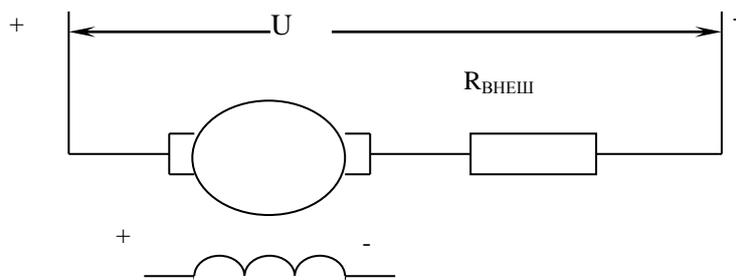


Рис.4.1

2. Искусственные характеристики, получаемые при одном из следующих способов:

2.1. При  $U=U_H$ ,  $\Phi=\Phi_H$ ,  $R_{внеш} \neq 0$ . При такой схеме включения последовательно с якорем включается добавочное внешнее сопротивление, но потоков энергии, идущих вне главных цепей электрической машины, нет. Вся энергия, забираемая из питающей сети или отдаваемая в эту сеть, проходит через машину (рис.4.2).

2.2. При  $\Phi=\Phi_H$ ,  $U_{я} \neq U_H$ , якорь двигателя подключен к части  $R_{внеш}$  по так называемой потенциметрической схеме. Часть энергии, забираемой из сети

или отдаваемой машиной, проходит через  $R_{внеш}$  (рис.4.2).

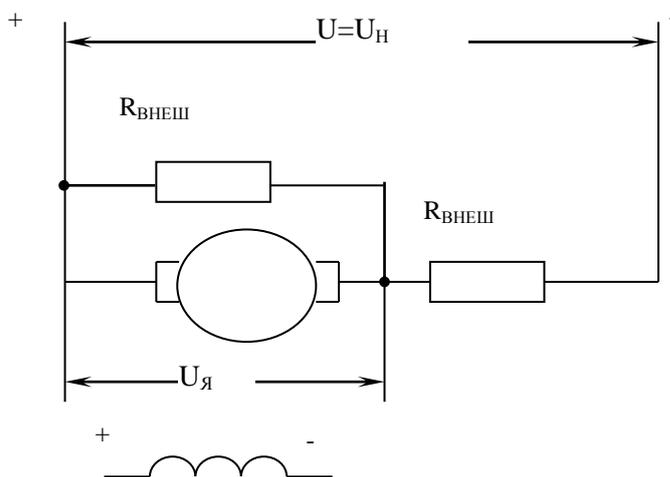


Рис.4.2

2.3. При  $U=U_H$ ,  $R_{внеш}=0$ ,  $\Phi \neq \Phi_H$ . Внешнее сопротивление включено последовательно с обмоткой возбуждения для уменьшения маг-

нитного потока двигателя. Магнитный поток двигателя может быть и больше номинального ( $\Phi > \Phi_H$ ) за счет питания обмотки возбуждения повышенным напряжением  $U_B > U_{BH}$  (4.3).

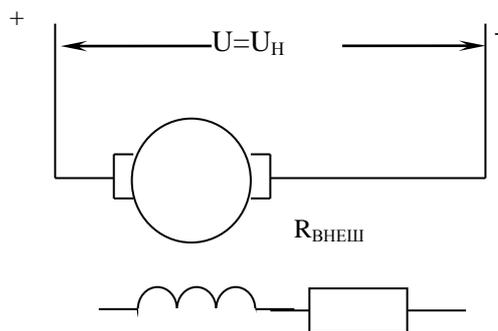


Рис. 4.3.

2.4. Характеристики, получаемые изменением напряжения питания якорной цепи ( $U = \text{var!}$ ) в различных схемах с регулируемым источником напряжения (Г-Д, ВП-Д, ЭМУ-Д, МУ-Д) или тока.

Уравнение электромеханической характеристики  $\omega = f(i)$  следует из уравнения электрического равновесия цепи якоря

$$U_H = E + iR, \quad (4.1)$$

где  $R = R_{\text{я}} + r_{\text{доб}}$  – полное сопротивление обмоток якоря в горячем состоянии ( $75^\circ\text{C}$ );  $r_{\text{доб}}$  – добавочное сопротивление;

$R_{\text{я}} = r_{\text{я}} + r_{\text{дп}} + r_{\text{ко}} + r_{\text{щ}}$  – сопротивление обмоток якоря ( $r_{\text{я}}$ ), дополнительных полюсов ( $r_{\text{дп}}$ ), компенсационной обмотки ( $r_{\text{ко}}$ ) и щеток ( $r_{\text{щ}}$ ). В уравнении (4.1) противоЭДС якоря

$$E = C\Phi\omega, \quad (4.2)$$

где  $C = \frac{p}{a} \cdot \frac{N}{2\pi}$  – конструктивная постоянная двигателя ( $p$ ,  $a$  и  $N$  соответственно число пар полюсов, число пар параллельных ветвей и число стержней в обмотке якоря).

В общем случае магнитный поток ( $\Phi$ ) в выражении (2.5) имеет любое постоянное значение в зависимости от уровня возбуждения двигателя ( $\Phi > < \Phi_H$ ).

Из (4.1) и (4.2), решаемых совместно, следует уравнение *естественной электромеханической характеристики* (при  $\Phi = \Phi_H$  и

$R=R_{Я}$ ):

$$\omega = \frac{U_H}{C\Phi_H} - \frac{iR_{Я}}{C\Phi_H} . \quad (4.3)$$

Первое слагаемое в правой части (4.3) представляет собой скорость идеального холостого хода (при  $i=0$ ) –

$$\omega_0 = \frac{U_H}{C\Phi_H} , \quad (4.4)$$

а второе слагаемое – падение скорости ( $\Delta\omega$ ) при данной нагрузке (токе якоря  $i$ )–

$$\Delta\omega = \frac{iR_{Я}}{C\Phi_H} . \quad (4.5)$$

Уравнение электромеханической характеристики в относительных единицах получается, если (4.3) разделить на  $\omega_0$  и учесть ее значение по (4.4), а  $U_H=R_H \cdot I_H$ . Тогда

$$\omega^* = \frac{U_H \cdot C\Phi_H}{C\Phi_H \cdot U_H} - \frac{iR_{Я} \cdot C\Phi_H}{C\Phi_H \cdot I_H \cdot R_H} ;$$

$$\omega^* = 1 - i^* R_{Я}^* . \quad (4.6)$$

Уравнение *естественной механической характеристики*  $\omega=f(M)$  получается из уравнения электромеханической характеристики (4.3), если учесть, что  $M=C\Phi_H \cdot i$ . Тогда в абсолютных единицах

$$\omega = \frac{U_H}{C\Phi_H} - \frac{MR_{Я}}{(C\Phi_H)^2} , \quad (4.7)$$

а в относительных единицах

$$\omega^* = 1 - \frac{MR_{Я} \cdot C\Phi_H}{(C\Phi_H)^2 \cdot U_H} = 1 - \frac{MR_{Я}}{C\Phi_H \cdot I_H \cdot R_H} .$$

Учтя, что  $C\Phi_H I_H = M_H$  и  $M^* = M / M_H$ , получим

$$\omega^* = 1 - M^* R_{Я}^* . \quad (4.8)$$

Здесь  $M^* R_{Я}^* = \Delta\omega^*$ . Из приведенных выше соотношений следует,

что

$$\omega^* = 1 - \Delta\omega^* = 1 - M^* R_{Я}^* = 1 - i^* R_{Я}^* \quad (4.9)$$

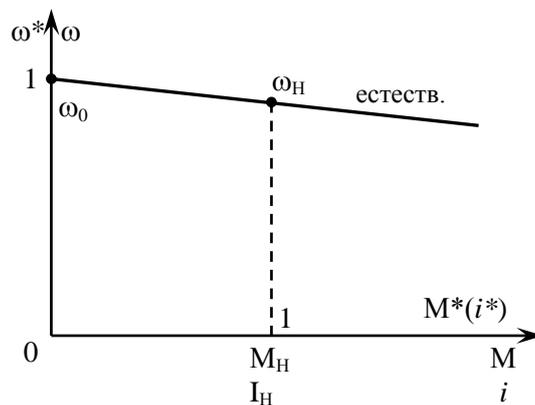


Рис. 4.4.

то есть уравнения механических и электромеханических характеристик двигателя с независимым возбуждением в относительных единицах совпадают, представляя единую линейную характеристику (рис. 4.4). Это и следовало ожидать, так как ток якоря и момент двигателя пропорциональны.

Рассмотрим теперь влияние параметров двигателя ( $R \neq R_{я}$ ,  $\Phi \neq \Phi_H$ ), а также величины питающего напряжения ( $U \neq U_H$ ) на вид механической и электромеханической характеристик.

На рисунке 4.5 и 4.6 показано влияние на эти характеристики величин  $R$  и  $U$  при  $\Phi = const$ .

На рисунке 4.5 при  $\Phi = const$  ток короткого замыкания ( $I_{кз}$ ) и момент короткого замыкания ( $M_{кз}$ ) определяются как  $I_{кз} = \frac{U}{R}$ ,  $M_{кз} = C\Phi I_{кз}$  и зависят лишь от меняющихся величин  $R$  и  $U$ . Характеристики по рисунке 4.5 при  $R = var$  называются *реостатными*.

На рисунке 4.7 и 4.8 показаны электромеханические и механические характеристики двигателя с независимым возбуждением при изменении магнитного потока  $\Phi$  и неизменных значениях  $U$  и  $R$ .

Рассматривая механические характеристики на рисунке 4.8, нетрудно видеть, что в зоне больших нагрузок ослабление магнитного потока приводит не к увеличению, а к уменьшению скорости двигателя (это показано пунктирными стрелками). Явление уменьшения скорости двигателя с независимым возбуждением при ослаблении его

магнитного потока называется *опрокидыванием регулирования*. Это явление можно объяснить тем, что при больших токах якоря и соответственно больших моментах нагрузки, падение скорости

$$\Delta\omega = \frac{iR}{C\Phi} = \frac{MR}{(C\Phi)^2}$$

при ослаблении потока из-за большого падения напряжения  $iR$  влияет на величину скорости больше, чем ослабление потока влияет на рост скорости  $\omega_0$  идеального холостого хода. Такое влияние ослабления поля легко видеть из уравнений электромеханической и механической характеристик, полученных ранее.

Из уравнения (4.3) электромеханической характеристики (в общем случае при  $R > R_{Я}$  и  $\Phi \neq \Phi_H$ ) можно определить коэффициент жесткости ( $\beta_i$ ) этой характеристики и зависимость его от параметров  $\Phi$  и  $R$ .

$$\omega = \frac{U_H}{C\Phi} - \frac{iR}{C\Phi}, \quad d\omega = -\frac{R}{C\Phi} \cdot di, \quad \text{откуда} \quad \beta_i = \frac{di}{d\omega} = -\frac{C\Phi}{R}. \quad (4.10)$$

Для механической характеристики при таких же условиях получим:

$$\omega = \frac{U_H}{C\Phi} - \frac{MR}{(C\Phi)^2}, \quad d\omega = -\frac{R}{(C\Phi)^2} \cdot dM \quad (4.11)$$

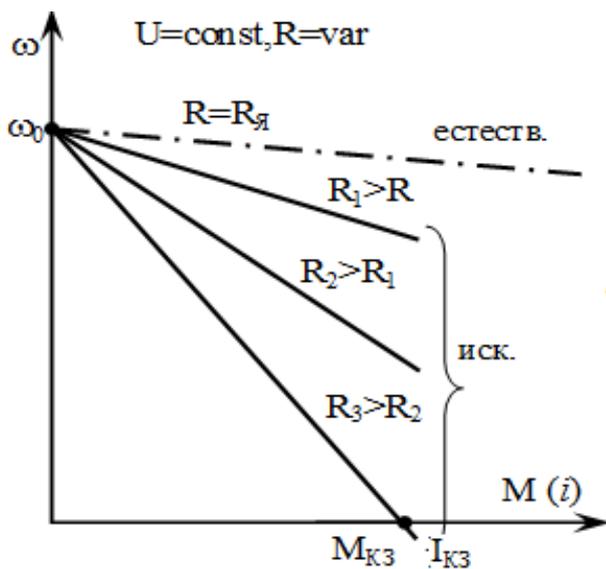


Рис. 4.5.

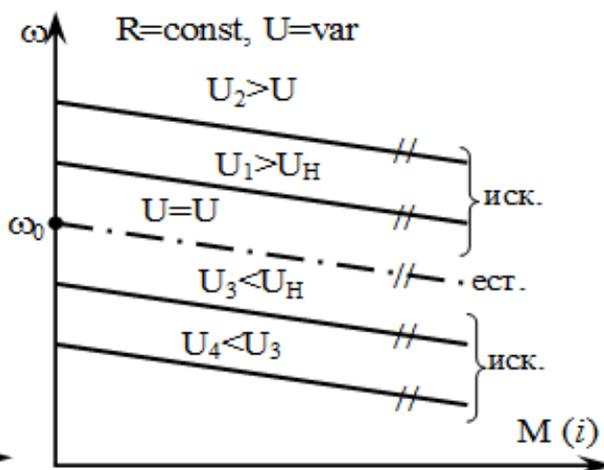


Рис. 4.6.

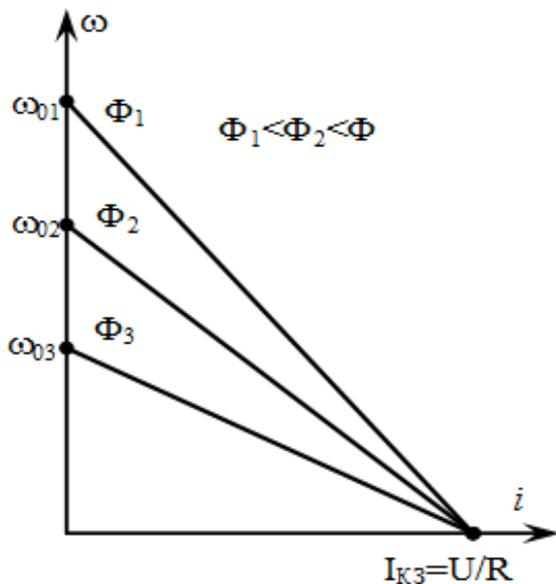


Рис. 4.7.

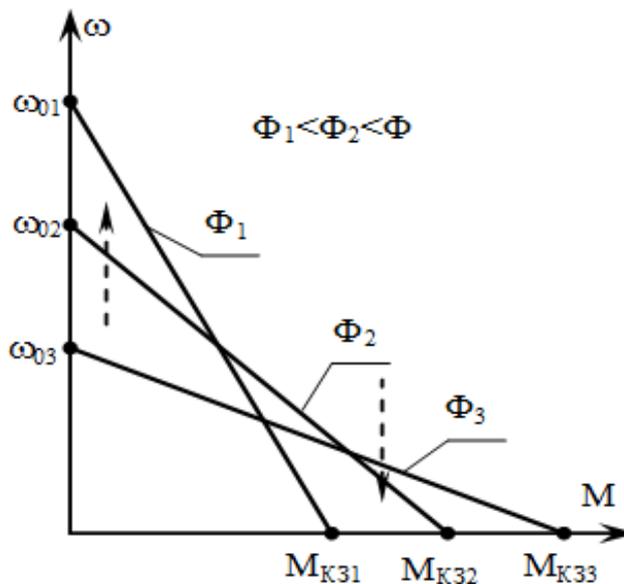


Рис. 4.8.

#### 4.1.2. Структурные схемы двигателя с независимым возбуждением

Структурная схема используется как для решения задач статики, так и задач динамики. Она получается преобразованием двух уравнений электрического равновесия электромагнитной и механической частей электропривода: уравнение электрического равновесия цепи якоря двигателя (электромагнитная часть объекта управления) [3]

$$U = C\Phi\omega + iR + L_{\text{я}}pi ; \quad (4.12)$$

уравнение движения, или уравнение равновесия в механической части объекта управления –

$$C\Phi i - C\Phi I_c = Jp\omega . \quad (4.13)$$

Из уравнения (4.12) получается передаточная функция электромагнитной части привода, а из (4.13) – передаточная функция его механической части:

$$U - E = iR(T_{\text{я}}p + 1), \quad W_{\text{э}}(p) = \frac{i(p)}{U - E(p)} = \frac{1/R}{T_{\text{я}}p + 1}, \quad (4.14)$$

$$i - I_c = \frac{J}{C\Phi} p \omega, \quad W_M(p) = \frac{\omega(p)}{i(p) - I_c} = \frac{C\Phi}{Jp}, \quad (4.15)$$

где  $T_{\text{я}} = \frac{L_{\text{я}}}{R}$  - электромагнитная постоянная времени цепи якоря электродвигателя

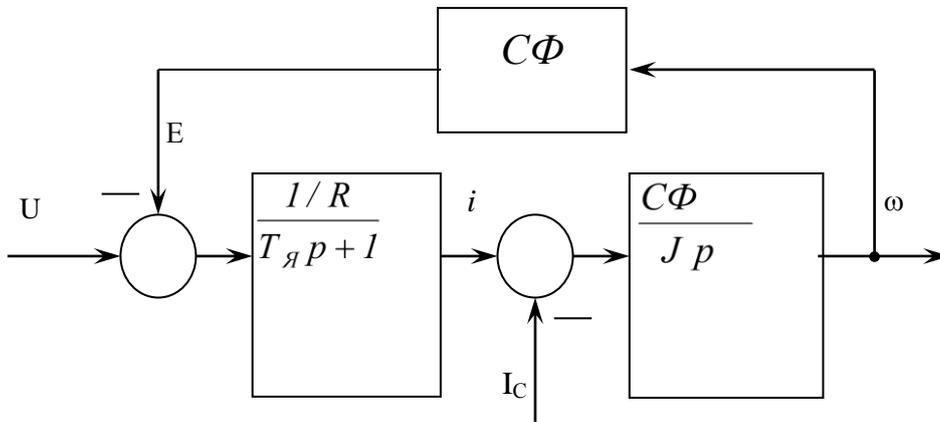


Рис. 4.9.

Из (4.14) и (4.15) видно, что электромагнитная часть привода с двигателем независимого возбуждения – это апериодическое звено первого порядка (или так называемое инерционное (релаксационное) звено первого порядка), а механическая часть электропривода представляет собой интегрирующее звено.

В соответствии с полученными передаточными функциями составляется структурная схема, в которую вводится усилительное звено  $C\Phi$  для формирования внутренней обратной связи по ЭДС в электродвигателе (рис. 4.9).

Если уравнение движения (4.13) записать не через токи  $i$  и  $I_c$ , а через моменты  $M$  и  $M_c$ , то вид структурной схемы электропривода несколько изменится. Деля левую и правую части соотношения (4.15) на  $C\Phi$ , получим

$$W_M(p) = \frac{\omega(p)}{M(p) - M_c} = \frac{1}{Jp}. \quad (4.16)$$

Умножая левую и правую части соотношения (4.16) на  $C\Phi$ , получим другое представление передаточной функции  $W_{\text{э}}(p)$ :

$$W_{\text{э}}(p) = \frac{M(p)}{U - E(p)} = \frac{C\Phi/R}{T_{\text{я}} p + 1}. \quad (4.17)$$

Используя передаточные функции  $W_M(p)$  по (4.16) и  $W_\omega(p)$  по (4.17), представим структурную схему электропривода в виде, показанном на рисунке 4.10.

Электромеханическая постоянная времени равна  $T_M = \frac{JR}{(C\Phi)^2}$ . Из выражения для  $T_M$  следует, что  $J = \frac{(C\Phi)^2 T_M}{R}$ .

Заменив в структурных схемах рисунке 4.10 и рисунке 4.9 величину  $J$  через  $T_M$ , получим следующее изображение структурных схем электропривода с двигателем независимого возбуждения (рис. 4.11 и 4.12).

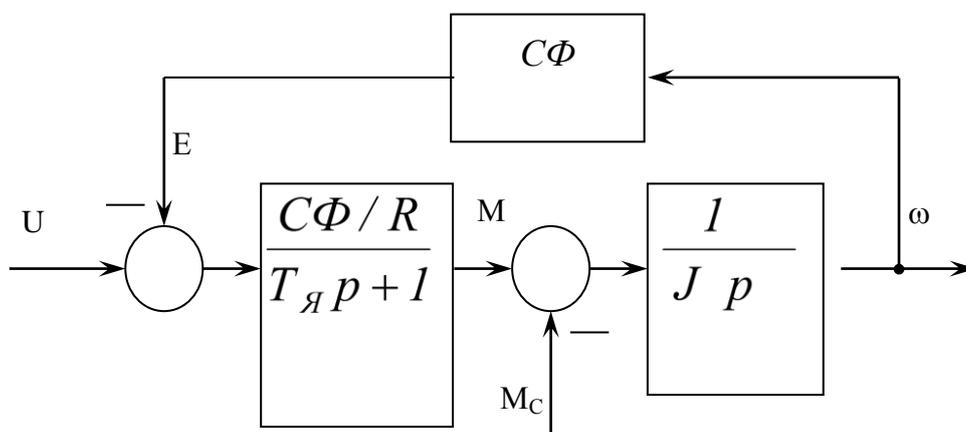


Рис. 4.10

Для получения структурной схемы электропривода в статике (то есть для установившегося режима работы) необходимо в полученных выше структурных схемах положить  $p=0$  (после окончания переходного процесса производные по времени всех фазовых координат двигателя будут равны нулю). Например, выполняя это преобразование в структурной схеме рисунка 4.12, получим схему, показанную на рисунке 4.13.

После этого необходимо выполнить ряд преобразований полученной структурной схемы, пользуясь правилами таких преобразований, изучаемых в курсе теории автоматического управления. Далее на рисунке 4.14 показана последовательность этих преобразований.

После этого необходимо выполнить ряд преобразований полученной структурной схемы, пользуясь правилами таких преобразований, изучаемых в курсе теории автоматического управления.

Из рисунке 4.13 следует, что

$$(U - I_c R) \cdot \frac{1}{C\Phi} = \omega, \quad (4.18)$$

то есть ранее полученное уравнение (4.3) электромеханической характеристики электропривода, записанное для  $U=U_H$ ,  $\Phi=\Phi_H$ ,  $R=R_Y$ . Для установившегося режима работы  $i=I_c$ .

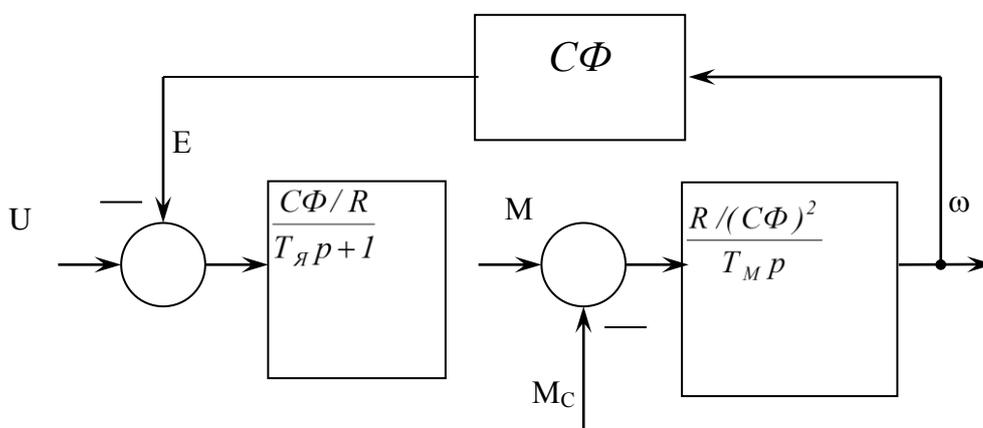


Рис. 4.11

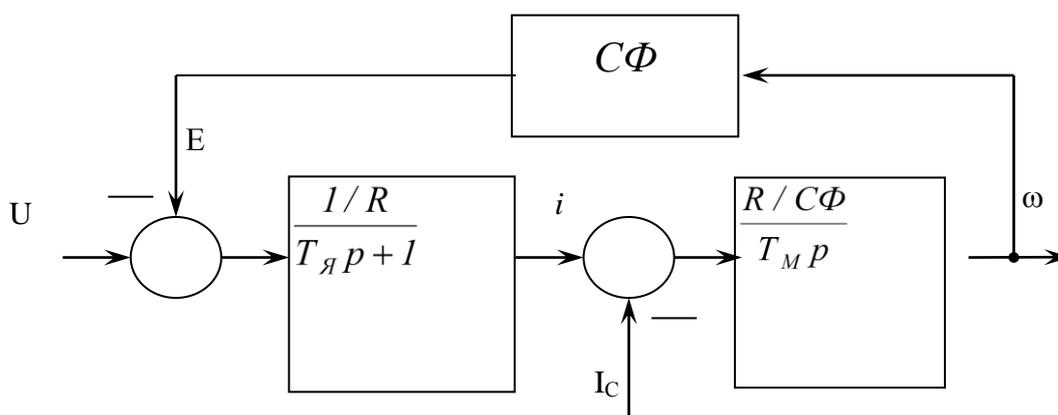


Рис. 4.12.

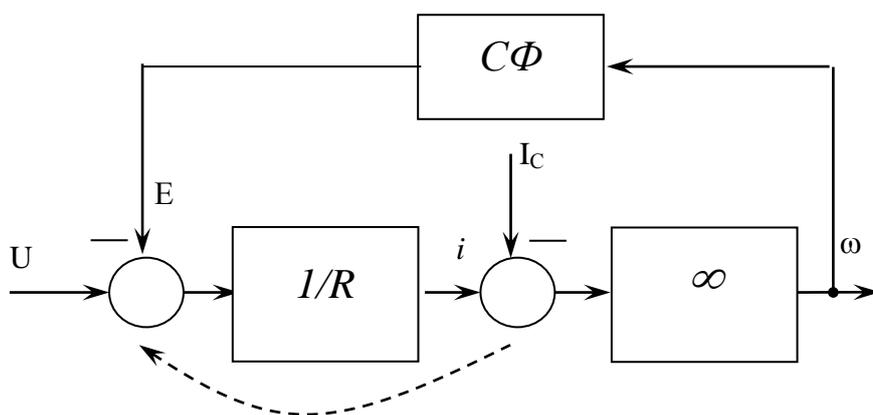


Рис. 4.13

## 4.2. Электромеханические свойства электроприводов постоянного тока с двигателями последовательного и смешанного возбуждения

Двигатели с последовательным и смешанным возбуждением применяются в электротяге (магистральный, городской и внутризаводской электротранспорт), а также для электропривода грузоподъемных механизмов, особенно для электропривода подъемных лебедок специальных кранов в металлургических цехах.

Данные двигатели имеют большую (по сравнению с двигателями независимого возбуждения) перегрузочную способность по моменту, эти двигатели более надежны. Малые грузы поднимаются с большей скоростью, а большие – с малой скоростью. Причем это производится автоматически за счет специфики механических характеристик, а не за счет сложных регулирующих устройств.

Двигатели со смешанным и последовательным возбуждением (особенно последние) нельзя включать в сеть вхолостую или с малой статической нагрузкой, так как скорость их в этих случаях превысит допустимые значения, и наступит «разнос» двигателя, сопровождающийся повреждением бандажей и обмоток под действием центробежных усилий.

### 4.2.1. Естественные электромеханические и механические характеристики.

Для двигателей с последовательным и смешанным возбуждением уравнения электромеханических и механических характеристик получаются из уравнения электрического равновесия цепи якоря и имеют формально те же выражения, что и для двигателя независимого возбуждения, а именно:

$$\omega = \frac{U_H - IR_{ОБМ}}{C\Phi} ; \quad \omega = \frac{U_H}{C\Phi} - \frac{MR_{ОБМ}}{(C\Phi)^2}, \quad (4.19)$$

$$\text{где } R_{ОБМ} = r_{Я} + r_{ДП} + r_{КО} + r_{ОПВ} + r_{Щ} \quad (4.20)$$

– полное сопротивление якорной цепи, включая и сопротивление  $r_{ОПВ}$  обмотки последовательного возбуждения. Остальные обозначения те же, что и для двигателя с независимым возбуждением.

Выражения (4.19) нелинейны, так как  $\Phi \neq const$ ,  $\Phi = f(I)$ . Поэтому указанными выражениями для  $\omega = f(I)$  и  $\omega = f(M)$  нельзя пользоваться для аналитических расчетов на всем диапазоне изменения  $\Phi$ . Поэтому сделаем допущение о линейности кривой намагничивания двигателя, то есть предположим, что электрическая машина работает без насыщения магнитной цепи. Коэффициент  $K = tg\alpha$  определяет угол наклона кривой намагничивания к оси токов в якоре.

С учетом сделанного допущения уравнение (4.19) электромеханической характеристики двигателя с последовательным возбуждением преобразуется следующим образом:

$$\omega = \frac{U_H}{C\Phi} - \frac{IR_{ОБМ}}{C\Phi} = \frac{U_H}{CKI} - \frac{IR_{ОБМ}}{CKI}, \quad (4.21)$$

$$\text{то есть} \quad \omega = \frac{A}{I} - B. \quad (4.22)$$

На рис. 4.15 показана электромеханическая характеристика двигателя, соответствующая уравнению гиперболы (4.22).

Так как  $M = CKI^2$ , то

$$\omega = \frac{A}{\sqrt{\frac{M}{CK}}} - B = \frac{A_1}{\sqrt{M}} - B. \quad (4.23)$$

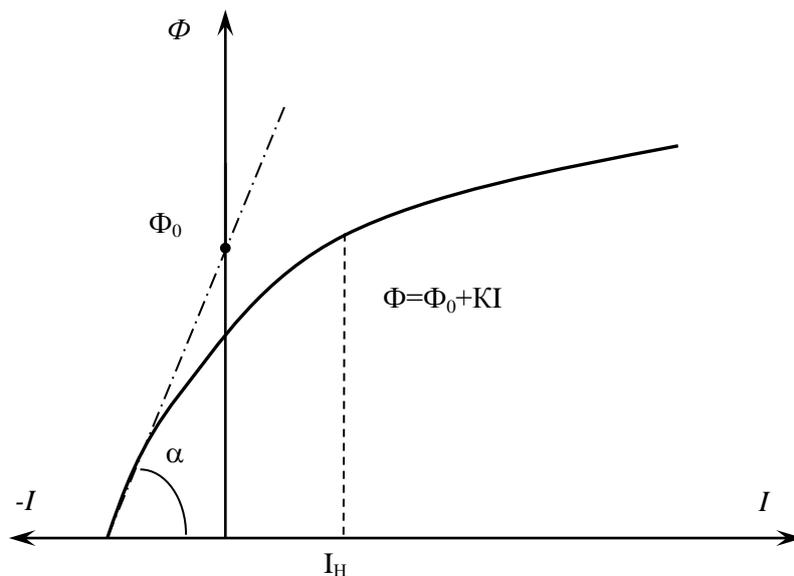


Рис. 4.14.

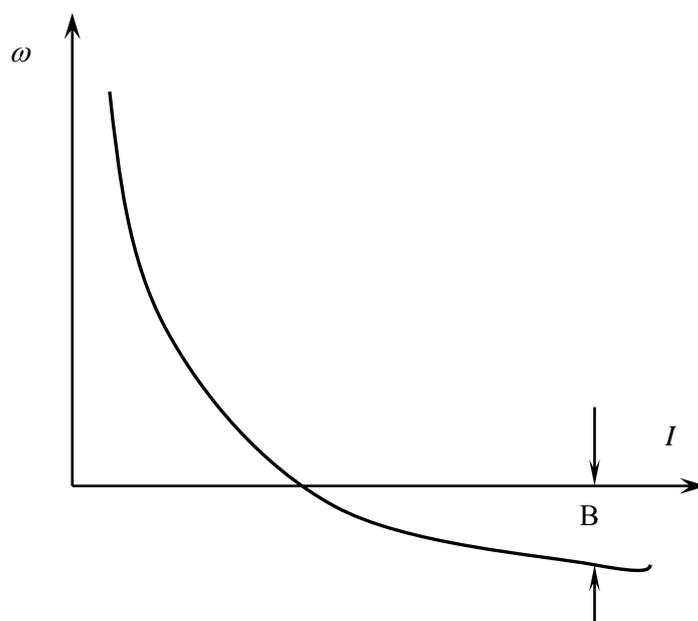


Рис. 4.15.

Таким образом, механическая характеристика двигателя также имеет гиперболический характер.

В реальных электрических машинах с последовательным или со смешанным возбуждением из-за насыщения магнитной системы гиперболический характер механических и электромеханических характеристик сильно искажается.

Выразить кривые намагничивания аппроксимирующим уравне-

нием практически невозможно (предлагаемые для этого аналитические зависимости очень сложны и дают большую погрешность). Поэтому для практического использования применяют естественные механические и электромеханические характеристики, получаемые экспериментальным путем заводом-изготовителем электрических машин и приводимые в каталогах.

Магнитная система двигателей с последовательным или смешанным возбуждением насыщается при  $I < I_H$ . При больших токах магнитный поток двигателя растет медленнее и поэтому жесткость механической характеристики увеличивается, она становится похожей на характеристику двигателя с независимым возбуждением (то есть при  $\Phi = const$ ).

#### 4.2.2. Структурные схемы двигателей с последовательным и смешанным возбуждением

Так же как и для двигателей с независимым возбуждением структурная схема двигателя с последовательным возбуждением составляется на основании уравнения (4.12) электрического равновесия цепи якоря и уравнения движения (4.13). Однако в этих уравнениях магнитный поток  $\Phi \neq const$ . Поэтому при составлении структурной схемы для расчета противоЭДС  $E = C\Phi\omega$  и электромагнитного момента  $M = C\Phi I$  в структурную схему необходимо вводить нелинейные звенья для представления кривой намагничивания двигателя  $\Phi = f(I)$ , а также блоки перемножения. На рисунке 4.16 и 4.17 показаны структурные схемы двигателя с последовательным возбуждением для случая задания нагрузки величиной статического тока  $I_C$  (рис. 2.52) или статического момента  $M_C$  (рис. 4.17). На этих рисунках: *БН* – блок нелинейности для представления кривой намагничивания  $\Phi = f(I)$ .

Передаточные функции электромагнитной части двигателя

$$W_{\omega}(p) = \frac{1/R}{T_{\text{я}}p + 1} \quad \text{и механической части} \quad W_M(p) = \frac{1}{jp} \quad \text{здесь те же, что и}$$

для ДПТНВ.

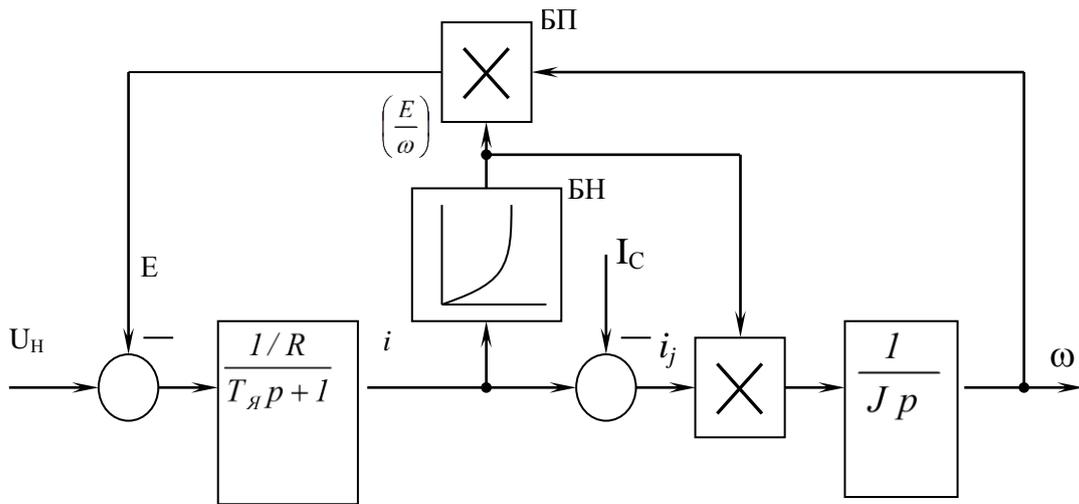


Рис. 4.16

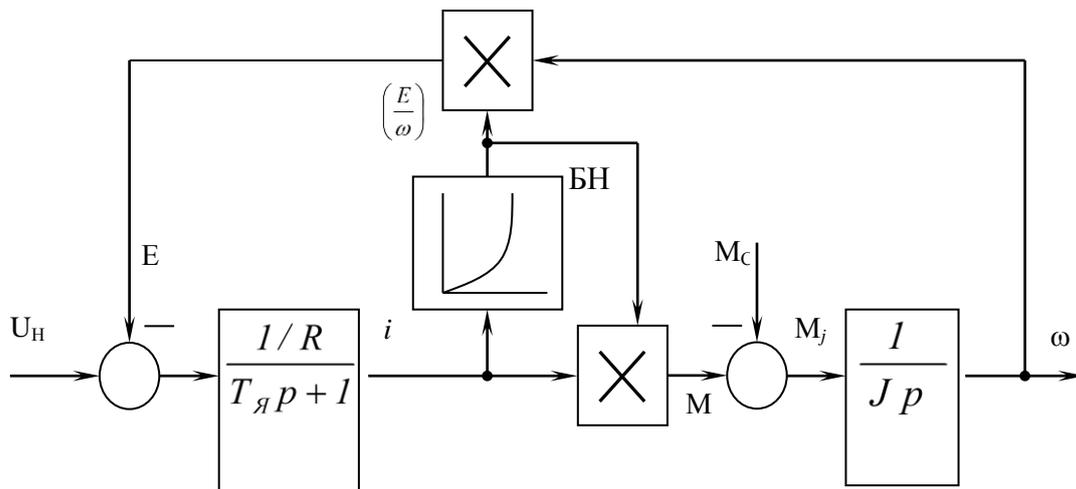


Рис. 4.17

## 5. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ С АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

### 5.1. Общие сведения о асинхронных электроприводах

Асинхронные электроприводы получают (АЭП) все большее применение в различных отраслях промышленности, интенсивно вытесняя электроприводы с двигателями постоянного тока. Широко применяются асинхронные электроприводы для нормальных (не специ-

альных) кранов, простых металлорежущих станков, различных вспомогательных механизмов прокатных станов. Почти монопольное применение получили АЭП для многих так называемых общепромышленных механизмов (вентиляторы, насосы, конвейеры, лифты и др.).

АЭП уступает электроприводам с двигателями постоянного тока лишь в том случае, когда необходимо получить большой диапазон регулирования скорости, большое число включений привода в час либо плавное регулирование скорости. Следует, однако, отметить, что в современных АЭП с питанием от вентильных преобразователей частоты можно получить плавное регулирование скорости двигателя в весьма большом диапазоне скоростей [1].

Для мощных (тысячи кВт) нерегулируемых приводов АЭП успешно конкурирует с синхронным электроприводом (СЭП).

Преимущества АЭП:

- дешевизна и простота конструкции асинхронного двигателя (АД);
- большая надежность АД по сравнению с двигателем постоянного тока, имеющим коллектор;
- высокий коэффициент полезного действия;
- простота и дешевизна преобразователя энергии при простой схеме питания АД от сети через трансформатор.

Недостатки АЭП:

- пропорциональность вращающего момента АД квадрату питающего напряжения;
- уменьшение пускового момента ( $M_{ПУСК}$ ) и максимального момента ( $M_K$ ) АД при снижении напряжения на его статоре;
- перегрев статора АД при повышении напряжения питания сети;
- перегрев ротора АД при понижении напряжения питающей сети;
- малый воздушный зазор, снижающей надежность работы АД;
- большой ток холостого хода

## 5.2. Механические и электромеханические характеристики асинхронных двигателей

Схема включения трехфазного асинхронного может быть выполнена по двум вариантам (рис. 5.1).

Первый вариант предусматривает выполнение обычной трехфазной обмотки из проводников с выводами на три контактных кольца. Такую конструкцию имеет двигатель с фазным ротором (рис. 5.1, а). Другой вид обмотки получают заливкой алюминия в пазы ротора, в результате чего образуется конструкция, получившая название короткозамкнутой (рис. 5.1, б).

Механическая характеристика АД описывается полным уравнением Клосса [1, 2]:

$$\frac{M}{M_{\kappa}} = \frac{2+q}{\frac{S}{S_{\kappa}} + \frac{S_{\kappa}}{S} + q}, \quad (5.1)$$

где  $M$  и  $M_{\kappa}$  – текущее и критическое (опрокидывающее) значения момента на валу АД;

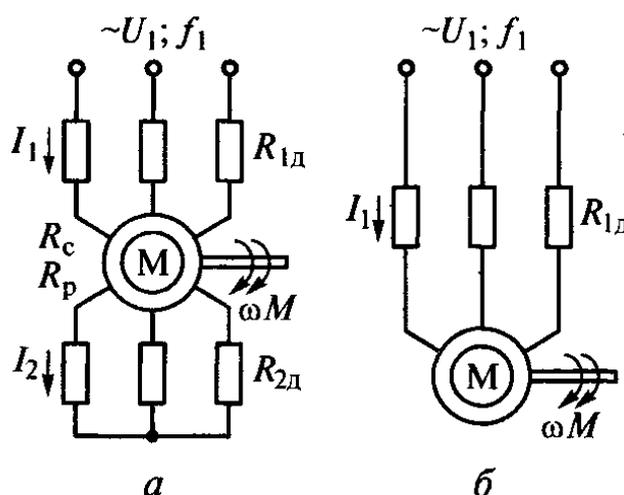


Рис. 5.1 Схема включения асинхронного двигателя с фазным(а) и короткозамкнутым (б) роторами

$S$  и  $S_{\kappa}$  – текущее и критическое скольжение (то есть скольжение при

$M=M_K$ ) АД;

$q$  – коэффициент, определяемый параметрами АД.

Величины  $M_K$ ,  $S_K$  и  $q$  определяются по следующим соотношениям:

$$M_K = \frac{m_1 U_{1\phi}^2 \cdot S_K}{2\omega_0 (r_1 S_K + r_2')}; \quad (5.2)$$

$$S_K = \pm \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + (x_2' + x_1)^2}} \quad (5.3)$$

$$q = 2 \frac{r_1}{r_2'} \cdot S_K. \quad (5.4)$$

Здесь  $m_1$  – число фаз обмотки статора.

Формула (5.1), связывающая электромагнитный момент АД со скольжением, хотя и называется точным или полным уравнением Клосса, однако она получена при некоторых допущениях, а именно:

1. Электродвижущие силы, токи и магнитные потоки АД изменяются во времени по синусоидальному закону;
2. Магнитное поле в воздушном зазоре, в стали статора и ротора распределяется синусоидально;
3. Обмотки статора и ротора симметричны, а воздушный зазор по окружности ротора равномерный, что обеспечивает одинаковое протекание процессов во всех трех фазах;
4. Гистерезис и вихревые токи в стали ротора не учитываются;
5. Отсутствуют механические потери в АД (трение в подшипниках и вентиляционные потери), и поэтому момент на валу двигателя равен электромагнитному моменту (это основное допущение в теории электропривода);
6. В формулах (5.2), (5.4) сопротивления взяты без учета намагничивающего контура машины;
7. Реактивные сопротивления статора и ротора не меняются с изменением насыщения двигателя.

Возможность внесения указанных допущений подтверждается тем, что механические характеристики, рассчитанные по уравнению (5.1), достаточно близко совпадают с характеристиками, полученными

ми экспериментально.

Для анализа нерегулируемого электропривода используем Г-образную схему замещения АД (рис. 5.1), где контур намагничивания с намагничивающим током  $I_\mu$  вынесен на зажимы двигателя [4]).

Из схемы (рис. 5.1) следует, что

$$I'_2 = \frac{U_{1\phi}}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r'_2}{S}\right)^2 + (x_1 + x'_2)^2}} \quad (5.5)$$

где  $x_\mu$  и  $r_\mu$  – реактивное и активное сопротивления контура намагничивания;

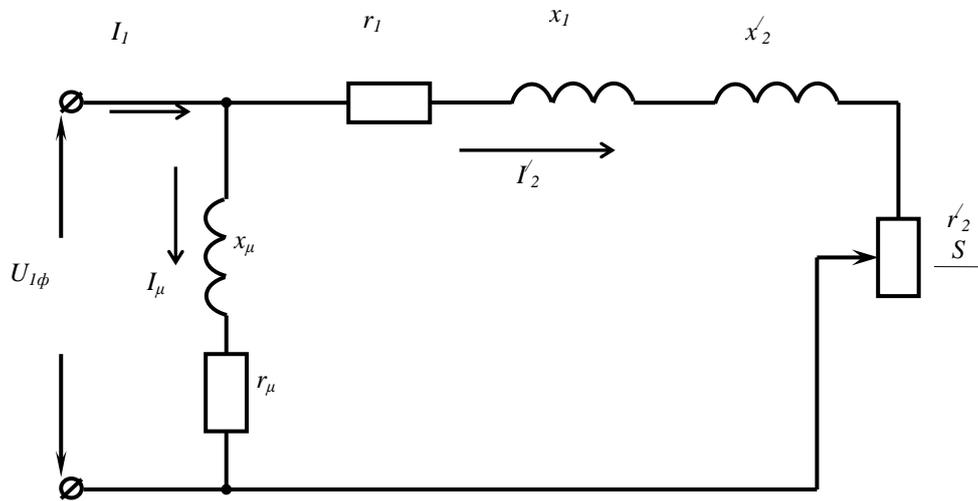


Рис. 5.1

$$x_\mu = x_1 + x'_2; \quad r_\mu = r_1 + \frac{r'_2}{S};$$

$I'_2$  – приведенный к статору ток ротора.

$$I'_2 = I_2 \kappa = I_2 \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \cong I_2 \cdot 0,95 \frac{U_{1н}}{E_{2н}} \quad (5.6)$$

При равенстве электромагнитного ( $M_{эм}$ ) и вращающего ( $M$ ) моментов на валу электромагнитную мощность АД можно представить в виде

$$P = M \cdot \omega_0 \quad (5.7)$$

Эта же мощность может быть выражена так:

$$P = m_1 \cdot I_2'^2 \cdot \frac{r_2'}{S} . \quad (5.8)$$

Из (5.7) и (5.8) следует, что  $M\omega_0 = m_1 I_2'^2 \frac{r_2'}{S}$ , откуда электромагнитный момент АД равен:

$$M = m_1 I_2'^2 \frac{r_2'}{S \cdot \omega_0} . \quad (5.9)$$

Подставляя в (5.9) значение  $r_2'$  из (5.5), получим

$$M = \frac{m_1 U_{1\phi}^2}{(r_1 + \frac{r_2'}{S})^2 + (x_1 + x_2')^2} \cdot \frac{r_2'}{S \omega_0} \quad (5.10)$$

Умножая и деля (5.10) на  $S^2$ , преобразуем это выражение к виду:

$$M = \frac{m_1 U_{1\phi}^2 r_2' S}{\omega_0 [(r_1 S + r_2')^2 + S^2 (x_1 + x_2')^2]} \quad (5.11)$$

Обозначим  $x_1 + x_2' = x_\kappa$  (5.12)

$$M = \frac{m_1 U_{1\phi}^2 r_2' \cdot S}{\omega_0 [(r_1 \cdot S + r_2')^2 + S^2 x_\kappa^2]} . \quad (5.13)$$

Из (5.13) видно, что  $M = f(S)$  – функция экстремальная, так как величина  $S$  входит в числитель и знаменатель в разной степени.

Найдем такое значение  $S = S_\kappa$ , при котором  $\frac{dM}{dS} = 0$ .

$S_\kappa$  – это так называемое *критическое скольжение*, при котором  $M = M_K$  (электромагнитный момент равен *критическому*, или опрокидывающему значению).

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dS} &= \frac{m_1 U_{1\phi}^2 r_2'}{\omega_0} \cdot \frac{(r_1 S + r_2')^2 + S^2 x_\kappa^2 - S [2r_1 r_2' + 2r_1^2 S + 2x_\kappa^2 S]}{[(r_1 S + r_2')^2 + S^2 x_\kappa^2]^2} = \\ &= \frac{m_1 U_{1\phi}^2 r_2'}{\omega_0} \cdot \frac{r_2'^2 - r_1^2 S^2 - x_\kappa^2 S^2}{[(r_1 S + r_2')^2 + S^2 x_\kappa^2]^2} = 0 , \end{aligned}$$

откуда при  $S = S_\kappa$   $r_2'^2 - r_1^2 S_\kappa^2 - x_\kappa^2 S_\kappa^2 = 0$ . (5.14)

Из (5.14) находим:  $r_2'^2 = S_\kappa^2 (r_1^2 + x_\kappa^2)$ ,

откуда

$$S = S_{\kappa} = \pm \sqrt{\frac{r_2'^2}{r_1'^2 + x_{\kappa}'^2}} \quad \text{или}$$

$$S_{\kappa} = \pm \frac{r_2'}{\sqrt{r_1'^2 + (x_1 + x_2')^2}}.$$

Зависимость  $M = f(S)$ , построенная по (5.13) или (5.12), выглядит следующим образом (рис. 5.2).

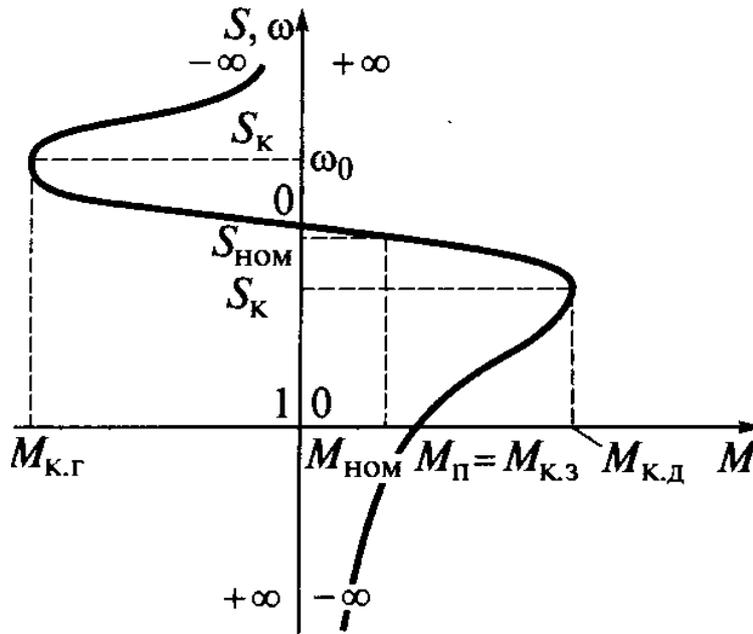


Рис. 5.2

$S_{\kappa}$  – называют критическим скольжением, так как при переходе через значение  $S = S_{\kappa}$  (см. 1-й квадрант на рис. 5.2) величина момента двигателя начинает уменьшаться вследствие уменьшения активной составляющей тока ротора. Подставляя значение  $S = S_{\kappa}$  по (5.3) в выражение (5.11) для  $M$ , получим значение  $M = M_{\kappa}$  для двигательного и генераторного режимов работы (при  $S = +S_{\kappa}$ ,  $M = M_{\kappa Д}$  – двигательный режим работы АД, а при  $S = -S_{\kappa}$ ,  $M = M_{\kappa Г}$  генераторный режим работы АД). После упрощающих преобразований, получается:

$$M_{\kappa Д} = \frac{m_1 U_{1\phi}^2}{2\omega_0 \left( r_1 + \sqrt{r_1'^2 + (x_1 + x_2')^2} \right)}, \quad (5.15)$$

$$M_{\kappa\Gamma} = -\frac{m_1 U_{1\phi}^2}{2\omega_0 \left( \sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2')^2} - r_1 \right)} \quad (5.16)$$

если пренебречь потерями в активном сопротивлении статора (они составляют 0,5-1% мощности АД), то есть принять  $r_1 \approx 0$ , то выражения для  $M_{\kappa\Delta}$  и  $M_{\kappa\Gamma}$  упрощаются:

$$M_{\kappa\Delta} = M_{\kappa\Gamma} = M_{\kappa} = \pm \frac{m_1 U_{1\phi}^2}{2\omega_0 (x_1 + x_2')} \quad (5.17)$$

Если разделить выражение (5.13) на (5.15) и провести преобразования, то можно получить другую форму для механической характеристики, называемой также формулой Клосса

$$\frac{M}{M_{\kappa}} = \frac{2(1 + \varepsilon)}{\frac{S}{S_{\kappa}} + \frac{S_{\kappa}}{S} + 2\varepsilon} \quad (5.18)$$

$$q = 2\varepsilon = 2 \frac{r_1}{r_2'} \cdot S_{\kappa}$$

где

В практике решения различных задач в теории электропривода чаще всего пользуются так называемым *упрощенным уравнением Клосса*, которое получается из полного уравнения (5.18), если пренебречь малым значением потерь в сопротивлении статора и принять

$$r_1 \approx 0, \quad q = 2 \frac{r_1}{r_2'} \cdot S_{\kappa} \cong 0 \quad . \text{ Тогда}$$

$$S_{\kappa} = \pm \frac{r_2'}{x_1 + x_2'} ; \quad (5.19)$$

$$M_{\kappa} = \pm \frac{m_1 \cdot U_{1\phi}^2}{2\omega_0 (x_1 + x_2')} , \quad (5.20)$$

$$M = \frac{2M_{\kappa}}{\frac{S}{S_{\kappa}} + \frac{S_{\kappa}}{S}} \quad (5.21)$$

Механическая характеристика АД по уравнению (5.21), ее ха-

рабочие точки и режимы показаны на рисунке 5.3. Характерными точками механической характеристики АД является точка номинального режима ( $M_H, S_H, \omega_H$ ), точка критического момента и критического скольжения ( $M_K, S_K$ ), а также точки пускового момента ( $M_{\Pi}, S=1, \omega=0$ ) и идеального холостого хода ( $M=0, S=0, \omega_0$ ).

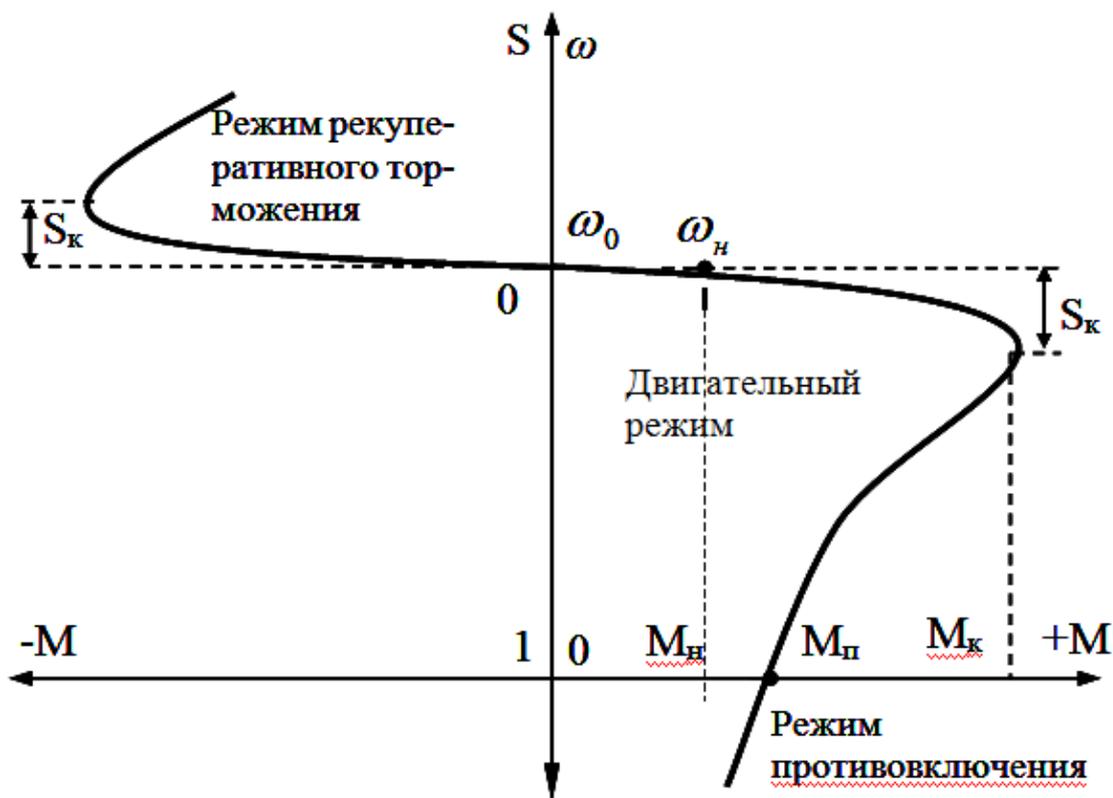


Рис. 5.3

Рабочим участком механической характеристики АД является участок с отрицательной жесткостью, то есть участок характеристики с изменением скольжения от  $S=0$  до  $S=S_K$  (теоретически), так как при  $S>S_K$  работа АД становится неустойчивой (при  $M_C=const$ ).

Электромеханическая характеристика АД, то есть зависимость скорости АД, в функции тока ротора  $\omega = f(I_2)$  показана на рисунке 5.4. Уравнение для построения электромеханической характеристики из механической выводится из соотношения для определения потерь  $\Delta P_2$

в роторе АД:

$$\Delta P_2 = 3I_2^2 r_2' = M \Delta \omega = M \omega_0 S, \quad (5.22)$$

откуда

$$I_2 = \sqrt{\frac{M \omega_0 S}{3r_2'}}. \quad (5.23)$$

Или в соответствии с рис.5.4

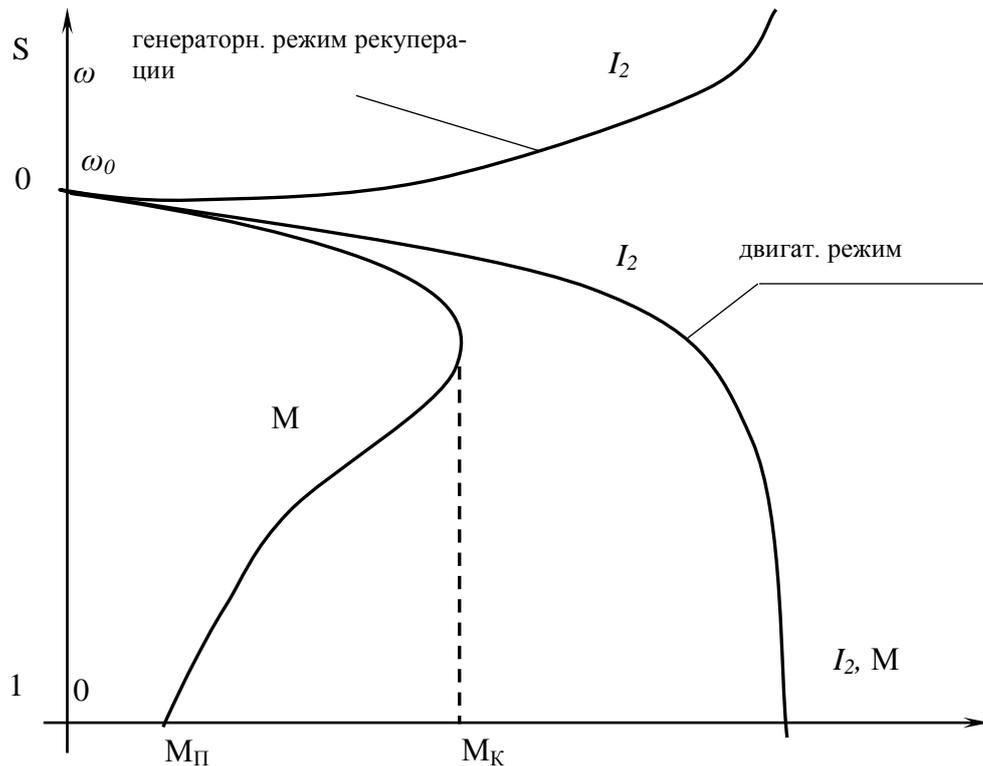


Рис. 5.4

$$I_2' = \frac{U_{1\phi}}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2'}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2')^2}}$$

Характеристика  $\omega = f(I_2)$  при  $\omega > \omega_0$  и при  $\omega < \omega_0$  не является зеркальным отображением. Действительно, при расчете  $I_2$  при  $S > 0$  (то есть при  $\omega < \omega_0$  в двигательном режиме и режиме противовключе-

ния) необходимо учитывать  $\left(r_1 + \frac{r_2'}{S}\right)^2$ , а при  $S < 0$  (то есть при  $\omega > \omega_0$  в генераторном режиме с рекуперацией энергии в сеть) необходимо учитывать  $\left(r_1 - \frac{r_2'}{S}\right)^2$ . Это и определяет различный характер зависимости  $I_2(S)$  при скоростях больших или меньших  $\omega_0$ .

## 6. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ С СИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

### 6.1. Общие сведения

Синхронные двигатели используются для шаровых мельниц, для крупных вентиляционных установок, эксгаустеров (отсасывающих вентиляторов) в агломерационных установках и мартеновских печах, для привода цементных мельниц, крупных компрессоров и других установок, где при длительном режиме работы можно получить существенную экономию электроэнергии за счет большого коэффициента мощности в таких электроприводах.

Синхронные двигатели выпускаются на мощности от 300 кВт до 22000 кВт с напряжением 6 и 10 кВ.

*Основные преимущества СД:*

1. Высокий КПД (0,94-0,98) и коэффициент мощности ( $\cos \varphi$ ), который в перевозбужденной машине может быть опережающим. Такие СД используются как компенсаторы реактивной мощности;

2. Большая перегрузочная способность ( $\lambda = M/M_H$ ), которая кратковременно может быть повышена при увеличении магнитного потока возбуждения СД;

3. Большой воздушный зазор. Это повышает надежность СД и практическую стабильность магнитного сопротивления в зазоре при изнашивании подшипников;

4. Электромагнитный момент СД пропорционален  $U_1$ , а не  $U_1^2$

(как у АД), что положительно сказывается при снижении напряжения в питающей сети.

*Недостатки СД:*

1. Значительно большая стоимость СД по сравнению с АД той же мощности и скорости. Это объясняется большей сложностью самого СД, а также более дорогой системой управления пуском СД;

2. Сложность системы управления пуском СД и системы защитных устройств, предотвращающих аварийные ситуации.

В последнее время разработаны мощные преобразователи частоты с вентильными ключами. Использование таких устройств для частотного регулирования (понижения) скорости СД в небольших пределах позволяет получить значительную экономию электроэнергии.

## **6.2. Механическая и угловая характеристики синхронного двигателя.**

Синхронная угловая скорость ( $\omega_0$ ) СД определяется частотой питания статора ( $f_1$ ) и числом пар его полюсов ( $p$ ):

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p} \quad (6.1)$$

Эта скорость остается постоянной при работе в установившемся режиме с ростом нагрузки на валу, не превышающей максимального момента  $M_{МАКС}$ , определяемого параметрами и конструкцией СД.

Поэтому механическая характеристика СД имеет вид прямой линии, параллельной оси абсцисс при  $\omega = \omega_0 = const$ . Если нагрузка на валу превышает значение  $M_{МАКС}$ , то СД выходит из синхронизма и останавливается.

При изменениях (пульсации) нагрузки на валу СД в установившемся режиме мгновенные значения скорости колеблются около некоего среднего значения за счет изменения угла  $\theta$  между векторами напряжения и ЭДС синхронной машины. Эти колебания мгновенной скорости важны лишь при работе СД на пульсирующую нагрузку

(например, для привода поршневого компрессора), так как могут привести к неустойчивой работе электропривода [3].

Вопрос устойчивости работы СД и значение допустимого для него  $M_{МАКС}$  решается по так называемой *угловой характеристике* – зависимости  $M=f(\Theta)$ . Углу  $\Theta$  между векторами  $U$  и  $E$  соответствует пространственный угол сдвига между осью результирующего магнитного поля СД и осью его полюсов (углу вылета), причем этот угол в  $p$  раз меньше угла  $\Theta$  ( $p$  – число пар полюсов).

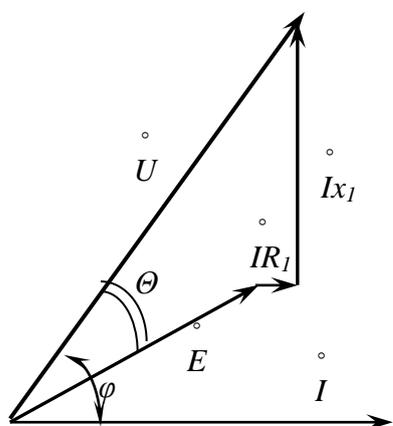


Рис. 6.1

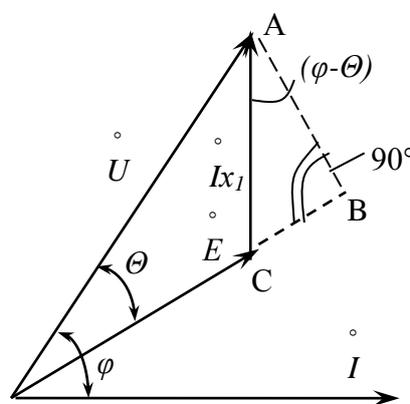


Рис. 6.2.

Уравнение угловой характеристики  $M=f(\Theta)$  получается из рассмотрения векторной диаграммы СД.

На рисунке 6.1 показана такая векторная диаграмма неявнополюсной машины (полная диаграмма Blondela).

При пренебрежении весьма малой величины  $R_l$  (сопротивление фазы обмотки статора) получается так называемая упрощенная диаграмма Blondela (рис. 6.2). По этой диаграмме выводится уравнение угловой характеристики СД –  $M=f(\Theta)$ . При  $R_l=0$  можно считать, что электромагнитная мощность СД равна мощности, подводимой к двигателю, то есть без учета потерь в статоре:

$$P=3UI\cos \varphi. \quad (6.2)$$

Из векторной диаграммы рис. 6.2 следует:

$$U\cos \varphi = E \cos(\varphi - \theta), \quad (6.3)$$

где  $U^*$  и  $E^*$  – фазные значения напряжения и ЭДС статора.

Из треугольника  $ABC$  получим:

$$\cos(\varphi - \theta) = \frac{AB}{AC} = U \sin \theta / I x_1.$$

Проведя простейшие преобразования, получим выражения для электромагнитной мощности и электромагнитного момента СД

$$P = \frac{3UE}{x_1} \cdot \sin\Theta \quad (6.4)$$

$$M = \frac{P}{\omega_0} = \frac{3UE}{\omega_0 x_1} \cdot \sin\Theta \quad (6.5)$$

или

$$M = M_{\text{МАКС}} \cdot \sin\Theta$$

По выражению (6.4) строится угловая характеристика СД, показанная на рисунке 6.3.

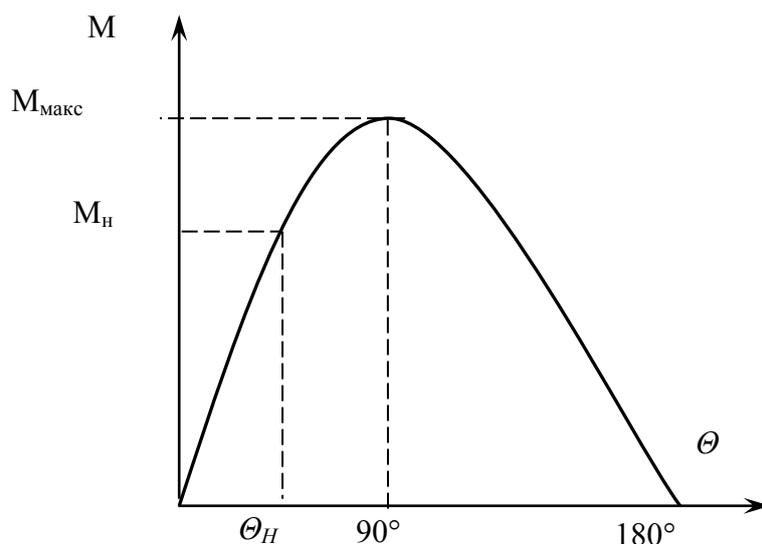


Рис. 6.3.

Из диаграммы рисунке 6.2 видно, что с ростом нагрузки угол  $\Theta$  возрастает, увеличивается и момент, развиваемый двигателем, чтобы соответствовать возросшей нагрузке на валу и обеспечить условия устойчивой работы. При  $\Theta > 90^\circ$  условия устойчивой работы СД нарушаются, так как с ростом нагрузки угол  $\Theta$  продолжает возрастать, а момент, развиваемый двигателем, уменьшается. Поэтому СД выходит из синхронизма. Левая часть угловой характеристики

$M=f(\Theta)$  является ее рабочей частью, а правая часть – это характеристики неустойчивой работы. СД конструируются таким образом, что номинальному моменту двигателя  $M_H$  соответствует угол  $\theta_H = 25 - 30^\circ$ .

В необходимых случаях перегрузочная способность СД может быть кратковременно увеличена за счет увеличения возбуждения машины, роста ее магнитного потока и ЭДС  $E$ . При этом увеличится и развиваемый СД максимальный момент, как это видно из соотношения (6.5). Такое “перевозбуждение” СД возможно лишь кратковременно во избежание перегрева обмотки возбуждения на роторе. Кратковременное увеличение перегрузочной способности СД используется при ударном повышении момента сопротивления на валу (например, при входе металла в прокатную клетку непрерывного стана с приводом от СД). СД может работать и в режиме рекуперации в сеть, то есть синхронным генератором параллельно с сетью (рис. 6.4).

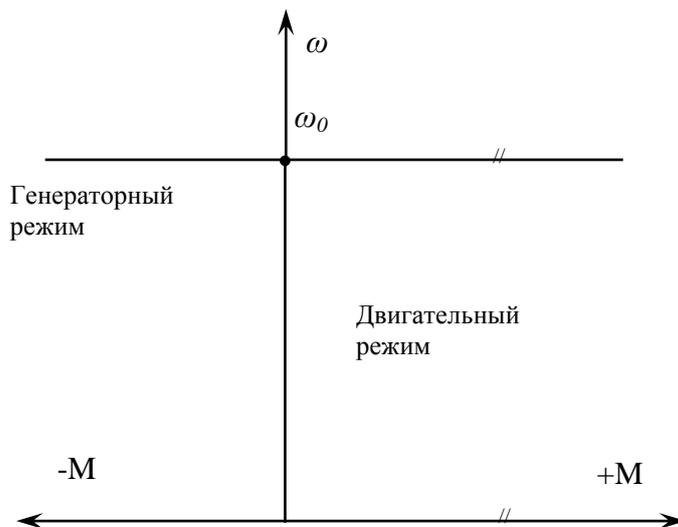


Рис. 6.4

Так как мощные СД имеют большие моменты инерции, то торможение их на выбеге при отключении от сети, проходит очень медленно (минуты или десятки минут). Для ускорения остановки СД применяется режим динамического торможения со схемой, показанной на рисунке 6.5.

Статор СД отключается от сети и подключается к специальному

сопротивлению, на котором происходит рассеивание энергии, запасенной во вращающихся массах двигателя. Возбуждение СД при этом не отключается, чтобы можно было создать ЭДС в статоре, продолжающем вращаться, пересекая магнитное поле, создаваемое обмоткой возбуждения на роторе.

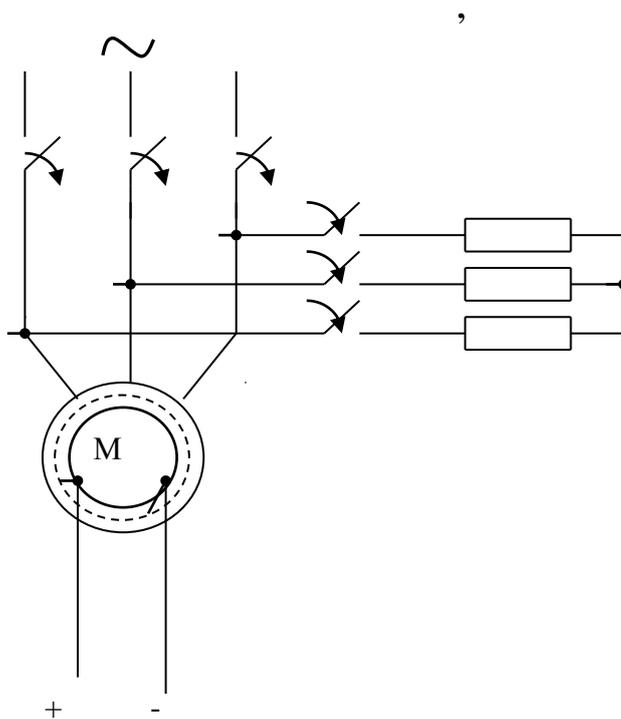


Рис. 6.5.

### 6.3. Пуск синхронных двигателей

Для пуска современных синхронных двигателей используется метод асинхронного пуска. Для этого синхронные двигатели снабжены специальной короткозамкнутой беличьей клеткой, как у асинхронных машин. С помощью асинхронного пуска СД разгоняется до подсинхронной скорости  $\omega_{ПС}=0,95\omega_0$ , до скольжения  $S=0,05$ . Момент, развиваемый СД при подсинхронной скорости (см. рис. 3.56) называется входным моментом ( $M_{ВХ}$ ).

Если при  $M=M_{ВХ}$  в обмотку возбуждения СД подано возбуждение, то двигатель втягивается в синхронизм, после чего исчезает пус-

ковой ток в короткозамкнутой пусковой обмотке.

Как видно из рисунка 6.6, при различном сопротивлении короткозамкнутой пусковой обмотки СД меняется жесткость механических асинхронных характеристик,

В высоковольтных (3-10 кВ) СД для подключения статора к сети используются масляные выключатели. Подача возбуждения на обмотку ротора СД производится от тиристорного преобразователя, которые значительно дешевле и надежнее электромашинных возбуждителей. Кроме того, они обеспечивают существенно меньшую инерционность при форсировках возбуждения. На рисунке 6.7 показана схема тиристорного возбуждения СД.

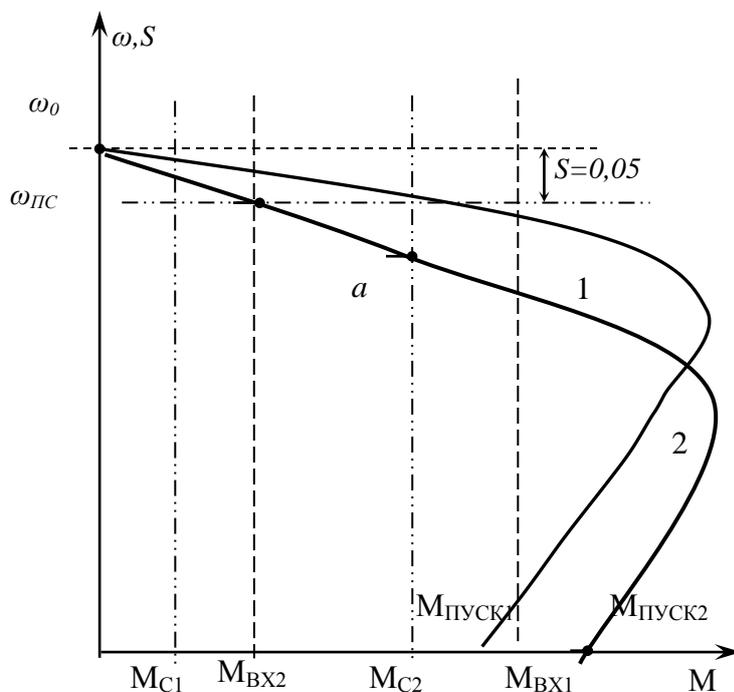


Рис. 6.6.

При пуске двигателя в асинхронном режиме напряжение тиристорного преобразователя  $U_Z$  равно нулю. В обмотке возбуждения индуцируется переменная э.д.с. скольжения, под действием которой через стабилитроны  $VD$  открываются вспомогательные тиристоры  $VS$ , и обмотка возбуждения закорачивается на разрядное сопротивление  $R$ . Когда двигатель достигает подсинхронной скорости, э.д.с.

скольжения становится малой, стабилитроны запираются, и тиристоры VS отключают разрядное сопротивление, после чего в обмотку возбуждения подается постоянный ток от преобразователя UZ.

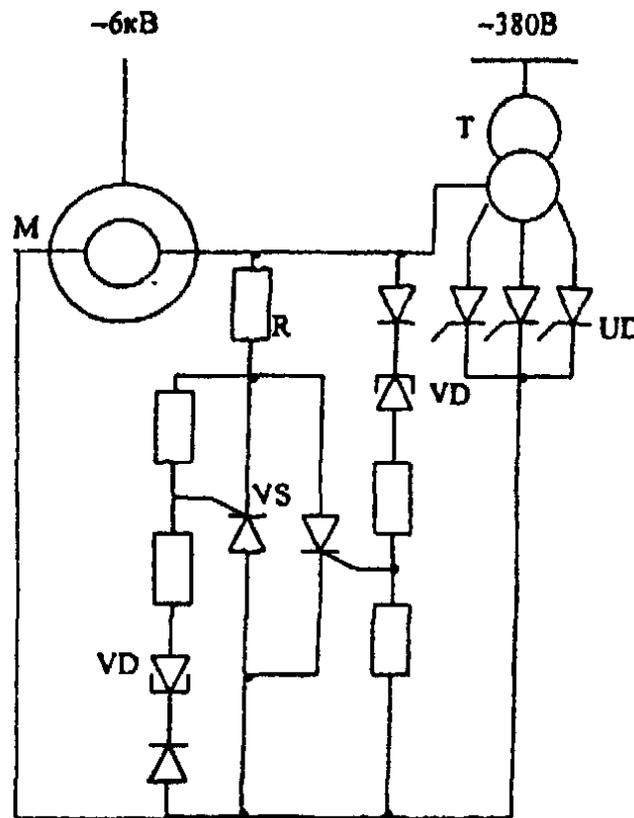


Рис.6.7.

## 7. РЕГУЛИРОВАНИЕ КООРДИНАТ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ.

### 7.1. Общие сведения

Как известно, показателями, характеризующие способы регулирования координат электропривода в статике, являются: точность, диапазон, плавность, жесткость, экономичность и направления регулирования. Для динамики этими показателями являются: быстродействие, перерегулирование и длительность переходного процесса.

На практике находит достаточно широкое применение регулирование координат в разомкнутой системе, осуществляемое изменением параметров и управляющих воздействий, определяющих искусственные механические характеристики электропривода.

## 7.2. Резисторное регулирование

### 7.2.1. Двигатели постоянного тока

Этот способ применяется при невысоких требованиях к показателям качества регулирования скорости, отличаясь в то же время универсальностью и простотой реализации, когда скорость  $\omega_0$  не зависит от  $R_{\text{д}}$ .

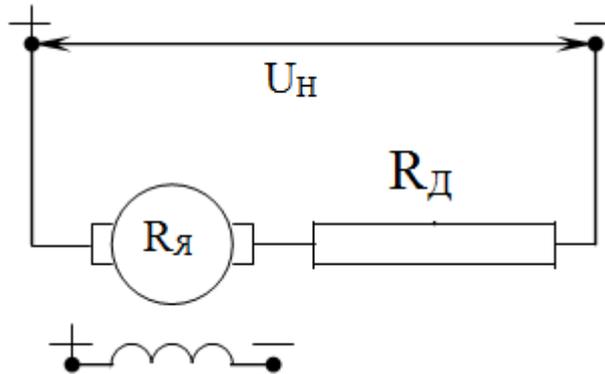


Рис.7.1

Введение добавочного резистора приводит к снижению средней скорости от  $\omega_{\text{ср.мах}}$  на естественной характеристике 1 до  $\omega_{\text{ср}}$  на реостатной характеристике 2, при этом, если  $M_{\text{с}}=M_{\text{ср}}=\text{const}$ , скорость электропривода поддерживается постоянной  $\omega=\omega_{\text{ср}}=\text{const}$ . Однако изменения статической нагрузки в пределах от  $M_{\text{смах}}$  до  $M_{\text{смин}}$  вызывают абсолютную ошибку регулирования

$$\Delta\omega_{\text{мах}} = (\omega_{\text{мах}} - \omega_{\text{мин}})/2 = (M_{\text{смах}} - M_{\text{смин}})/2\beta_{\text{и}} \quad (7.1)$$

где  $\beta_{\text{и}}$  - модуль жесткости искусственной характеристики. Соответствующее значение относительной ошибки

$$\Delta\omega_{\text{мах}}/\omega_{\text{ср}} = (M_{\text{смах}} - M_{\text{смин}})/2\beta_{\text{и}} \cdot \omega_{\text{ср}} \quad (7.2)$$

Из выражений (7.1) и (7.2) следует, что абсолютная и относительная ошибки регулирования по мере увеличения сопротивления  $R_{\text{доб}}$  увеличиваются, причем особенно быстро увеличивается относительная ошибка, так как при увеличении  $R_{\text{доб}}$  уменьшаются и  $\beta_{\text{и}}$  и  $\omega_{\text{ср}}$  [5].

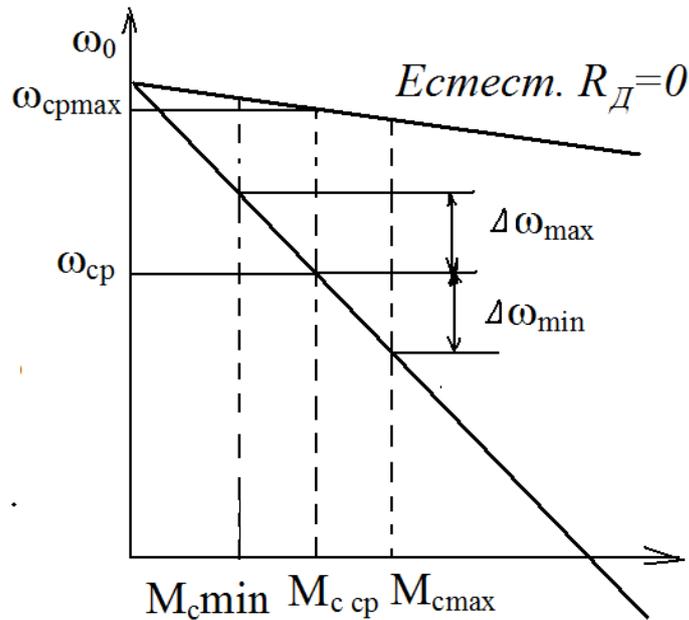


Рис.7.2.

Возможный диапазон регулирования (рис.7.2) при заданной точности в этом случае будет

$$D = 2\beta_{и} \omega_{н} (\Delta\omega_{max} / \omega_{ср})_{доп} / (M_{сmax} - M_{сmin}) \quad (7.3)$$

Соотношение (7.4) свидетельствует о том, что при реостатном регулировании при широких пределах изменения нагрузки возможный диапазон регулирования скорости невелик даже при невысокой требуемой точности регулирования. Практически при реостатном регулировании возможный диапазон регулирования скорости ограничивается значениями  $D=1,5-2$ .

К реостатному регулированию скорости электропривода постоянного тока относится также регулирование, получаемое при шунтировании цепи якоря добавочным сопротивлением. Шунтирование якоря двигателя с независимым возбуждением используется для простого способа получения жестких механических характеристик при малых скоростях двигателя и при ограниченном диапазоне регулирования ( $D=2-3/1$ ).

Шунтирование якоря и обмотки последовательного возбуждения применяется для получения механических характеристик двигателей с последовательным возбуждением в подъемных механизмах.

Механические и электромеханические характеристики электропривода постоянного тока при изменении магнитного потока двигателя были рассмотрены ранее. При этом ослабление магнитного потока при значительных нагрузках на валу двигателя может вызвать явление *опрокидывания* регулирования, то есть уменьшение скорости двигателя. При ослаблении магнитного потока жесткость механических характеристик уменьшается, уменьшатся и возможный диапазон регулирования.

### 7.2.2. Двигатели переменного тока

Асинхронные двигатели обладают при резисторном регулировании существенными недостатками – незначительная плавность и низкие экономические показатели.

Потери мощности  $\Delta P$  в АД можно следующим образом:

где  $P_1$  – мощность забираемая из сети;

$P_2$  – полезная мощность на валу двигателя.

Потери в двигателе можно представить следующим образом:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = M\omega_0 - M\omega = M(\omega_0 - \omega) \frac{\omega_0}{\omega_0} = P_s \quad (7.4)$$

где  $P_1$  – мощность забираемая из сети;

$P_2$  – полезная мощность на валу двигателя.

Таким образом потери в АД выражаются аналогично потерям в двигателе постоянного тока по выражению. Реостатное регулирование скорости АД осуществляется при введении сопротивлений в цепь ротора. Как и для двигателей постоянного тока, при введении сопротивлений в ротор значительно уменьшается жесткость механических характеристик АД на рабочем участке ( $0 < M < 0.85M_k$ ).

Реостатное регулирование с использованием ступеней сопротивления в цепи якоря двигателя постоянного тока или в цепи ротора АД, а так же силовой коммутационной аппаратуры увеличивает стоимость электропривода.

Снизить стоимость и повысить плавность реостатного регулирования скорости можно при использовании импульсного регулирования.

На рисунке 7.3 показана диаграмма изменения сопротивления цепи якоря двигателя при различной величине скважности управляющего импульса

$$\gamma = \frac{t_3}{T_K}$$

Период коммутации

$$T_K = t_p + t_3, \quad (7.5)$$

где  $t_p$  – время разомкнутого состояния ключа  $K$ ,

$t_3$  – время замкнутого состояния ключа  $K$ .

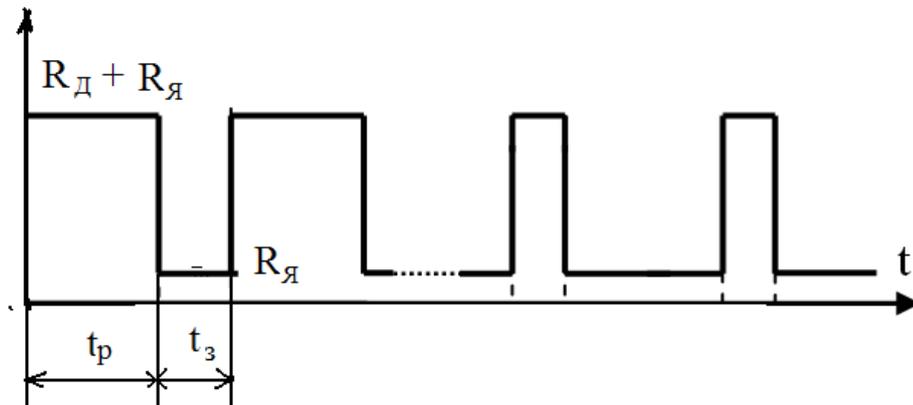


Рис. 7.3.

При импульсном регулировании двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (рис. 7.4) в цепь якоря двигателя включена только одна ступень регулировочного сопротивления  $R_{доб}$ , которое может периодически закорачиваться ключом  $VT$ .

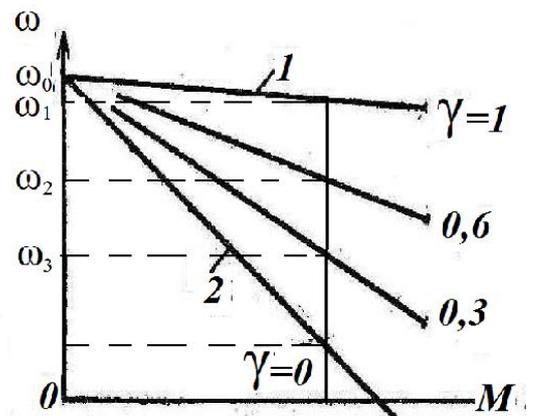
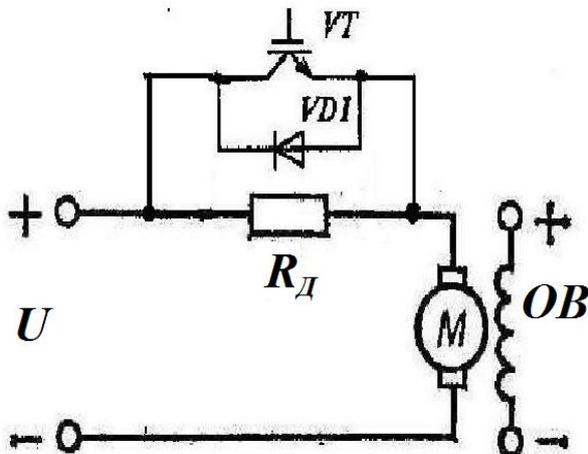


Рис. 7.4.

С учетом коэффициента скважности получим следующее уравнение механических характеристик двигателя постоянного тока с независимым возбуждением при импульсном регулировании скорости:

$$\omega = \omega_0 \frac{M}{(C\Phi_H)^2} \cdot [r_{я} + (1-\gamma)R_{доб}]. \quad (7.6)$$

Для осуществления автоматического реостатного регулирования скорости асинхронного двигателя может быть использована система релейного регулирования момента (рис.7.5), если ее дополнить отрицательной обратной связью по скорости [6].

Уравнение механической характеристики электропривода в статике в замкнутой системе регулирования можно записать на основе линеаризации зависимости

$$\omega = \omega_0 - M / \beta \quad (7.7)$$

где  $\omega_0 = U_{зс} / k_{ос}$ ;  $\beta = k_{ос} k_{рс} k_M / k_{от}$

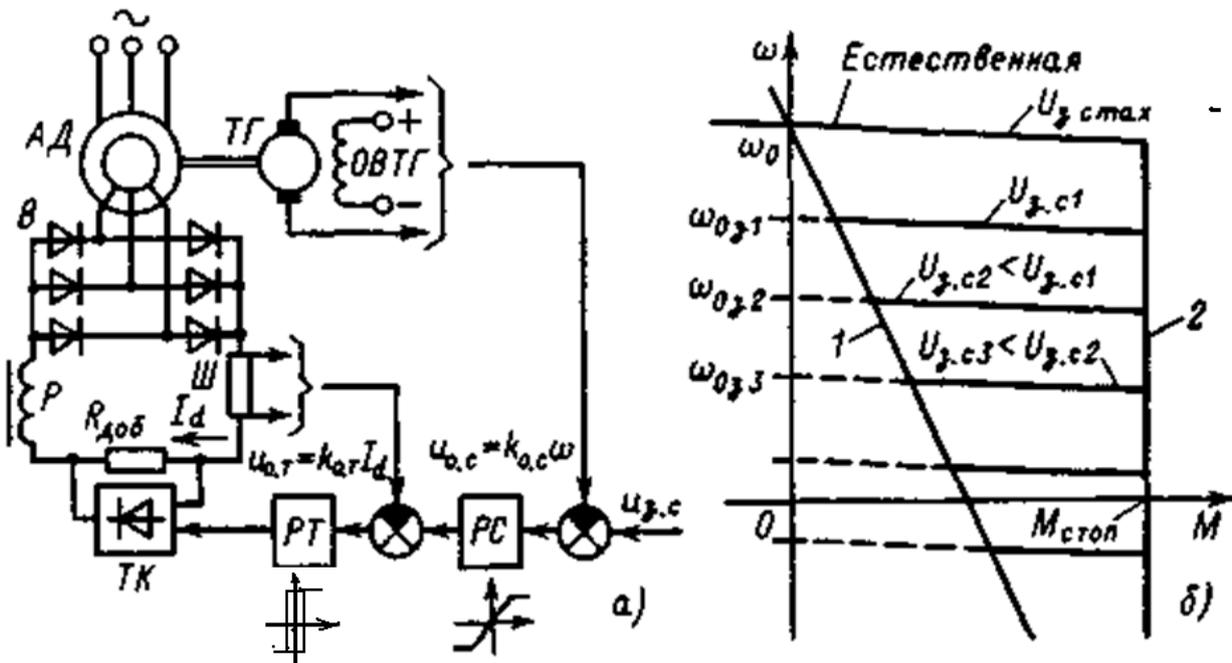


Рис. 7.5.

### 7.3. Амплитудное регулирование скорости

#### 7.3.1. Электроприводы постоянного тока.

##### Система генератор-двигатель (Г-Д).

Системы Г-Д применяются в тех случаях, когда необходимо плавное регулирование скорости в относительно небольшом диапазоне. На рисунке 7.6 показана простейшая принципиальная схема электропривода по системе Г-Д. Возбуждение генератора G и двигателя M производится соответственно обмотками возбуждения от возбудителя В. Электромашинный преобразовательный агрегат состоит из приводного двигателя АД, который приводит во вращение генератор постоянного тока G. К выводам якоря генератора подключен якорь двигателя M. При необходимости управления полем двигателя M его обмотка возбуждения может быть также снабжена индивидуальным управляемым возбудителем.

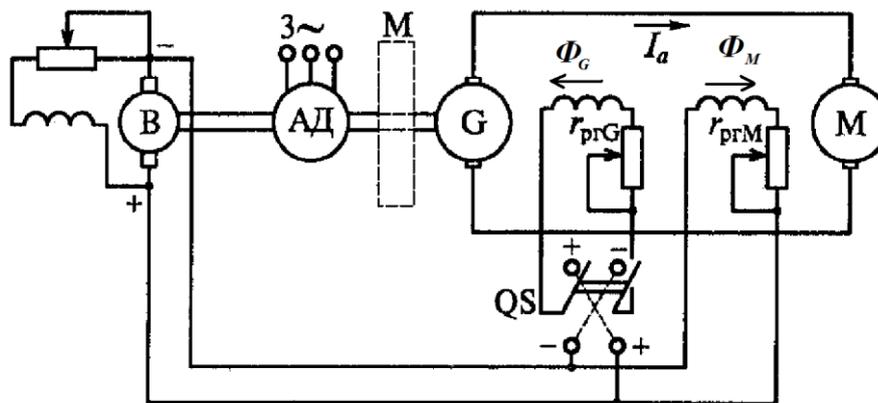


Рис. 7.6.

Уравнение механической характеристики электропривода, управляемого по системе Г-Д имеет вид

$$\omega = \frac{E_G}{c} - \frac{M(R_G + R_M)}{c^2} \quad (7.8)$$

где  $E_G$  – напряжение генератора G;

$R_G, R_M$  – сопротивления якоря генератора и двигателя.

Механические характеристики двигателя в системе Г-Д показаны на рисунке 7.7. В первой зоне регулирования (характеристики 1,2,3) за счет изменения  $\Phi_G$  при  $\Phi_M = \text{Const}$  можно получить диапа-

зон регулирования скорости вниз  $D_1 = 10/1$ .

Во второй зоне регулирования (характеристики 4,5,6) при  $\Phi_G = \text{Const}$  и  $\Phi_M = \text{Var}$  за счет ослабления магнитного потока двигателя можно обеспечить регулирование вверх в диапазоне  $D_2 = 2-3/1$ . Верхний предел скорости двигателя ограничен условиями нормальной (без искровой) коммутации.

При неизменной статической нагрузке  $M_C$  при ослаблении  $\Phi_D$  растет ток якоря в двигателе, что при чрезмерном ослаблении потока приведет к появлению искрения в коллекторе

Нижний предел регулирования скорости ограничен величиной остаточного напряжения генератора, которое составляет  $E_G = 0,06E_{GN}$ . Кроме того, при малых напряжениях генератора падение напряжения в якорной цепи становится соизмеримым с напряжением на зажимах генератора, и поэтому работа двигателя становится неустойчивой (даже при не больших колебаниях нагрузки возможны резкие колебания скорости двигателя вплоть до остановки его).

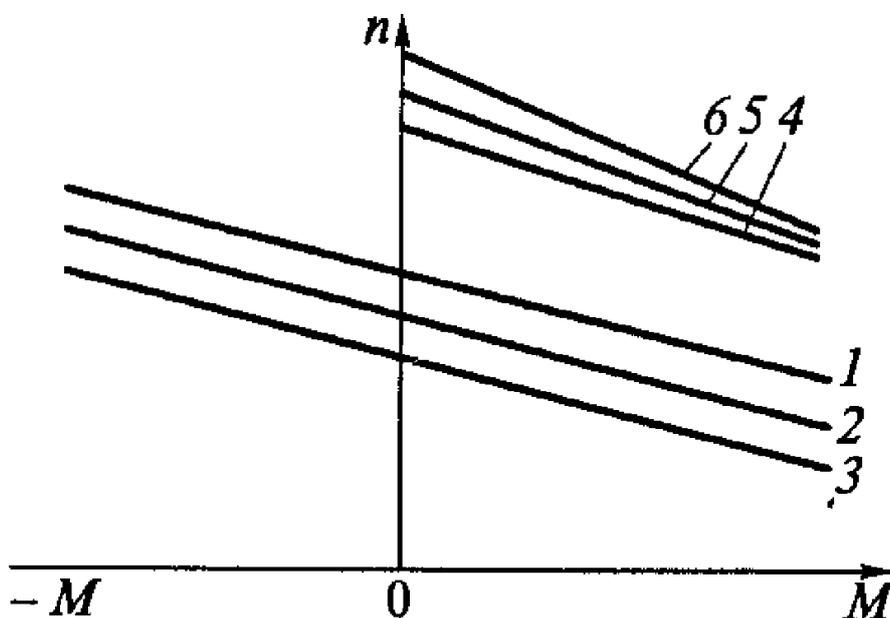


Рис. 7.7.

При малых  $\Phi_G$  и  $E_G$  на устойчивость работы двигателя сильно влияет также размагничивающее действие реакции якоря генератора.

Таким образом полный диапазон регулирования скорости двига-

теля в системе Г-Д составит

$$D = D_1 \cdot D_2 = \frac{10}{1} \cdot \frac{2 \div 3}{1} = \frac{20 \div 30}{1}.$$

*Система тиристорный преобразователь – двигатель (ТП-Д).*

Широкое распространение ТП-Д получили благодаря ряду их *преимуществ* по сравнению с электроприводами по системе Г-Д, а именно:

- 1) Большая экономия меди и черных металлов (в 2-2,5 раза) при равной мощности сравниваемых электроприводов;
- 2) Меньшая стоимость оборудования: ~ 25% при  $P_H=300-500$  кВт; до 40% при  $P_H \approx 1000$  кВт; до 50-60% при  $P_H > 1000$  кВт;
- 3) ТП-Д занимает меньше места, чем система Г-Д,
- 4) КПД значительно больше из-за меньшего падения напряжения в выпрямительном элементе.
- 5) Практическая безынерционность системы управления
- 6) Несоизмеримо меньшая по сравнению с системой Г-Д мощность управления;
- 7) Системы ТП позволяют получить практически любые требуемые механические характеристики двигателя (при наличии соответствующих обратных связей в системе управления).

Схема системы ТП-Д представлена на рис.6.10,а. Двигатель постоянного тока получает питание от тиристорного преобразователя ТП, который преобразует напряжение сети переменного тока  $U_c$  в выпрямленное напряжение  $U$ , приложенное к цепи якоря двигателя. Для сглаживания пульсаций тока в цепь якоря введен сглаживающий реактор  $LR$ . Выпрямленное напряжение  $U$  зависит от угла регулирования  $\alpha$ , противоЭДС нагрузки, тока нагрузки, падений напряжения на элементах силовой цепи преобразователя.

Внешняя характеристика тиристорного преобразователя близка к линейной только при непрерывном токе нагрузки. При этом процессы в цепи выпрямленного тока определяются средними значениями напряжения и тока, что позволяет без большой погрешности представить преобразователь в качестве источника питания с ЭДС  $E_n$  и внутренним сопротивлением  $R_n$ .

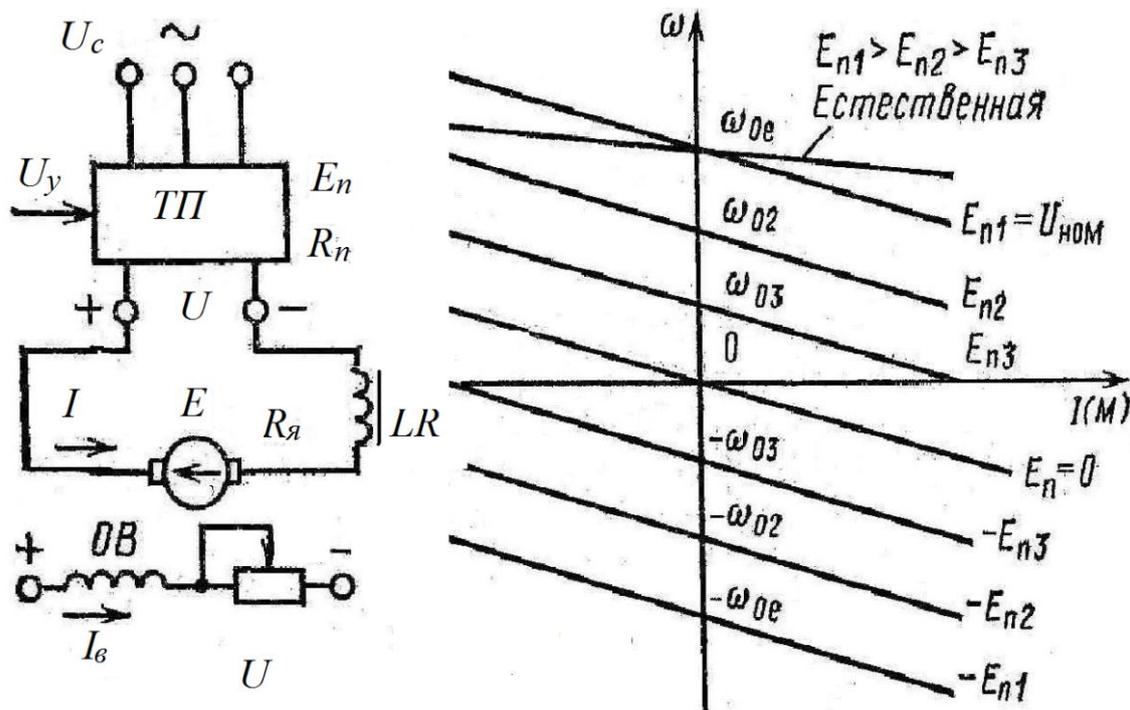


Рис. 7.8.

Напряжение на выходе ТП в разомкнутой схеме (рис. ) при наличии внутреннего сопротивления имеет вид

$$U = E_n - IR_n \quad (7.9)$$

Уравнение механической двигателя постоянного тока в этом случае будет

$$\omega = \frac{k_{\pi} U_{\pi}}{c} - \frac{M(R_{\text{я}} + R_{\pi})}{c^2} \quad (7.10)$$

При изменении  $E_n$  пропорционально изменяется скорость идеального холостого хода  $\omega_0$ , а искусственные характеристики (рис. 7.8), оставаясь линейными и параллельными друг другу, имеют по сравнению с естественной характеристикой больший наклон из-за наличия сопротивления  $R_{\pi}$ , а естественная характеристика соответствует питанию двигателя от источника с нулевым внутренним сопротивлением. Характеристики располагаются во всех четырех квадрантах параллельно друг другу; при  $E_n = 0$  ДПТ работает в режиме динамического торможения.

### Замкнутая система регулирования

Характеристики разомкнутых ЭП в системе преобразователь-

двигатель (П - Д) имеют малую жесткость в следствии значительного внутреннего сопротивления преобразователя. В замкнутой системе П – Д можно получить более жесткие характеристики с большим диапазоном и точностью регулирования. Использование различных обратных связей при регулировании скорости и тока в замкнутых системах позволяют добиться выше поставленных целей [8].

а) Замкнутая система с отрицательной обратной связью по скорости (рис. 7.9)

Сигнал обратной связи  $U_{mг} = \gamma\omega$  и сигнал задания скорости  $U_{з.с}$  и их разность в виде сигнала рассогласования (ошибки)  $U_{вх}$  подается на вход дополнительного усилителя  $У$ , который с коэффициентом  $k_y$  усиливает сигнал рассогласования и подает его в виде сигнала управления  $U_y$  на вход преобразователя  $П$ .

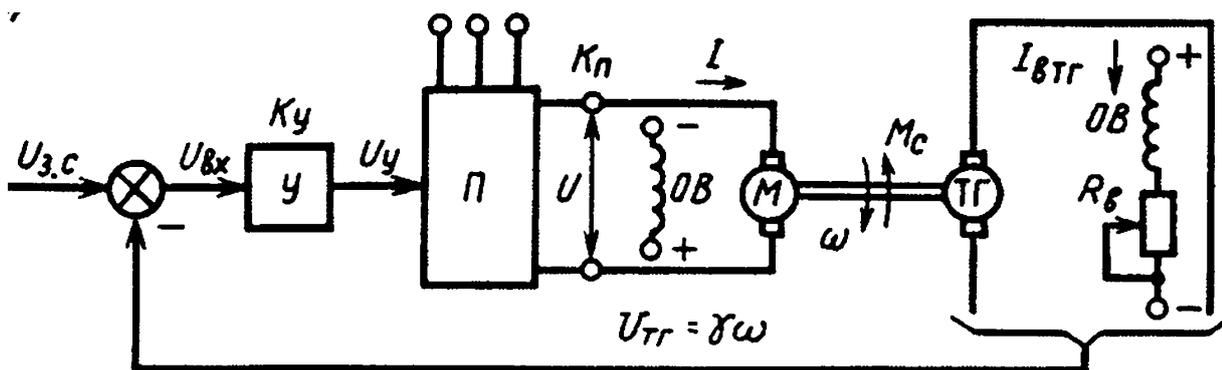


Рис. 7.9.

В соответствии со схемой на рис.7.9 можно записать следующие выражения

$$U_{вх} = U_{з.с} - \gamma\omega; \quad U_y = k_y U_{вх}; \quad E_n = k_n U_y \quad (7.11)$$

где  $E_n$  и  $k_n$  ЭДС и коэффициент усиления преобразователя П.

Используя выражения (7.10) и (7.11), и проведя соответствующие преобразования получим формулы электромеханической и механической характеристик в замкнутой системе регулирования

$$\omega = \frac{k_y k_n U_{з.с}}{c(1+k_c)} - \frac{I(R_a + R_n)}{c(1+k_c)} = \omega_0 - \square \omega \quad (7.12)$$

$$\omega = \frac{k_y k_n U_{з.с}}{c(1+k_c)} - \frac{M(R_a + R_n)}{c^2(1+k_c)} = \omega_0 - \square \omega \quad (7.13)$$

где  $k_c = \gamma k_y k_n / c$  – общий коэффициент усиления системы.

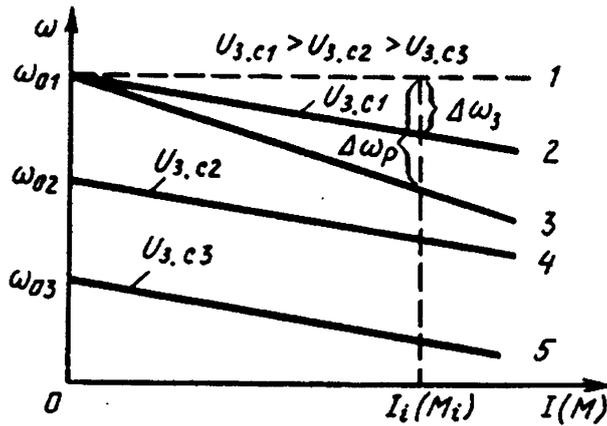


Рис. 7.10.

Данные характеристики приведены на рис. 7.10. Сравнение характеристик при одном и том же токе или моменте показывают всегда жесткость в замкнутой системе больше жесткости характеристик в разомкнутой системе.

б) Замкнутая система с отрицательной обратной связью по току (рис. 7.11).

Сигнал обратной связи  $U_{o.m.}$  поступает на узел токоограничения УТО, вместе с сигналом задания тока  $U_{з.м.}$ , определяющим уровень тока отсечки  $I_{омс}$ .

В узле УТО при токе в якоре меньше заданного тока отсечки, т.е. пока  $I \leq I_{омс}$ , сигнал обратной связи на выходе УТО равен нулю и электропривод в диапазоне тока якоря от 0 до  $I_{омс}$  является разомкнутым и имеет характеристики, изображенные в зоне I (рис.7.11,б). При  $I > I_{омс}$  на выходе УТО появляется сигнал отрицательной обратной связи  $U_{ом} = \beta I$  становится замкнутым и электропривод начинает работать в в зоне II.

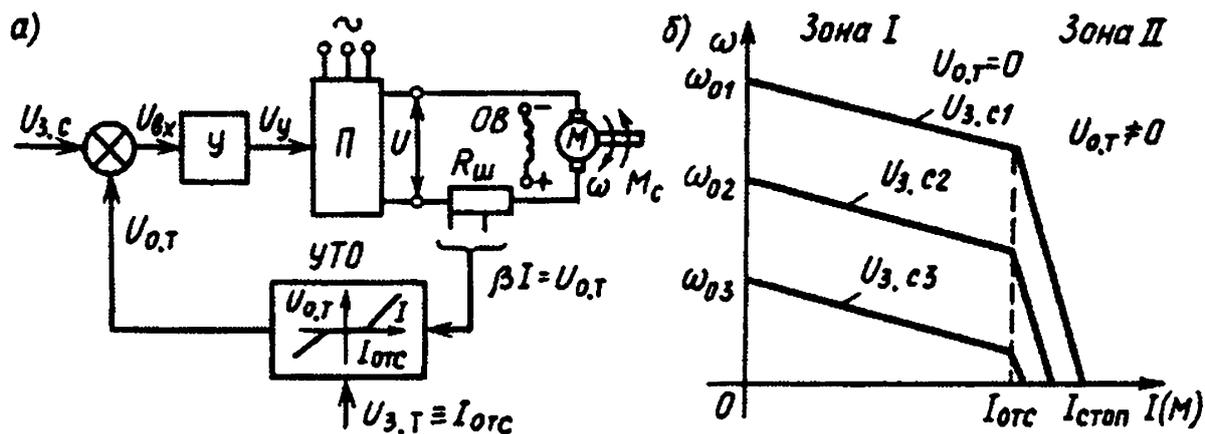


Рис. 7.11

Сигнал на входе усилителя равен

$$U_{вх} = U_{з.с} - \beta I; \quad (7.14)$$

Используя выражения (7.10) и (7.11), и проведя соответствующие преобразования получим формулы электромеханической и механической характеристик в замкнутой системе регулирования

$$\omega = \frac{k_y k_y U_{з.с}}{c} - \frac{I(R_y + R_n + k_c)}{c} \quad (7.15)$$

$$\omega = \frac{k_y k_y U_{з.с}}{c} - \frac{M(R_y + R_n + k_c)}{c^2} \quad (7.16)$$

где  $k_c = k_y k_n \beta$  – общий коэффициент усиления системы.

в) Замкнутая система с обратными связями по скорости и току.

На рис. 7.12 представлена схема, обеспечивающая жесткость при регулировании скорости и ограничения тока и момента в случае регулирования двух координат. В этом случае для обеспечения нелинейности цепей обратных связей используются узел токоограничения УТО и узел ограничения скорости УСО. Данная схема соответствует схеме с общим усилителем и нелинейными обратными связями, которые определяют разделение области механических характеристик на три зоны - I, II и III.

В зоне I в диапазоне токов от 0 до  $I_{отс}$  действует только обратная связь по скорости, обеспечивая жесткие характеристики. В зоне II при  $I > I_{отс}$  вступает в действие обратная связь по току и харак-

теристика становятся мягче. При дальнейшем увеличении тока и падении скорости ниже скорости отсечки  $\omega_{отс}$  перестает действовать обратная связь по скорости, а за счет действия связи по току характеристики становятся еще мягче (зона III), т.е. обеспечивается требуемое ограничение тока и момента.

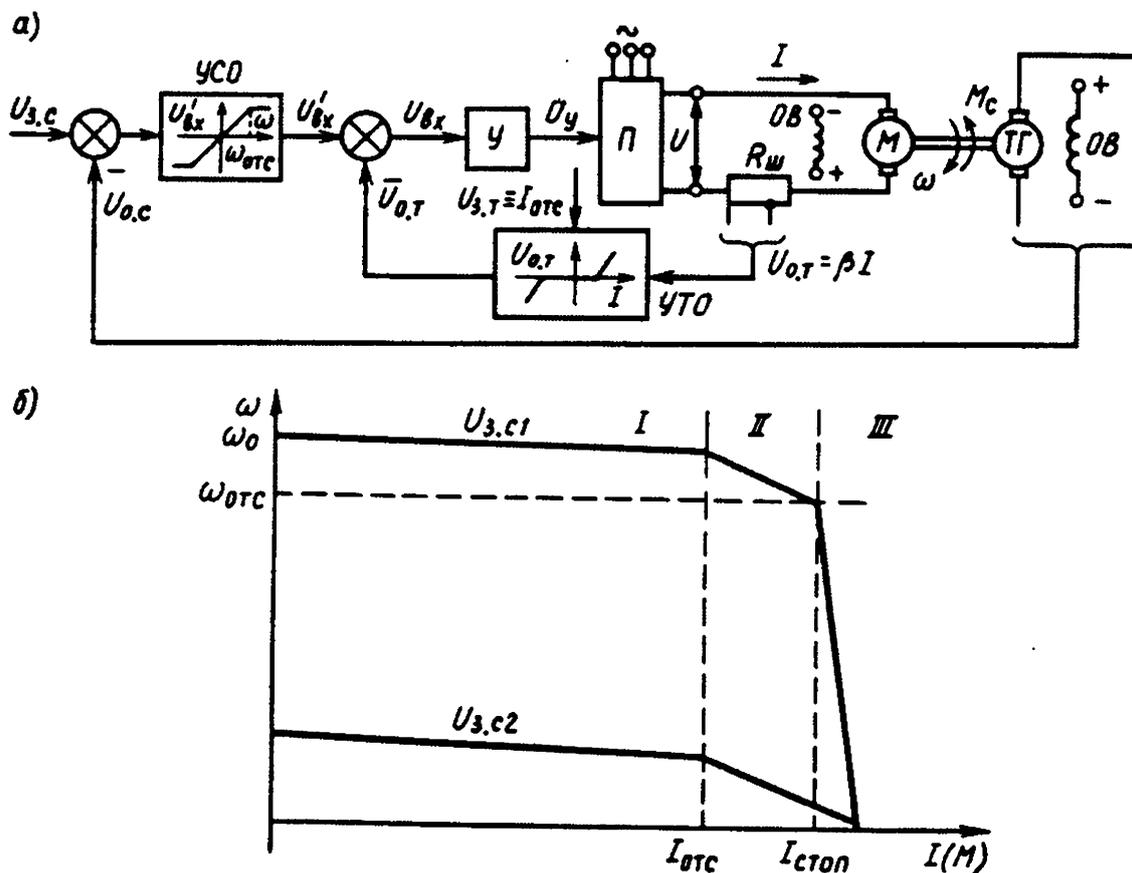


Рис.7.12.

### 7.3.2. Электроприводы переменного тока

#### Разомкнутая система регулирования

Для амплитудного регулирования скорости асинхронного двигателя в цепь статора включен тиристорный регулятор напряжения (ТРН), в котором меняется угол запаздывания  $\alpha$  открывания тиристорov по отношению к началу полуволны фазного напряжения сети (рис.7.12).

Для регулирования координат АД между сетью переменного то-

ка со стандартным напряжением  $U_c$  и статором двигателя включен регулятор напряжения, выходное напряжение которого изменяется с помощью маломощного внешнего сигнала управления в пределах от значения сетевого напряжения и  $U_c$  практически до нуля. При этом частота напряжения на двигателе не изменяется и равна стандартной (50 Гц).

Регулирование напряжения на статоре не приводит к изменению скорости холостого хода  $\omega_0$  и не влияет на критическое скольжение  $s_k$ , но существенно изменяет критический момент  $M_k$ . Как следует из (5.9), уменьшение  $M$  происходит пропорционально квадрату снижения напряжения. В результате при  $U_1 = Var$  искусственные характеристики 4,5,6, построенные соответственно при напряжениях (0,8; 0,6 и 0,4)  $U_{1н}$ , оказываются малоприспособными для регулирования скорости, так как по мере уменьшения напряжения резко снижаются критический момент АД и тем самым его перегрузочная способность, а диапазон регулирования скорости очень мал. Разомкнутая схема, приведенная на рис. 5.9, используется лишь для воздействия в переходных процессах на момент АД, что может требоваться, например, для обеспечения заданного ускорения движения ЭП или регулирования натяжения на исполнительном органе рабочей машины.

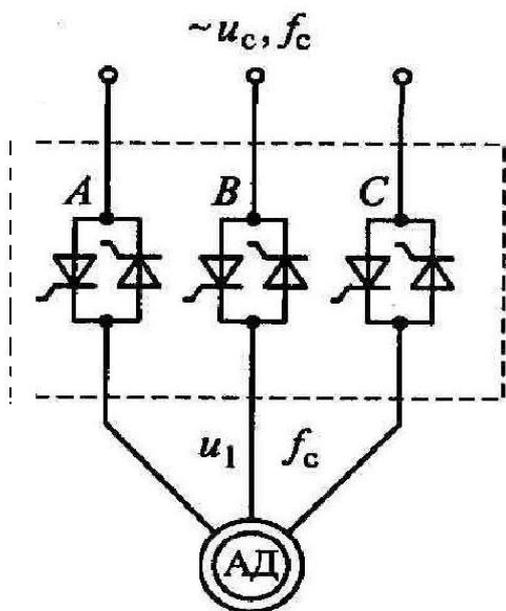


Рис.7.13.

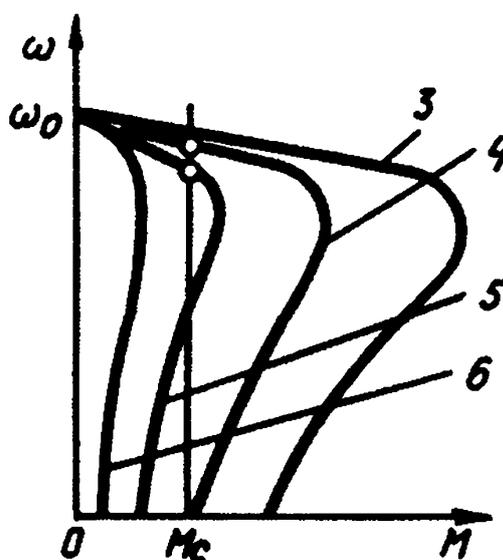


Рис.7.14

### Замкнутая система регулирования

Расширение диапазона регулирования может быть достигнуто использованием обратных связей, например, по скорости и току. На рис. 6.18 приведена функциональная схема подобной системы регулирования скорости АД. Здесь изменение действующего значения первой гармоники напряжения  $U_1$  на статоре АД с частотой питающей сети  $f_c$  осуществляется изменением угла регулирования  $\alpha$  тиристорного преобразователя напряжения (ТПН) на базе тиристорных, включенных по встречно-параллельной схеме в каждую фазу статора АД [11].

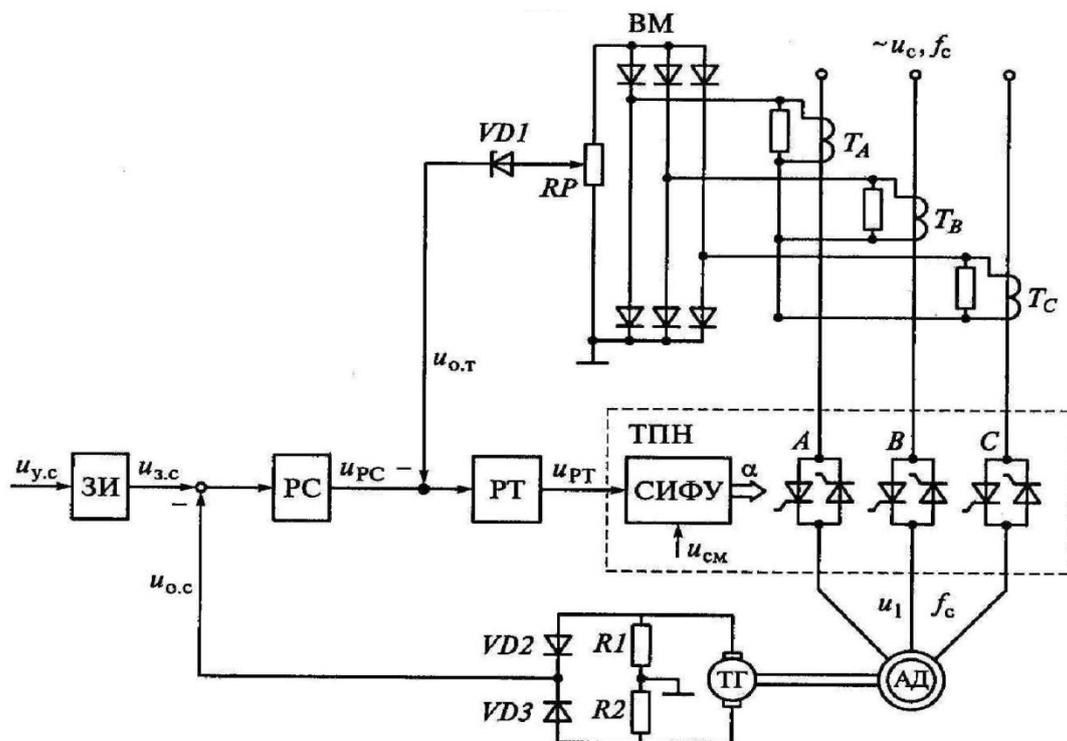


Рис. 7.15.

Угол  $\alpha$  формируется в системе импульсно-фазового управления (СИФУ) ТПН и меняется в зависимости от напряжения управления  $u_{PT}$  на выходе регулятора тока (РТ). Напряжение смещения  $u_{см}$  в СИФУ задает угол  $\alpha = \alpha_{max}$ , при котором обеспечиваются минимальное выходное напряжение ТПН и момент трогания АД в режиме его холостого хода. На входе РТ суммируются напряжения  $u_{PT}$  регулятора скорости (РС) и отрицательной обратной связи по току  $u_{от}$  с отсечкой, реализованной на основе трансформаторов тока  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$ , выпрями-

тельного моста (ВМ), потенциометра RP и стабилитрона VD1. Значение тока отсечки  $I_{отс}$  устанавливается потенциометром RP. На входе РС суммируются напряжение задания скорости  $u_{зс}$  и напряжение отрицательной обратной связи по скорости АД  $u_{ос}$ , подаваемое с тахогенератора (ТГ) на валу АД. Выделение модуля выходного напряжения ТГ обеспечивается диодами VD2, VD3 и резисторами R1, R2. Формирование темпа изменения скорости АД осуществляется с помощью задатчика интенсивности (ЗИ), на вход которого поступает напряжение управления скоростью АД  $u_{ус}$ .

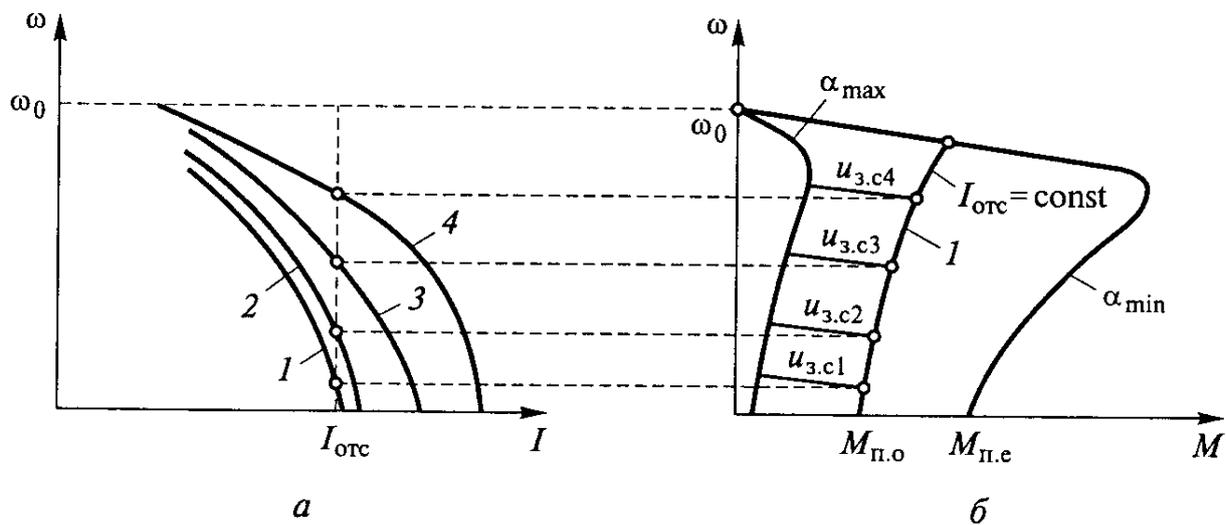


Рис. 7.16

На рис.7.16 приведены электромеханические и механические характеристики соответствующие схеме электропривода на рис. При  $I > I_{отс}$  начинает действовать отрицательная обратная связь по току статора, поддерживая его на уровне  $I_{отс}$  за счет снижения выходного напряжения ТПН (электромеханические характеристики 1, 2, 3, 4 на рис. 7.16, а. Линия 1 на рис. 7.16, б отражает вид механической характеристики двигателя при  $I_{отс} = \text{const}$ . Точки пересечения этой линии с механическими характеристиками электропривода при различных напряжениях задания скорости  $u_{зс1}$ ,  $u_{зс2}$ ,  $u_{зс3}$ ,  $u_{зс4}$  соответствуют точкам пересечения линии постоянства  $I_{отс}$  с электромеханическими характеристиками АД при тех же заданиях скорости (рис. 7.16, а).

Таким образом, при работе в замкнутой системе регулирования скорости по мере увеличения нагрузки угол  $\alpha$  должен уменьшаться, увеличивая напряжение на статоре двигателя. При этом рабочая точка переходит с одной характеристики разомкнутой системы на другую образуя достаточно жесткую механическую характеристику замкнутой системы.

## 7.4. Частотное регулирование скорости асинхронного двигателя

### 7.4.1. Общие сведения

Основным способом регулирования скорости асинхронного двигателя является изменение частоты  $f$  напряжения  $U_1$  на статоре, поскольку скорость вращения магнитного поля пропорциональна частоте. При регулировании частоты необходимо регулировать и величину напряжения  $U_1$ , так как при изменении частоты изменяются индуктивные сопротивления контуров и ЭДС  $E_1$  двигателя. В пределах рабочего участка механической характеристики ЭДС двигателя незначительно отличается от напряжения сети, поэтому приближенно можно записать

$$U_1 \approx E_1 = 4,44 f W_1 \Phi,$$

где  $\Phi$  – магнитный поток;

$W_1$  – число витков обмотки статора.

Отсюда следует, что с целью поддержания магнитного потока  $\Phi$  на постоянном уровне необходимо, например, с уменьшением частоты  $f$ , уменьшать и уровень напряжения  $U_1$ . Если этого не сделать, то поток должен будет увеличиваться, это приведёт к быстрому возрастанию тока намагничивания, поскольку магнитная цепь двигателя насыщена. В результате ток холостого хода может превышать номинальный ток, и даже при отсутствии нагрузки на валу, двигатель будет нагреваться этим током сверх допустимой температуры.

Параметры механической характеристики АД определяются не только частотой, но и значением напряжения. То есть, частота и напряжение выступают как два управляющих воздействия, которые в прин-

ципе могут регулироваться независимо друг от друга. Обычно за независимое воздействие принимается частота, а значение напряжения при данной частоте определяет вид механической характеристики (значения пускового и критического моментов). Такой способ регулирования скорости АД называется частотным, а закон изменения напряжения от частоты называется законом частотного регулирования.

Необходимый закон частотного регулирования определяется совокупностью требований предъявляемых к электроприводу конкретного исполнительного механизма или технологического процесса. В асинхронном электроприводе, как и в электроприводе постоянного тока, можно рассматривать способ регулирования скорости при постоянном моменте и при постоянной мощности. В асинхронном электроприводе указанные способы реализуются выбором соответствующего закона частотного регулирования [9].

#### **7.4.2. Схемы замещения асинхронного двигателя при частотном регулировании**

Для анализа законов частотного регулирования АД в статике используем математическую модель АД в виде схемы замещения, которая позволяет исследовать статические механические характеристики.

В соответствии с общепринятыми положениями построения схем замещения АД при переменной частоте напряжения питания, введем следующие обозначения [96]:

$\omega_{0эл} = 2 \pi f$  – угловая скорость поля;

$\omega_{0элн} = 2 \pi f_n$  – угловая скорость поля при номинальной частоте  $f_n$ ;

$\omega_0 = \omega_{0элн} / p_n$  – скорость идеального холостого хода;

$p_n$  – число пар полюсов;

$x_m = \omega_{0элн} L_m$  – индуктивное сопротивление намагничивающего контура при номинальной частоте;

$x_{1\sigma} = \omega_{0элн} L_{1\sigma}$  – индуктивное сопротивление рассеяния фазы статора при номинальной частоте;

$x_{2\sigma} = \omega_{0элн} L_{2\sigma}$  – индуктивное сопротивление рассеяния фазы ротора, приведенное к статору, при номинальной частоте;

$L_m, L_{1\sigma}, L_{2\sigma}$  – соответственно основная индуктивность от полезного тока и индуктивности обмоток статора и ротора от потоков рассеяния;

$R_1, R_2$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора, приведенные к статору;

$\omega$  – скорость вращения ротора;

$$\omega_0^* = \frac{\omega_0}{\omega_{0Н}} = \frac{\omega_{0эл}}{\omega_{0элн}}$$

– относительная частота напряжения на статоре (величина безразмерная) или относительная скорость вращения холостого хода;

$$\omega^* = \frac{\omega p_n}{\omega_{0элн}} = \frac{\omega}{\omega_{0Н}}$$

– относительная скорость вращения (величина безразмерная);

$$s = \frac{\omega_{0эл} - p_n \omega}{\omega_{0эл}} = \frac{\omega_p}{\omega_{0эл}} = \frac{\omega_p}{\omega_0^*}$$

– скольжение;

$$\omega_p^* = \frac{\omega_p}{\omega_{0элн}}$$

– относительная частота роторной ЭДС;

$\omega_p = \omega_{0эл} - p_n \omega = p_n (\omega_0 - \omega)$  – частота роторной ЭДС или абсолютное скольжение угловой скорости поля статора и ротора.

Тогда  $\omega_p^* = \omega_0^* - \omega^*$ .

При определении законов частотного регулирования АД в широком изменении частоты напряжения питания наибольшее применение получила Т–образная схема замещения, поскольку она отражает (в отличие от Г–образной схемы) изменение тока намагничивания (магнитного потока) при изменении частоты и нагрузки двигателя, что соответствует физике процессов в АД. Это особенно необходимо учи-

тывать на низких частотах, когда падение напряжения на сопротивлениях обмотки статора соизмеримо с величиной приложенного напряжения [10].

С учетом принятых обозначений, на рисунке 7.17 приведена Т-образная схема замещения АД.

На рисунке 7.17 обозначены:

$\dot{I}_1$  – ток статора;

$\dot{I}_2$  – ток ротора, приведенный к статору;

$\dot{I}_m = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$  – ток намагничивания;

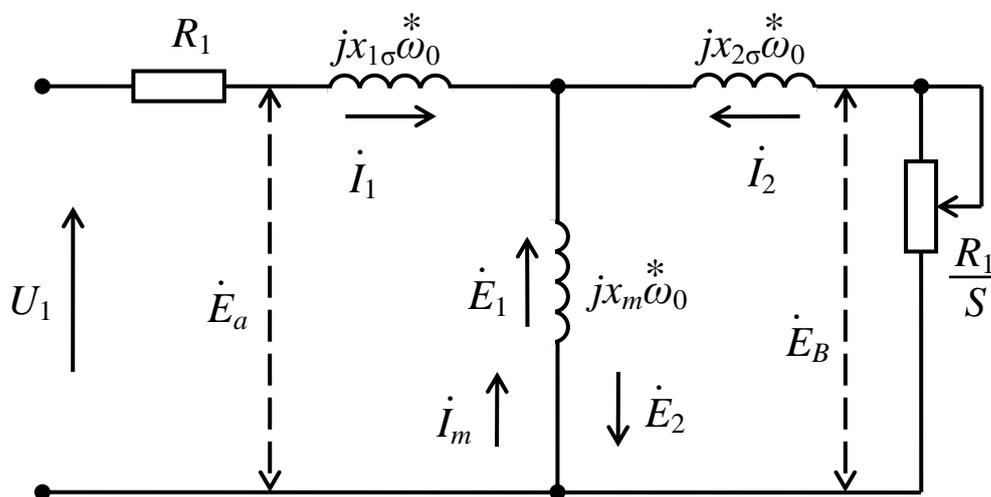


Рис. 7.17.

$\dot{E}_1$  – ЭДС статора;

$\dot{E}_2$  – ЭДС ротора, приведенная к статору.

Угловая скорость поля ротора относительно неподвижного наблюдателя равняется скорости вращения поля статора  $\omega_{0эл}$ , поскольку скорость вращения поля относительно ротора равняется  $\omega_p$  и сам ротор вращается относительно статора со скоростью  $p_n \omega = \omega_{0эл} - \omega_p$ .

Поле ротора неподвижно относительно поля статора, что соответствует закону электромеханики, согласно которому момент со-

здают два неподвижных относительно друг друга поля. При этом, индуктивные сопротивления  $x_i$  при переменной частоте

$$x_i = L_i \omega_{0эл} = \frac{x_{in}}{\omega_{0эл}} \omega_{0эл} = x_{in} \frac{\omega_{0эл}}{\omega_{0эл}} = x_{in} \omega_0^*$$

изменяются пропорционально  $\omega_0$  относительно индуктивных сопротивлений  $x_{in}$  при номинальной частоте, которые приводятся в каталожных данных АД. Активные сопротивления остаются постоянными при изменении частоты. Таким образом, введение относительной частоты позволяет наиболее просто определять параметры схемы замещения АД при изменении частоты напряжения питания.

Значение относительной частоты ротора  $\omega_p^*$  может оставаться постоянным при разных значениях  $\omega_0^*$ . Но в этом случае будет изме-

няться скольжение  $s = \frac{\omega_p^*}{\omega_0^*}$ .

То есть, постоянство  $\omega_p^*$  соответствует постоянному значению абсолютного скольжения  $(\omega_0 - \omega) = \frac{\omega_{0эл} - \omega p_n}{p_n}$ .

В соответствии со схемой замещения можно записать контурные уравнения

$$\begin{aligned} U_1 &= (R_1 + jx_{1\sigma} \omega_0^*) I_1 + jx_m \omega_0^* (I_1 + I_2); \\ 0 &= (R_2 \frac{\omega_0^*}{\omega_p^*} + jx_{2\sigma} \omega_0^*) I_2 + jx_m \omega_0^* (I_1 + I_2). \end{aligned} \quad (7.17)$$

Введем в рассмотрение следующие величины:

$x_1 = x_m + x_{1\sigma}$  — полное индуктивное сопротивление фазы статора при разомкнутой цепи ротора;

$x_2 = x_m + x_{2\sigma}$  — полное индуктивное сопротивление фазы ротора

при разомкнутой цепи статора;

$$\sigma = 1 - \frac{x_m^2}{x_1 x_2}$$

$x_1 x_2$  – коэффициент рассеяния, который определяет соотношение сопротивлений рассеяния обмоток и сопротивления намагничивающего контура.

Тогда система уравнений (7.17) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} (R_1 + jx_1 \omega_0) \dot{I}_1 + jx_m \omega_0 \dot{I}_2 &= U_1; \\ jx_m \omega_0 \dot{I}_1 + (R_2 \frac{\omega_0}{\omega_p} + jx_2 \omega_0) \dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (7.18)$$

Отсюда значения токов  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  будет

$$\dot{I}_1 = \frac{\omega_0 (\frac{R_2}{\omega_p} + jx_2) U_1}{\omega_0 (\frac{R_1 R_2}{\omega_p} - \omega_0 \sigma x_1 x_2) + j \omega_0 (\omega_0 x_1 \frac{R_2}{\omega_p} + x_2 R_1)}; \quad (7.19)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{- jx_m \omega_0 U_1}{\omega_0 (\frac{R_1 R_2}{\omega_p} - \omega_0 \sigma x_1 x_2) + j \omega_0 (\omega_0 x_1 \frac{R_2}{\omega_p} + x_2 R_1)}$$

Намагничивающий ток будет равен

$$\dot{I}_m = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \frac{\omega_0 (\frac{R_2}{\omega_p} + jx_{2\sigma}) U_1}{\omega_0 (\frac{R_1 R_2}{\omega_p} - \omega_0 \sigma x_1 x_2) + j \omega_0 (\omega_0 x_1 \frac{R_2}{\omega_p} + x_2 R_1)}. \quad (7.20)$$

Согласно схеме замещения, (рис.7.17)

$$\dot{E}_1 = U_1 - \dot{I}_1 (R_1 + jx_{1\sigma} \omega_0), \quad (7.21)$$

где  $\dot{E}_1 = \dot{I}_m jx_m$ .

Введем в рассмотрение потокосцепление как произведение индуктивности на ток  $\dot{\Psi} = L \dot{I}$ .

Тогда потокосцепление от намагничивающего тока в зазоре

$$\dot{\Psi}_m = L_m \dot{I}_m ;$$

потокосцепление от рассеяния в обмотке статора

$$\dot{\Psi}_{1\sigma} = L_{1\sigma} \dot{I}_1 \quad (7.22)$$

потокосцепление от рассеяния в обмотке ротора

$$\dot{\Psi}_{2\sigma} = L_{2\sigma} \dot{I}_2 \quad (7.23)$$

потокосцепление статора

$$\dot{\Psi}_1 = \dot{\Psi}_m + \dot{\Psi}_{1\sigma} \quad (7.24)$$

потокосцепление ротора

$$\dot{\Psi}_2 = \dot{\Psi}_m + \dot{\Psi}_{2\sigma} \quad (7.25)$$

Соответствующая ЭДС в установившемся режиме будет равна

$$E = I jx = I j \omega_0 x_H^* = I j \omega_0 \omega_{0элн}^* L = j \omega_0 \omega_{элн}^* \dot{\Psi} \quad (7.26)$$

На основании Т-образной схемы замещения (см. рис. 7.17), выражений (7.20 – 7.25) можно построить векторную диаграмму (см. рис. 7.18).

При этом ток намагничивания  $\dot{I}_m$  и совпадающее с ним по направлению потокосцепление  $\dot{\Psi}_m$  направлены по оси абсцисс.

Здесь приняты следующие обозначения:

$\varphi_1$  – угол между напряжением и током статора;

$\varphi_2$  – угол между ЭДС и током ротора;

$\delta$  – угол между потокосцеплением ротора и током статора;

$\gamma$  – угол между током ротора и потокосцеплением в зазоре.

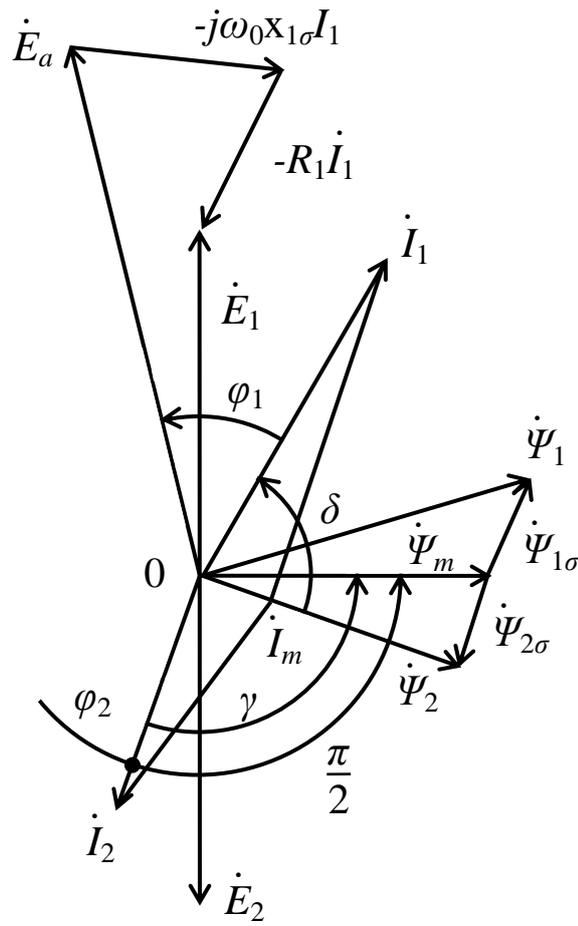


Рис. 7.18.

### 7.4.3. Механические характеристики асинхронного двигателя

На основании Т-образной схемы замещения можно построить и провести анализ механических характеристик АД. При этом электромагнитный момент  $M$  определяется по активной электромагнитной мощности  $P_{эл}$ , передаваемой через воздушный зазор ротору двигателя, и скорость вращения

$$M = \frac{P_{эл}}{\frac{\omega_{0эл}}{P_n}} = \frac{P_{эл}}{\omega_{0эл} \omega_0} P_n \quad (7.27)$$

$$\frac{R_2}{s} = R_2 \frac{\omega_0}{\omega_p}$$

$P_{эл}$  равна мощности, выделяемой на сопротивлении в схеме замещения (см. рис. 7.17).

С учетом всех трех фаз  $P_{эл}$  будет равна

$$P_{эл} = 3 I_2^2 R_2 \frac{\omega_0}{\omega_p} \quad (7.28)$$

После преобразований с учетом выражения (7.19), определяющего ток ротора  $I_2$ , будем иметь

$$M = 3 \frac{p_n U_1^2}{\omega_{0элн}} \frac{\omega_p x_m^2 R_2}{(R_1 R_2 - \sigma \omega_0 \omega_p x_1 x_2)^2 + (R_2 \omega_0 x_1 + R_1 \omega_p x_2)^2} \quad (7.29)$$

Согласно векторной диаграмме (рис.7.18) электромагнитную мощность можно определить следующим образом:

$$P_{эл} = 3 E_2 I_2 \cos\varphi_2, \quad (7.30)$$

где  $E_2$  согласно (5.11) будет равна

$$E_2 = \omega_0 \omega_{0элн} L_m I_m = \omega_0 \omega_{0элн} \Psi_m \quad (7.31)$$

Согласно (7.27) с учетом (7.30), (7.31) выражение для момента запишется следующим образом:

$$M = \frac{P_{эл} p_n}{\omega_0 \omega_{0элн}} = \frac{3 p_n \omega_0 \omega_{0элн} \Psi_m}{\omega_0 \omega_{0элн}} I_2 \cos\varphi_2 = 3 p_n \Psi_m I_2 \cos\varphi_2 \quad (7.32)$$

Из схемы замещения (см. рис. 7.17) следует, что

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2 \frac{\omega_0}{\omega_p}}{\sqrt{(R_2 \frac{\omega_0}{\omega_p})^2 + x_{2\sigma}^2 \omega_0^2}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + \omega_p^2 x_{2\sigma}^2}} \quad (7.33)$$

Выражение для электромагнитного момента можно представить

также в виде векторного произведения  $\Psi_m$  и  $I_2$

$$M = \frac{3}{2} p_n (\dot{\Psi}_m \Gamma I_2) = \frac{3}{2} p_n \Psi_m I_2 \sin \gamma, \quad (7.34)$$

поскольку (см. рис. 5.12)  $\sin(\pi/2 + \varphi_2) = \cos \varphi_2$ .

Коэффициент  $3/2$  учитывает условие задания  $\dot{\Psi}_m$  и  $I_2$  их амплитудными значениями.

Расчет механических характеристик АД по выражению (5.14) можно производить как в относительных единицах, так и в абсолютных значениях. При расчете характеристики в абсолютных значениях  $\omega = f(M)$  задаемся частотой  $f$  и напряжением  $U_1$  на статоре АД. Рассчитываем электрическую частоту  $\omega_{0эл} = 2\pi f$  и скорость идеального холостого хода  $\omega_0 = \omega_{0эл} / p_n$ . При заданной скорости вращения ротора  $\omega$  определяем частоту роторной ЭДС  $\omega_p = \omega_0 - \omega$ , приведенную к скорости вращения двигателя. Далее рассчитываем относительную частоту напряжения на статоре

$$\omega_0^* = \frac{\omega_{0эл}}{\omega_{0элн}} = \frac{2\pi f}{2\pi f_n} = \frac{f}{f_n} = \frac{\omega_0}{\omega_{0н}}$$

и относительную частоту роторной ЭДС

$$\omega_p^* = \frac{\omega_{0эл} - \omega p_n}{\omega_{0элн}} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_{0н}}$$

Подставляя в (7.29),  $\omega_0^*, \omega_p^*$ , определяем значение момента  $M$  и тем самым рассчитываем механическую характеристику  $\omega = f(M)$ .

На рисунке 7.19 приведены механические характеристики АД при наиболее простом законе частотного регулирования  $U_1 / f = \text{const}$ .

Характерной особенностью механических характеристик являются снижение критического момента  $M_k$  при уменьшении частоты напряжения питания. Это связано с тем обстоятельством, что при снижении напряжения  $U_1$  пропорционально частоте, падение напряжения  $I_1 R_1$ , как уже отмечалось, становится соизмеримым с  $U_1$ , в результате магнитный поток и потокосцепление уменьшаются, а мо-

МЕНТ СНИЖАЕТСЯ.

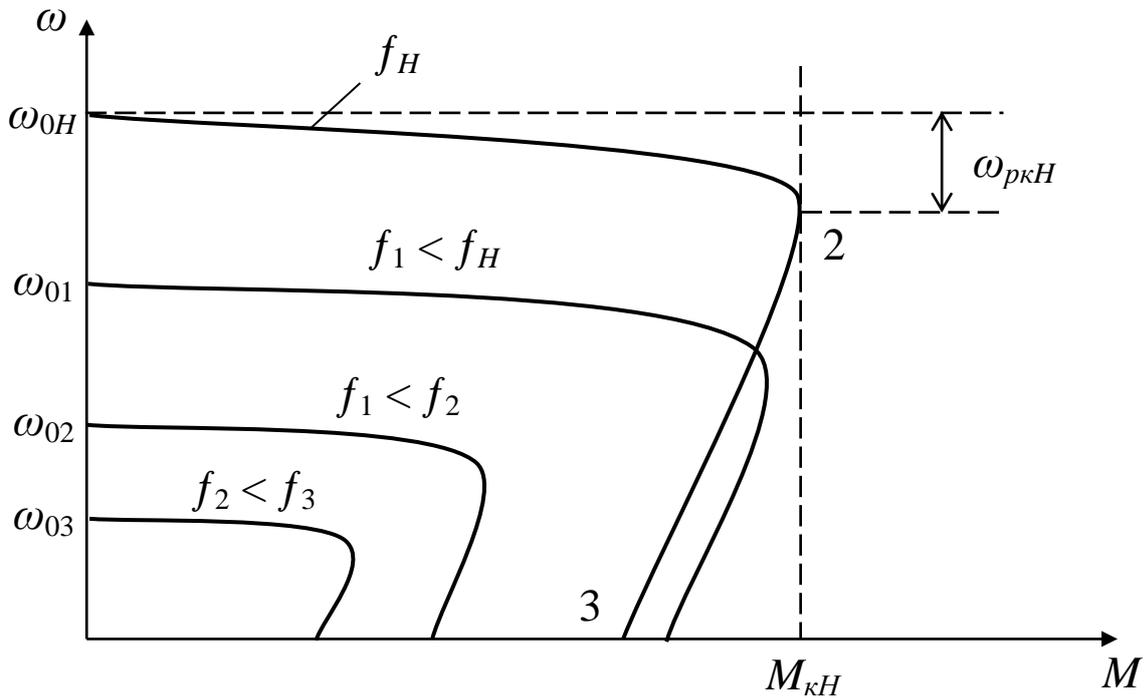


Рис. 7.19.

На рабочем участке 1 – 2 с ростом  $\omega_p = \omega_0 - \omega$  увеличивается и момент двигателя, возрастая до своего критического значения  $M_{кн}$ . При этом согласно (5.18)  $\cos\varphi_2$  уменьшается, и следовательно рост тока статора и ротора происходит не только за счет активной, но и реактивной составляющей. Вместе с ростом тока  $I_1$  увеличивается па-

дение напряжения на сопротивлении  $R_1 + jx_{1\sigma} \omega_0^*$  (см. рис. 7.17), в результате уменьшаются намагничивающий ток  $I_m$  и магнитный поток.

На участке характеристики 2 – 3, когда  $\omega_p > \omega_{рк}$ , рост токов  $I_2$  и  $I_1$  продолжается за счет увеличения реактивной составляющей и уменьшения активной, то есть  $\cos\varphi_2$  уменьшается. Потокосцепление также уменьшается и момент двигателя падает. Напомним, что на участке 2 – 3 механической характеристики условие устойчивой работы двигателя не выполняется. В точке 3 ( $\omega = 0, \omega_p = \omega_0$ ) имеем пусковой режим.

#### 7.4.4. Законы частотного регулирования скорости асинхронного двигателя

Как уже было отмечено, наиболее простой закон частотного регулирования  $U_1 / f = \text{const}$  не обеспечивает постоянства критического момента и тем самым перегрузочной способности АД при широком изменении частоты напряжения питания. Поэтому такой закон может быть использован при малых отклонениях частоты от номинального значения. Требуемые параметры механической характеристики АД в широком изменении частоты могут обеспечить более сложные законы регулирования, которые получили широкое применение при частотном управлении АД. При этом будем придерживаться методики, изложенной в /96/.

*Регулирование скорости АД при постоянстве потокосцепления статора*

Данный закон частотного регулирования обеспечивает постоянство критического момента во всем диапазоне регулирования скорости. Если принять активное сопротивление обмоток статора  $R_1 = 0$ , то согласно (7.29), выражение для момента двигателя после ряда преобразований будет иметь следующий вид:

$$M = 3 \frac{p_n K_1^2}{\omega_{0элн}} \Gamma \frac{R_2 / \omega_p^*}{(R_2 / \omega_p^*)^2 + (\sigma x_2)^2} \Gamma \frac{U_1^2}{\omega_0^{*2}} \quad (7.35)$$

где  $K_1 = \frac{x_m}{x_1}$

Исследуя это выражение на экстремум  $\frac{dM}{d\omega_p^*} = 0$ , определяем критическую относительную роторную частоту

$$\omega_{pk}^* = \pm \frac{R_2}{\sigma x_2} \quad (7.36)$$

Подставляя (5.21) в (5.20), получим выражение для критического момента

$$M_{\kappa} = \pm 3 \frac{P_n K_1^2}{\omega_{0элн}} \times \frac{\sigma x_2}{(\sigma x_2)^2 + (\sigma x_2)^2} \times \frac{U_1^2}{\omega_0^2} = \pm \frac{3}{2} \frac{P_n K_1^2}{\omega_{0элн} \sigma x_2} \times \frac{U_1^2}{\omega_0^2}. \quad (7.37)$$

Из (7.37) следует, что при принятом допущении о равенстве нулю активного сопротивления обмоток статора  $R_1=0$  для поддержания постоянства критического момента необходимо обеспечить следующий закон частотного регулирования:

$$\frac{U_1}{\omega_0} = \text{const}$$

В реальном двигателе активное сопротивление обмоток статора не равно нулю. Однако, как видно из схемы замещения (см. рис. 7.17), при  $R_1 \neq 0$  необходимо вместо  $U_1$  использовать напряжение за активным сопротивлением  $E_a$ . То есть в выражениях (7.35), (7.37)  $U_1$  необходимо заменить на  $E_a$  и тогда эти выражения примут вид

$$M = 3 \frac{P_n \cdot K_1^2}{\omega_{0элн}} \cdot \frac{R_2 / \omega_p}{(R_2 / \omega_p)^2 + (\sigma \cdot x_2)^2} \cdot \frac{E_a^2}{\omega_0^2} \quad (7.38)$$

$$M_{\kappa} = \pm \frac{3}{2} \frac{P_n K_1^2}{\omega_{0элн} \sigma x_2} \frac{E_a^2}{\omega_0^2}. \quad (7.39)$$

Таким образом, для поддержания постоянства критического момента и тем самым перегрузочной способности АД необходимо выполнять следующий закон частотного регулирования

$$\frac{E_a}{\omega_0} = \text{const} \quad (7.40)$$

Это требует увеличивать напряжение  $U_1$  на величину падения напряжения в обмотке статора равного  $I_1 R_1$ . Такой способ получил название  $IR$ -компенсации. В свою очередь согласно (7.17)

$$\dot{E}_a = j \omega_0^* \omega_{0элн} \dot{\Psi}_1 \quad (7.41)$$

Тогда обеспечение закона частотного регулирования (7.40) с учетом (7.41)

$$\frac{\dot{E}_a}{\omega_0^*} = j \omega_{0элн} \dot{\Psi}_1 = \text{const}$$

требует поддержание постоянства потокосцепления статора  $\dot{\Psi}_1 = \text{const}$  ( $\omega_{0элн}$  – величина постоянная). Это и определило название данного закона частотного регулирования.

Соответствующие механические характеристики для ряда значений  $\omega_0$  приведены на рисунке 7.20.

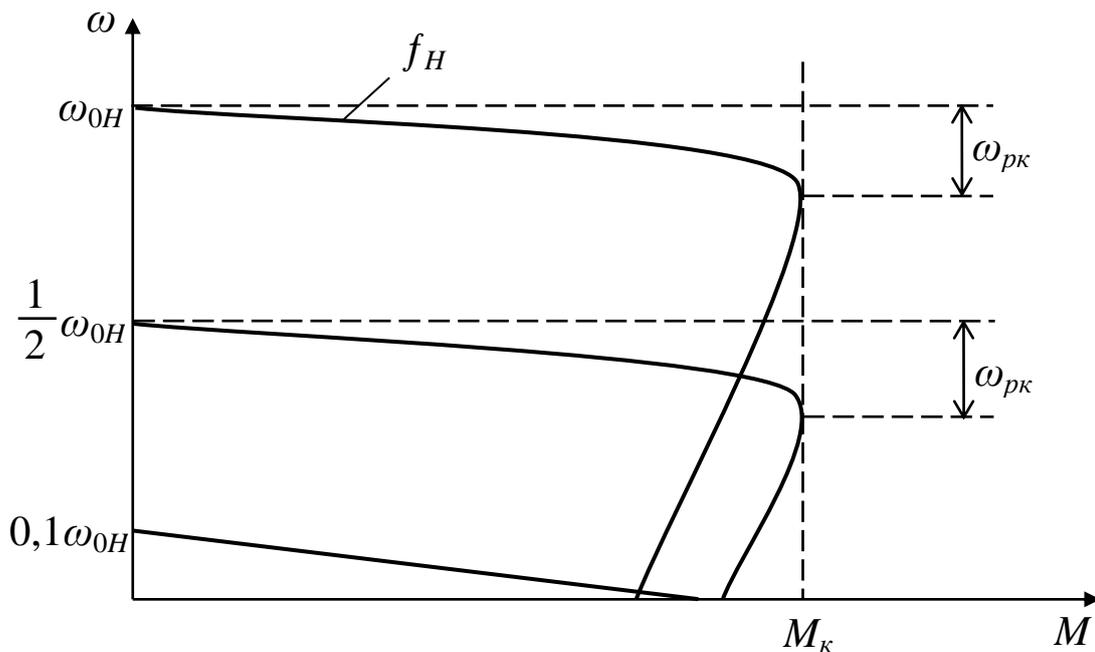


Рис. 7.20.

Как следует из выражения (7.35), при таком законе регулирования  $\omega_{pk}$  есть величина постоянная при различных значениях  $\omega_0^*$ , а это означает, что при изменении частоты механические характеристики перемещаются параллельно самим себе. В свою очередь  $\omega_p$  определяет абсолютное скольжение, которое остается постоянным при изме-

нении частоты. При этом относительное скольжение или просто

$$s = \frac{\omega_p^*}{\omega_0^*}$$

скольжение  $\omega_0$  будет изменяться обратно пропорционально частоте напряжения питания, то есть с уменьшением частоты скольжение  $s$  будет расти. Поэтому при низких частотах напряжения питания двигатель может остановиться. Жесткость механической характеристики на линейном участке при изменении частоты остается величиной постоянной.

$$\beta = - \frac{2M_{\kappa}}{s_{\kappa}\omega_0} = - \frac{2M_{\kappa}}{\frac{\omega_{p\kappa}}{\omega_0}} = - \frac{2M_{\kappa}}{p_n} \quad (7.42)$$

Наконец, отметим, что в разомкнутых системах частотного электропривода вводится блок компенсации скольжения, который позволяет с ростом нагрузки увеличивать частоту напряжения питания АД и тем самым стабилизировать скорость вращения.

### *Регулирование скорости АД при постоянстве потокосцепления ротора*

Согласно схеме замещения (см. рис. 7.17) введем в рассмотрение

напряжение  $\dot{E}_e$ , обусловленное потокосцеплением ротора  $\dot{\Psi}_2$ . Это напряжение приложено к активному сопротивлению  $R_2/s$ . Согласно (7.26)  $\dot{E}_e$  можно записать следующим образом:

$$\dot{E}_e = -j\omega_0^* \omega_{0эл} \dot{\Psi}_2 = -j\omega_{0эл} \dot{\Psi}_2 = -jp_n \omega_0 \dot{\Psi}_2 \quad (7.43)$$

где  $\omega_0$  – скорость идеального холостого хода при заданной относительной частоте  $\omega_0^*$ . Тогда мощность, выделяемая на сопротивлении  $R_2/s$  с учетом (7.43) будет равна

$$P_{эл} = \frac{E_э^2}{R_2/s} = \frac{p_n^2 \omega_0^2 \Psi_2^2}{R_2 \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}} = \frac{p_n^2 \Psi_2^2 \omega_0 (\omega_0 - \omega)}{R_2} \quad (7.44)$$

Электромагнитный момент можно записать в следующем виде:

$$M = 3 \Psi \frac{P_{эл}}{\omega_0} = \frac{3 \Psi p_n^2 \Psi_2^2 \Psi (\omega_0 - \omega)}{R_2} \quad (7.45)$$

или  $M R_2 = 3 p_n^2 \Psi_2^2 (\omega_0 - \omega)$ .

Из (7.45) получим выражение для механической характеристики

$$\omega = \omega_0 - \frac{M R_2}{3 p_n^2 \Psi_2^2} \quad (7.46)$$

При  $\Psi_2 = \text{const}$  эта характеристика будет линейной, как и механическая характеристика двигателя постоянного тока с независимым возбуждением. То есть механические характеристики АД при изменении частоты аналогичны механическим характеристикам двигателя постоянного тока при изменении напряжения якоря. Интересно заметить, что схему замещения двигателя постоянного тока с независимым возбуждением можно также представить в виде, приведенном на рисунке 7.21.

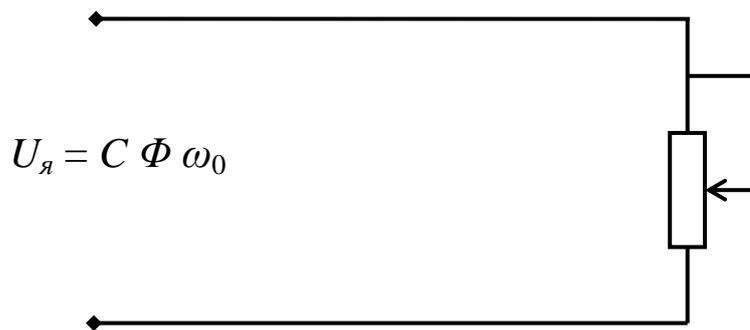


Рис. 7.21.

$R_я / s$  где  $s = (\omega_0 - \omega) / \omega_0$ .

Тогда мощность, выделяемая на сопротивлении  $R_я/s$ , будет равна

$$P_{эл} = \frac{U_{я}^2}{R_{я}/s} = \frac{(C\Phi)^2 \omega_0^2}{R_{я} \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega}} = \frac{(C\Phi)^2 \omega_0 (\omega_0 - \omega)}{R_{я}}, \quad (7.47)$$

а момент

$$M = P_{эл} / \omega_0 = (C\Phi)^2 (\omega_0 - \omega) / R_{я}. \quad (7.48)$$

Из (5.33) получим известное выражение механической характеристики двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

$$\omega = \omega_0 - M R_{я} / (C\Phi)^2. \quad (7.49)$$

То есть введение в схему замещения двигателя модуля с переменным сопротивлением  $R/s$  позволяет отразить изменение тока, момента двигателя в функции скорости  $\omega$  или противо-ЭДС двигателя, что является естественным для электрических двигателей.

Согласно (7.43) для поддержания постоянства потокосцепления ротора  $\Psi_2$  необходимо выполнить следующее соотношение

$$\frac{E_B}{\omega_0} = \omega_{0эл.н} \cdot \Psi_2 = \text{const}. \quad (7.50)$$

Из векторной диаграммы двигателя (см. рис. 5.12) следует, что для обеспечения  $\Psi_2 = \text{const}$  с ростом нагрузки двигателя необходимо увеличивать потокосцепление статора  $\Psi_1$  согласно следующему соотношению /96/:

$$\Psi_1 = \sqrt{\left[ 1 + \left( \frac{\sigma x_2}{R_2} \right)^2 \omega_P^2 \right]} \cdot \frac{\Psi_2}{K_1}, \quad (7.51)$$

где  $K_1 = \frac{X_m}{X_1} < 1.$

Тогда из (5.25) получим следующий закон частотного регулирования, при котором обеспечивается постоянство потокосцепления ротора:

$$\frac{E_a}{\omega_0} = \omega_{0элн} \Psi_1, \quad (7.52)$$

где  $\Psi_1$  определяется выражением (7.51)

Разумеется здесь необходимо учитывать насыщение статора.

Это в свою очередь требует дополнительного повышения  $E_a$  и напряжения питания  $U_1$ . Механические характеристики АД при  $\Psi_{2н} = \text{const}$  приведены на рисунке 5.16.

$$M_{max} = 2,5 M_n$$

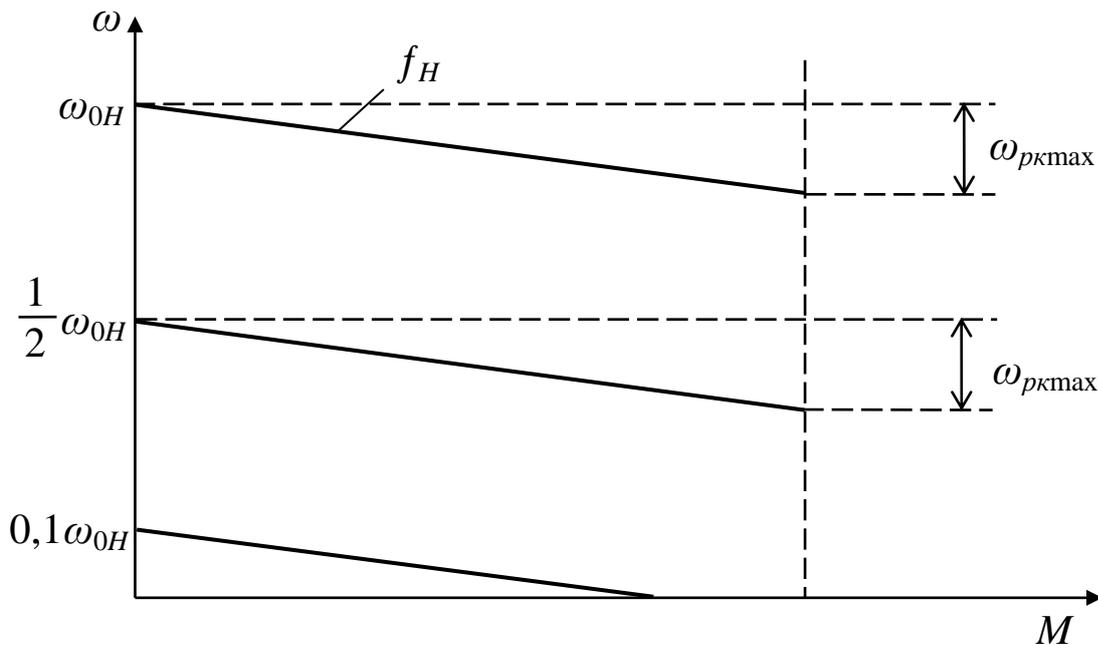


Рис. 7.22.

Жесткость механической характеристики

$$\beta = \frac{dM}{d\omega} = -\frac{3p_n^2 \Psi_2^2}{R_2} \quad (7.53)$$

при изменении частоты остается величиной постоянной, и она аналогична жесткости механической характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения

$$\beta_{ПТ} = - (C\Phi)^2 / R_a.$$

*Другие законы частотного регулирования*

Рассмотренные законы частотного регулирования (7.40) и (7.52) обеспечивают пропорциональное изменение напряжения  $E_a$  в функции частоты во всем диапазоне регулирования. При этом жесткость

механической характеристики остается величиной постоянной при изменении частоты.

Однако при таких законах частотного регулирования требования обеспечения постоянной перегрузочной способности на низких частотах не выполняются (см. рис. 7.20, рис. 7.22). Повышение жесткости в области низких частот может быть достигнуто путем увеличения напряжения по сравнению со значениями при пропорциональном

$$\frac{E_a}{\omega_0} = \frac{E_a}{f} = \text{const}$$

законе. Современные преобразователи частоты позволяют задавать различные законы частотного регулирования.

Один из возможных законов приведен на рисунке 7.23.

То есть в области низких частот напряжение  $E_a$  увеличивается на  $\Delta E_a$ , что приводит к повышению критического момента и тем самым жесткости механической характеристики (см. рис. 7.23).

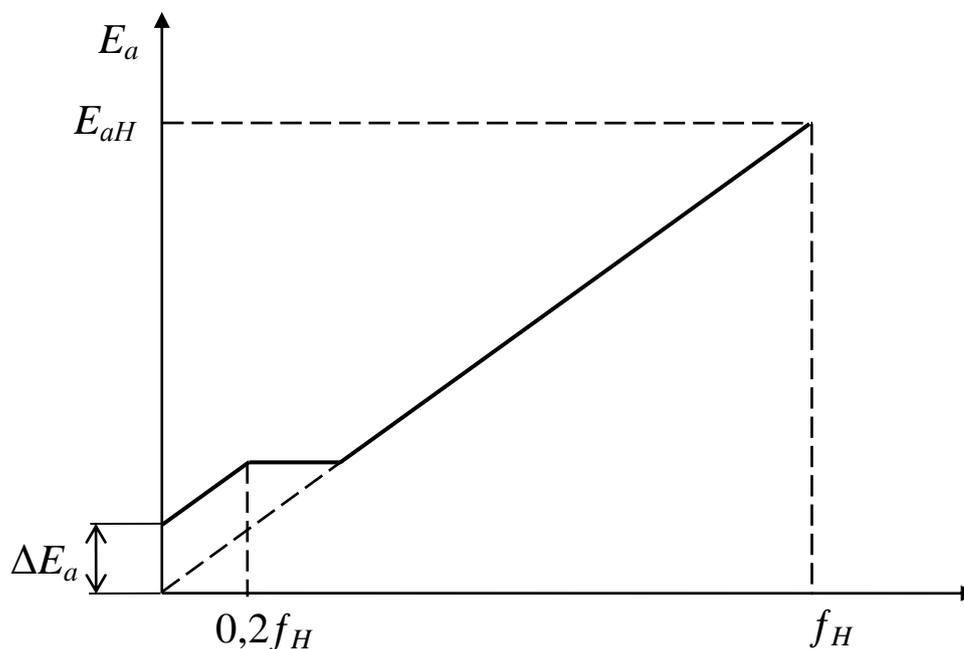


Рис. 7.23.

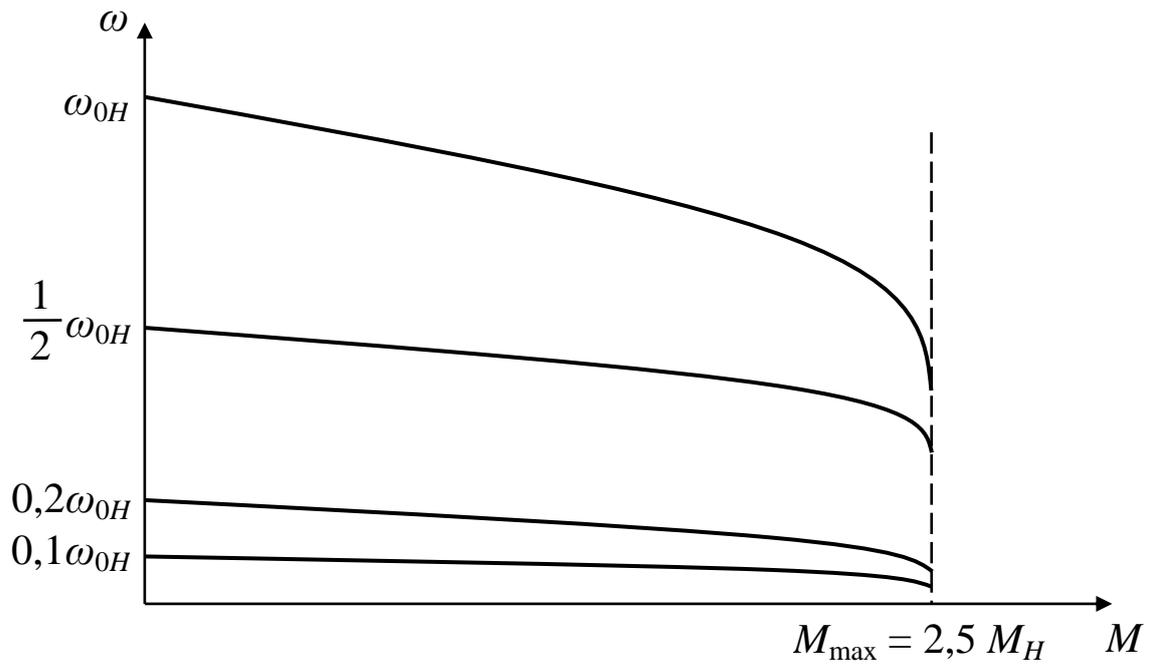


Рис. 7.24.

Для исполнительных механизмов, у которых момент нагрузки возрастает с увеличением скорости, напряжение  $E_a$  целесообразно изменять по закону  $E_a = a f^n$ . При  $n = 2$  будем иметь вентиляторную характеристику (см. рис. 7.25, рис. 7.26).

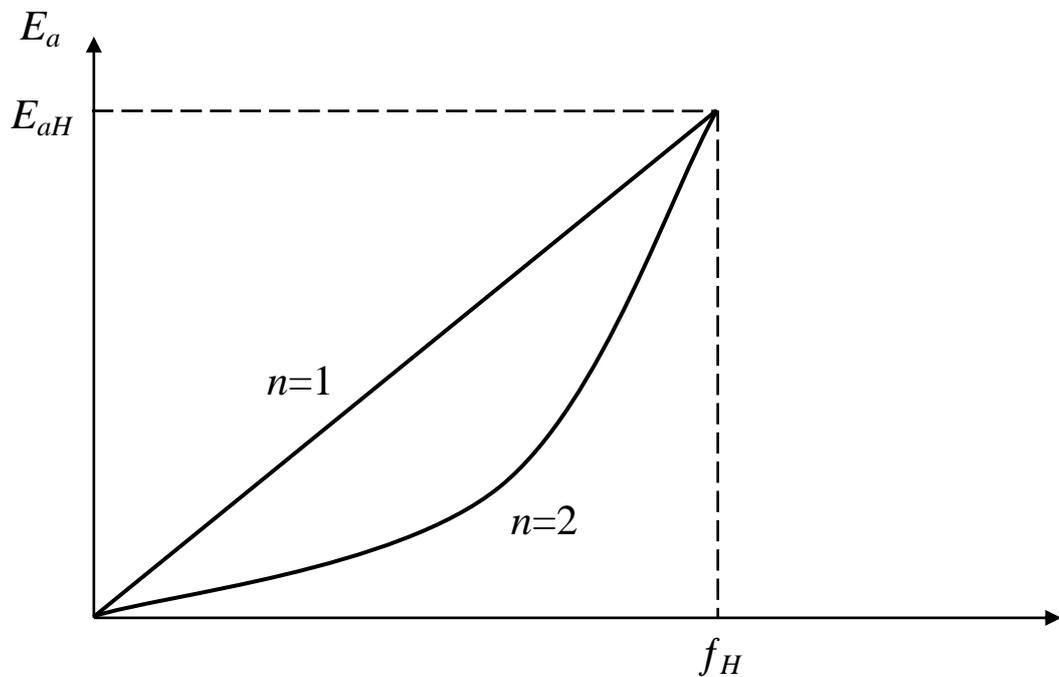


Рис. 7.25.

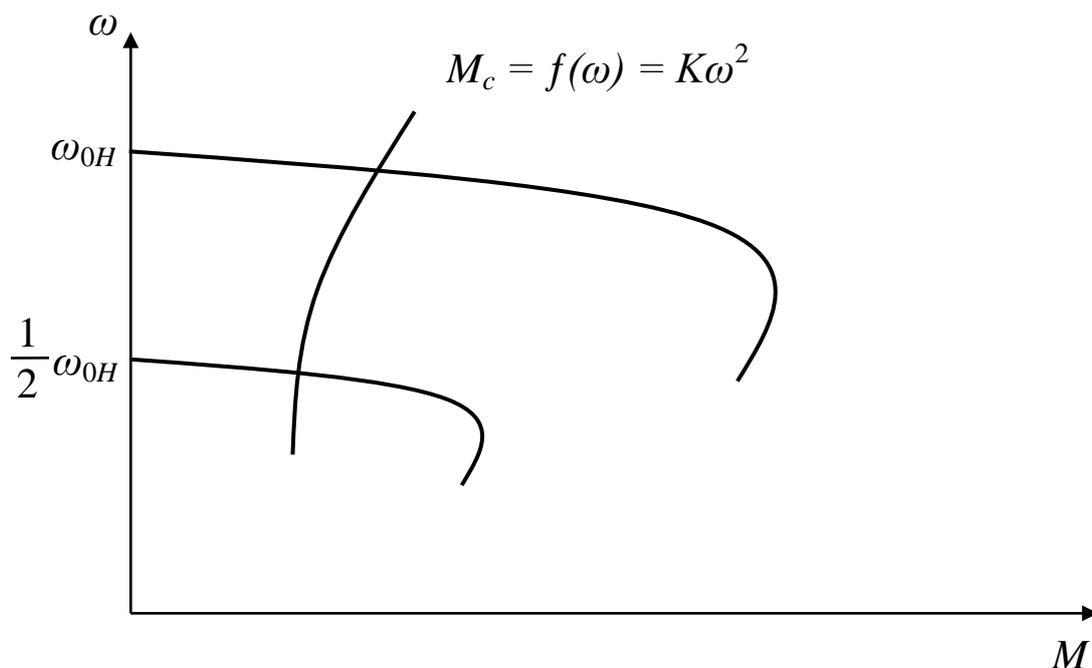


Рис. 7.26.

Согласно рисунку 7.26 с ростом частоты возрастает момент нагрузки, но одновременно и увеличивается электромагнитный момент двигателя, поскольку повышается напряжение питания.

Возможно и двухзонное регулирование скорости, когда частота и скорость повышается выше номинальных значений, а напряжение остается на номинальном уровне. То есть в первой зоне  $E_a$  меняется пропорционально частоте, а во второй ( $f > f_n$ ) – остается равным номинальному значению (см. рис. 7.27).

Ясно, что во второй зоне будет происходить уменьшение электромагнитного момента двигателя (см. рис. 7.28). Напомним, что для постоянства критического момента необходимо чтобы  $E_a / f = \text{const}$ .

Такой способ регулирования можно использовать, когда момент нагрузки  $M_c = f(\omega)$  уменьшается во второй зоне.

Наконец отметим, что способ регулирования скорости при постоянной мощности реализуется путем изменения напряжения пропорционально  $\sqrt{f}$ . При этом электромагнитный момент двигателя, пропорциональный  $E_a^2 / f^2$ , будет изменяться обратно пропорцио-

нально  $f$ , а мощность, пропорциональная произведению момента и частоты, будет оставаться постоянной.

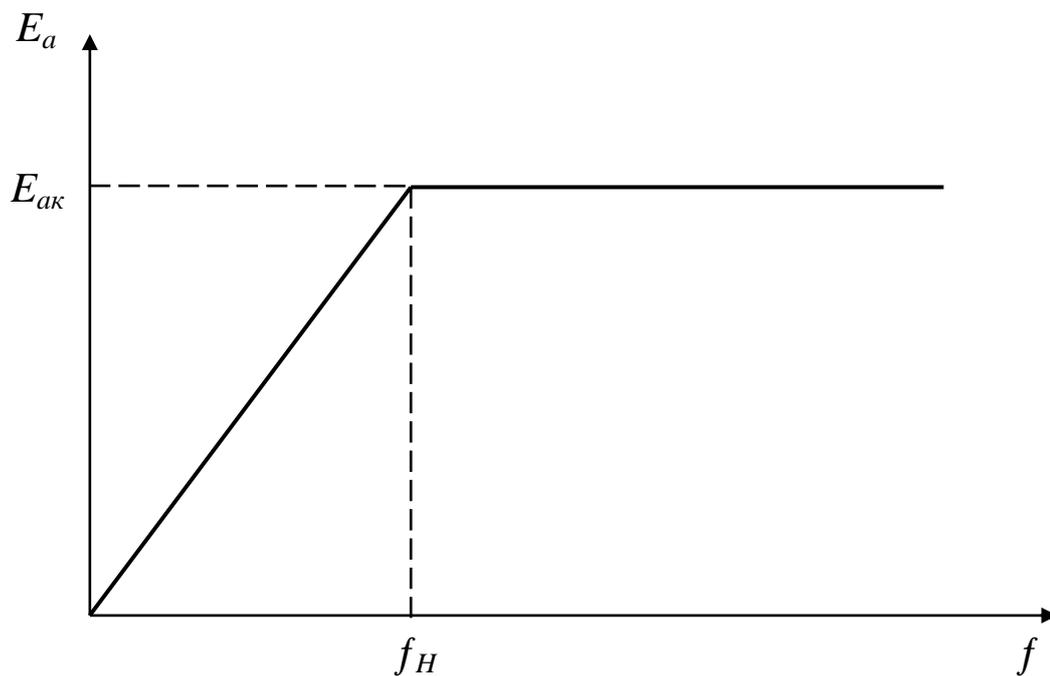


Рис. 7.27.

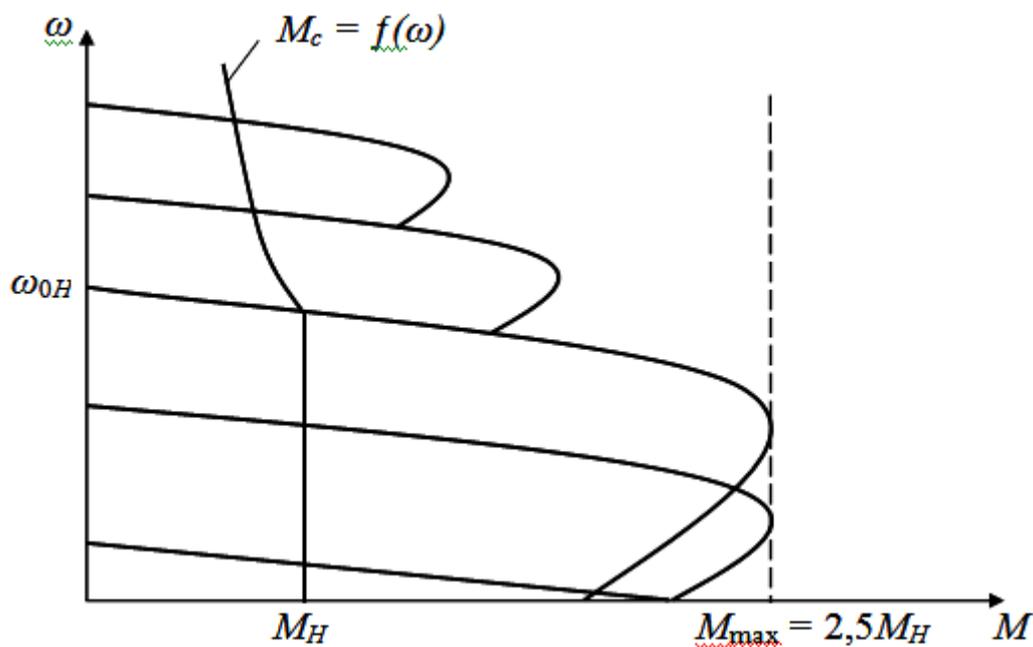


Рис. 7.28

В обширной литературе по частотно–регулируемому асинхронному приводу рассматриваются и другие законы частотного регулирова-

ния.

В принципе в современных преобразователях частоты можно задать любой требуемый закон регулирования.

## **8. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ С ВЕНТИЛЬНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ**

Вентильные электроприводы (ВЭП) выполняются на базе трехфазных синхронных двигателей с постоянными магнитами на роторе, основное преимущество которых по сравнению с двигателями постоянного тока заключается в отсутствии коллектора. Это практически исключает профилактический уход за двигателем в процессе эксплуатации и повышает его надежность. Кроме того, отсутствие коллектора позволяет питать двигатель от источника энергии с высоким напряжением (в данном случае 520 В постоянного тока), то есть производить бестрансформаторное подключение силовой части электропривода к сети 380 В. В результате этого экономится силовой понижающий трансформатор, всегда имеющийся в электроприводах постоянного тока с высокомоментными двигателями [13].

ВЭП по своему устройству представляют сочетание синхронной машины (М), датчика положения ротора (DR), закрепленного на валу М, и электронного коммутатора (ЭК), выполняющего роль коллектора машины постоянного тока и устройство управления транзисторами (CS).

Есть также ВЭП с обычной (не на постоянных магнитах) обмоткой возбуждения на роторе. ВЭП сочетают в себе преимущества машин постоянного тока (с точки зрения регулировочных свойств и возможностей получения самых разнообразных механических характеристик) и преимуществ конструкции асинхронных машин – их бесконтактность.

Момент, возникающий в синхронном двигателе, связан с наличием двух независимых потоков — статора и ротора. Магнитный по-

ток статора всегда стремится развернуть ротор с постоянными магнитами таким образом, чтобы магнитный поток ротора совпал по направлению с магнитным потоком статора. В синхронном двигателе за счет датчика положения ротора угол между направлениями потоков поддерживается близким к  $90^\circ$  (точнее, он может находиться в диапазоне  $(90^\circ \pm 30^\circ)/p$ , где  $p$  — число пар полюсов двигателя).

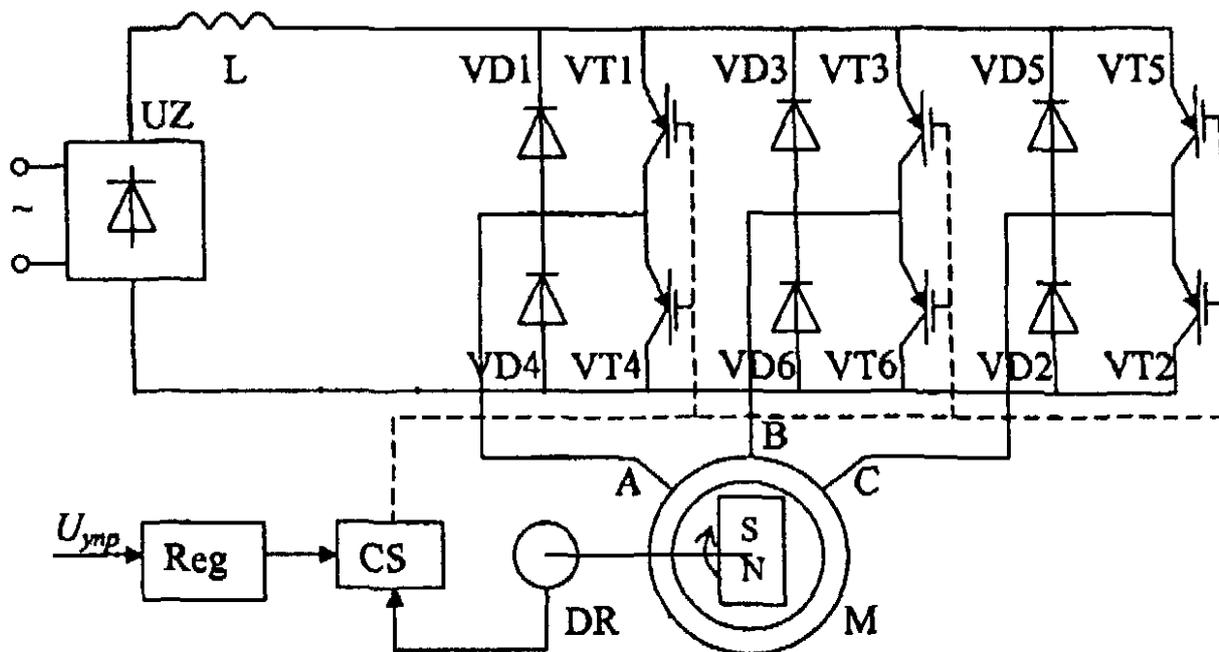


Рис. 8.1

Выражение для момента в данном случае будет

$$M = M_{max} \sin(\theta/p) = c_m I_{max} \sin(\theta/p) \quad (8.1)$$

где  $p$  — число пар полюсов двигателя;  $\theta$  — пространственный угол между направлениями потоков, отсчитываемый от вектора потока статора к вектору потока ротора;  $c_m$  — постоянная момента двигателя;  $I_{max}$  — мгновенное значение тока, протекающего из одной фазы двигателя в другую

На рис. 8.2 приведена моментная характеристика синхронного двигателя, соответствующая зависимости (8.1) при  $p=1$ . Максимальный момент возникает при  $\theta = \pm 90^\circ$  и уменьшается до нуля по мере сближения векторов потоков. Поэтому при достижении  $\theta=60^\circ$  необходимо произвести переключение фаз двигателя таким образом, чтобы поток статора развернулся на угол  $60^\circ$  от своего прежнего поло-

жения в направлении по часовой стрелке. При этом новое значение  $\theta$  станет равным  $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ . На рис. 8.2 приведены траектории движения по моментной характеристике для случая переключения фаз при  $\theta = 60^\circ$ . Как видно из рисунка, пульсации момента в таком режиме получаются минимальными.

Переключения фаз выполняет тиристорный коммутатор (рис. 8.1) в функции сигналов датчика положения ротора (ДПР), за счет которого поддерживается  $\theta = 90^\circ \pm 30^\circ$ , что соответствует максимально возможному моменту с минимальными пульсациями.

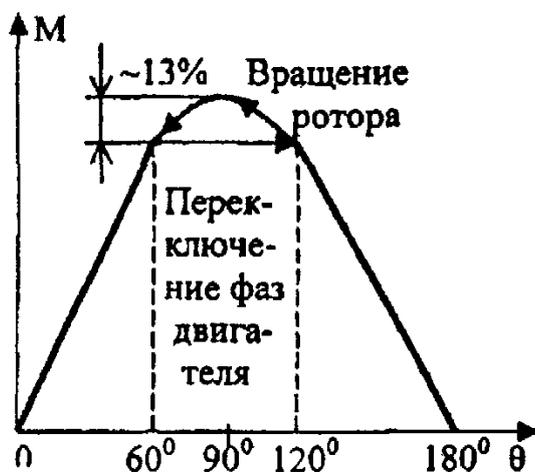


Рис. 8.2

ДПР (рис. 8.3) состоит из трех пар светодиодов (СД) и фотодиодов (ФД), жестко привязанных к статору, между которыми вращается диск, закрепленный на роторе (рис.)

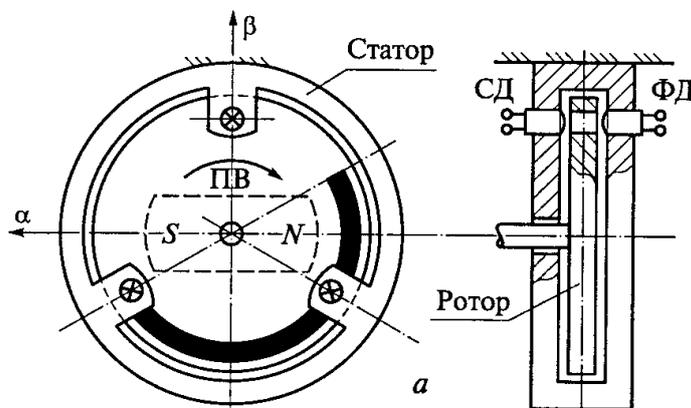


Рис. 8.3

Форма выходных сигналов ДПР при вращении ротора по часо-

вой стрелке со стороны вала двигателя приведена на рис. 8.6 и соответствует прямому чередованию фаз. Выходные сигналы ДПР преобразуются схемой распределения в 120-градусные импульсы управления коммутатора, обеспечивая таким образом проводящее состояние каждому тиристорному в течение  $120^\circ$  за один период сигнала ДПР. На рис. 8.6 показано проводящее состояние транзисторов коммутатора, соответствующее прямому чередованию фаз сигналов ДПР. Данная последовательность включения транзисторов соответствует векторной диаграмме (рис. 8.4) и обеспечивает также прямое чередование фаз обмотки двигателя.

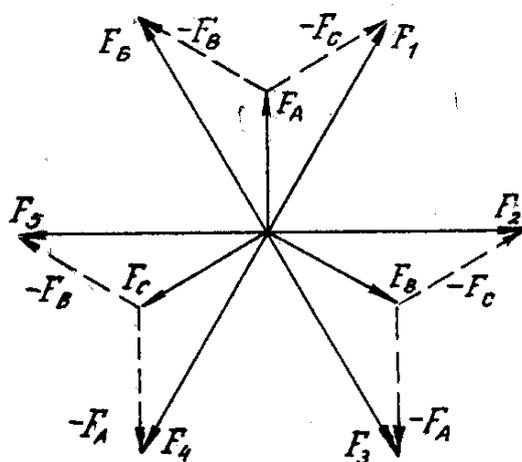


Рис. 8.4

Для работы схемы распределения импульсов является принципиальным, чтобы она обеспечивала, во-первых, совпадение направлений переключения потока статора и вращения ротора как в двигательном, так и в тормозном режимах и, во-вторых, величину угла между потоками, соответствующую максимальному моменту с минимальными пульсациями, то есть  $\theta=90^\circ\pm 30^\circ$ .

Временные диаграммы момента вентильного двигателя, проводящего состояния транзисторов коммутатора, фазных ЭДС двигателя и суммарной ЭДС при направлении вращения по часовой стрелке со стороны вала двигателя для двигательного и тормозного режимов работы приведены на рис. 8.6. Отсчет угла  $\alpha$  поворота ротора условно производится от направления потока

F<sub>1</sub>.

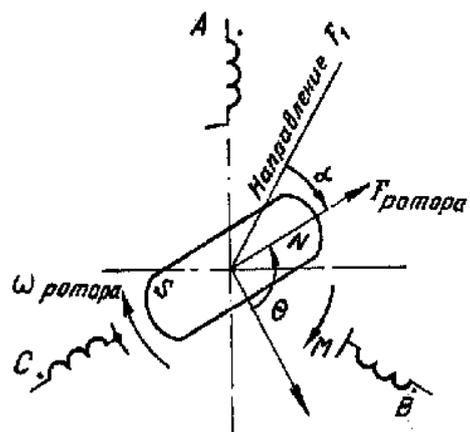


Рис. 8.5

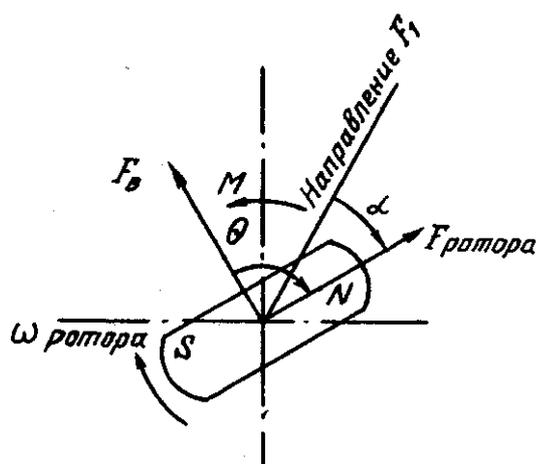


Рис. 8.6.

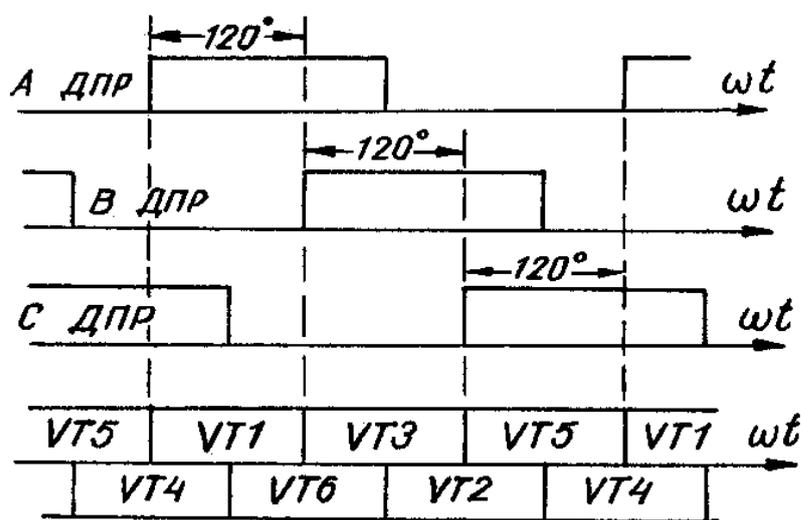
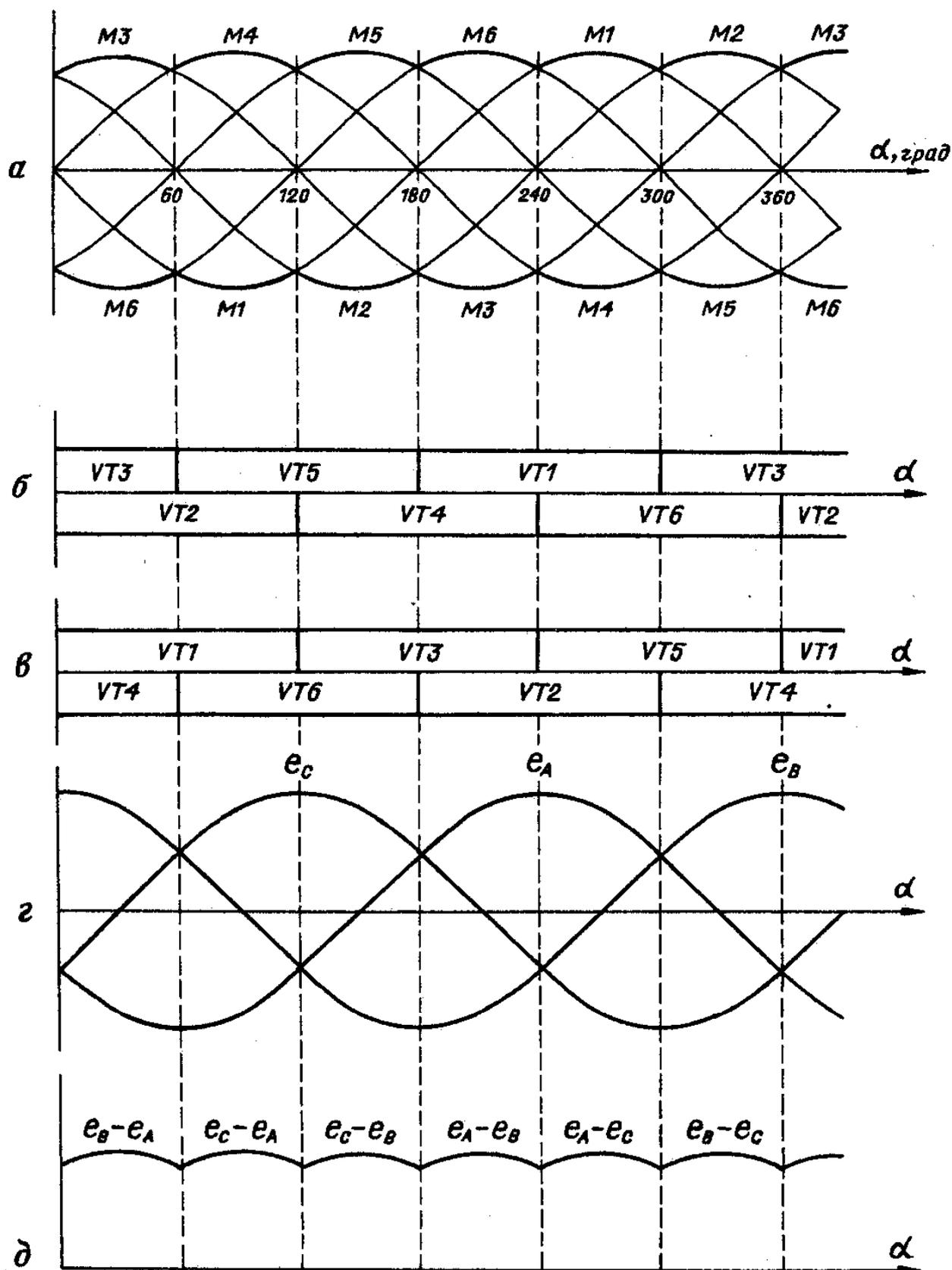


Рис. 8.7

При этом для обеспечения двигательного режима работы в случае начального положения ротора ( $\alpha=0$ ) поток статора должен переключаться начиная с  $F_3$  (рис. 8.5), а при работе в тормозном режиме — с  $F_6$  (рис. 8.6).



Временные диаграммы:

*a* — момента вентильного двигателя; *б* — проводящего состояния тиристоров в двигательном режиме; *в* — проводящего состояния тиристоров в тормозном режиме; *г* — фазных ЭДС двигателя; *д* — суммарной ЭДС двигателя

Рис. 8.8

На рис. 8.8, а приведены диаграммы изменения момента двигателя при постоянной величине тока в обмотках (верхняя кривая — двигательный режим, нижняя — тормозной). Кривые моментов построены по уравнению (8.1) с учетом того, что угол  $\theta$  для каждого номера  $n$  потока, как следует из рис. 8.6, определяется из соотношения

$$\theta_n = \frac{(n-1)\pi}{3} - \alpha \quad (8.2)$$

На рис. 8.8, б, в показаны зоны проводящего состояния транзисторов коммутатора соответственно для двигательного и тормозного режимов.

Кривые фазных ЭДС двигателя на диаграмме построены из следующих соображений:

— если ротор расположен таким образом, что поток ротора через обмотку фазы максимален, то мгновенное значение ЭДС, наведенной в этой фазе потоком ротора, равно нулю, что следует из формулы  $e = - (d\Phi/dt)$ , так как производная функции в точке с максимальным значением равна нулю. Например, при  $\alpha=30^\circ$ , (рис. 5.6 поток ротора максимален через фазу С, поэтому  $e_c=0$ ;

— при вращении ротора в двигательном режиме работы направление (знак) наведенной ЭДС противоположно приложенному напряжению, а при вращении в тормозном режиме наведенная ЭДС и приложенное напряжение направлены согласно.

Механические характеристики ВД могут быть получены на основании математического описания синхронной машины с постоянным магнитом в осях  $d, q$  [8]. Примем допущения, что ротор неявнополюсный, пространственная магнитодвижущая сила изменяется синусоидально, параметры фаз одинаковы. С учетом допущений системы исходных уравнений и ряда преобразований можно получить выражения для механических характеристик

$$M = \frac{M_m (\cos \varphi_k + T \omega \sin \varphi_k) - p_n \frac{\psi_s^2}{R} \omega}{1 + T^2 \omega^2} \quad (8.3)$$

где  $\Delta\varphi_k$  – угол смещения коммутации ключей инвертора;  
 $U_m$  – амплитудное значение напряжение одной фазы;  
 $\Psi_e$  – потокосцепление ротора;  
 $T = L/R$ ;

Данное выражение для механической характеристики ВД определяет нелинейную взаимосвязь момента и скорости двигателя (рис. 8.9). В зависимости от условий характеристики могут различаться: 1-при отсутствии смещения угла коммутации и без учета электромагнитной постоянной времени; 2- при отсутствии смещения угла коммутации и с учетом электромагнитной постоянной времени; 3- при смещении угла коммутации по направлению вращения ротора; 4- при смещении угла коммутации против направления вращения ротора.

Нелинейность вносит индуктивность, входящая в параметр  $T$  и обуславливающая реакцию якоря синхронного двигателя, более существенную, чем в двигателе постоянного тока. Но при  $T\omega \ll 1$

$$M \approx M_{кз} - \beta_0 \omega \quad (8.4)$$

т.е. при малой индуктивности якоря механическая характеристика ВД приближается к прямолинейной идеализированной характеристике двигателя постоянного тока с независимым возбуждением.

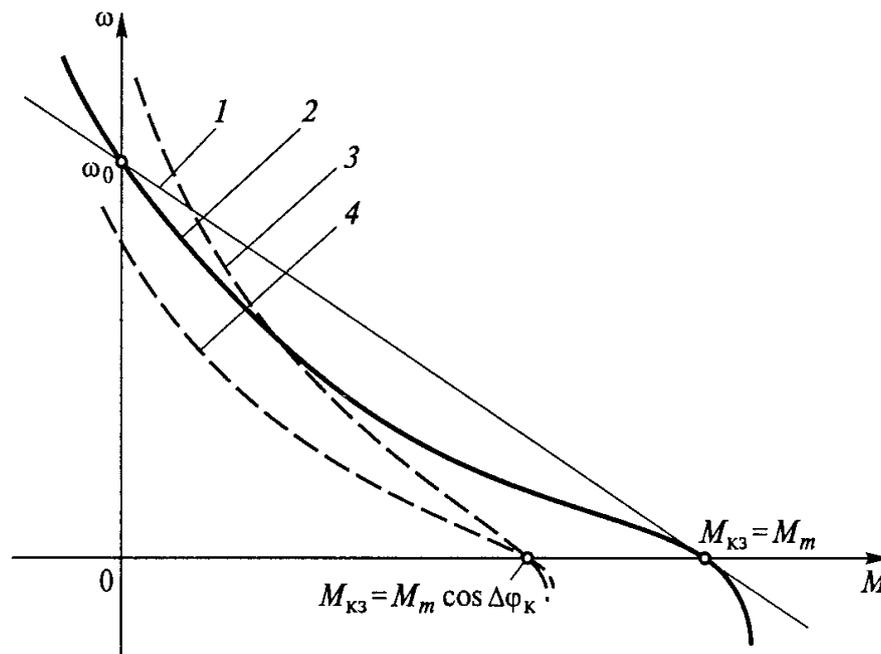


Рис. 8.9

Данные механические характеристики с точки зрения регулирования являются неблагоприятными по форме—в них отсутствуют участки со стабилизацией скорости и с ограничением момента на необходимом уровне. Для получения желаемых статических и динамических характеристик требуется система управления вентильным двигателем, формирующая необходимые характеристики.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белов М.П. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов. Учебник для вузов.-М.: Издательский центр «Академия», 2004.-576с.
2. Браславский И.Я., Энергосберегающий асинхронный электропривод: Учеб. пособие для студ. высш. Учеб. заведений / И.Я. Браславский, З.Ш. Ишматов, В.Н. Поляков; Под ред. И.Я. Браславского.—М.; Издательский центр «Академия», 2004, — 256 с.
3. Зеленов А.Б. Теория электропривода. Учеб. пособие для студ. высш. Учеб. заведений / Зеленов А.Б.Алчевск; ИПЦ «Ладо» ДонГТУ, 2015
4. Ильинский Н.Ф. Основы электропривода. – М.: Издательство МЭИ, 2003. – 224 с
5. Ключев В.И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 704 с.
6. Ключев В.И., Терехов В.М. Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов: Учебник для вузов. – М. : Энергия, 2002-360с
7. Ковчин С.А., Сабинин Ю.А. Теория электропривода: Учебник для вузов. . –СПб.: Энергоатомиздат, 1994.
- 8 .Москаленко. В.В Электрический привод: учебное пособие для сред. проф. образования / В.В.Москаленко. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 368 с.
9. Применение регулируемого электропривода в технологиях транспорта газа и нефти. Книга 1/ Г.Р.Шварц и др. – М.: Машиностроение -1, 2008.-240с.
10. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: учебник для студ. высш. учеб. заведений /Г.Г.Соколовский – М.: Издательский центр «Академия»,2006-272с.
11. Терехов В.М. Системы управления электроприводов: учебник для студ. высш. учеб. заведений/В.М.Терехов, О.И.Осипов; под ред. В.М.Терехова -М: Издательский центр «Академия», 2005-304с.

12. Фираго Б. И. Теория привода: Учеб. пособие / Б.И. Фирго, Л.Б. Павлячик. – Мн.: ЗАО «Техноперспектива» , 2004. – 527с.

13. Чернов Е.А., Кузьмин В.И. Комплектные электроприводы станков с ЧПУ. Справочное пособие - Горький: Волго-вятское книжное издательство,2001.-320с.

14. Чиликин М.Г., Сандлер А.С. Общий курс электропривода: Учеб. для вузов. - 6-е изд., доп. и перераб. - М.: Энергоиздат, 1981, - 576 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	<b>4</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>6</b>
1. История развития электропривода как отрасли науки и техники..	7
2. Основные понятия теории электропривода.....	12
3. Механика электропривода.....	14
3.1. Классификация моментов сопротивления по характеру взаимодействия с электроприводом.....	14
3.2. Классификация моментов сопротивления движению для некоторых механизмов.....	16
3.3. Приведение статических моментов и усилий, моментов инерции и движущихся масс к одному движению.....	19
3.4. Уравнения движения электропривода.....	26
3.5. Переходные процессы в механической части электропривода.....	37
4. Электромеханические свойства электроприводов постоянного тока в установившихся режимах.....	41
4.1. Электромеханические свойства электроприводов постоянного тока с двигателями независимого возбуждения.....	41
4.2. Электромеханические свойства электроприводов постоянного тока с двигателями последовательного и смешанного возбуждения.....	51
5. Электромеханические свойства электроприводов с асинхронными двигателями.....	55
5.1. Общие сведения о асинхронных электроприводах.....	55
5.2. Механические и электромеханические характеристики асинхронных двигателей.....	57
6. Электромеханические свойства электроприводов с синхронными двигателями.....	65
6.1. Общие сведения.....	65
6.2. Механическая и угловая характеристики синхронного двигателя.....	66
6.3. Пуск синхронных двигателей.....	70
7. Регулирование координат электроприводов.....	72
7.1. Общие сведения.....	72
7.2. Резисторное регулирование.....	73
7.3. Амплитудное регулирование скорости в электроприводах.....	78
7.4. Частотное регулирование скорости асинхронного двигателя.....	89
8. Электромеханические свойства электроприводов с вентильными двигателями.....	111
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b> .....	<b>120</b>

*Учебное пособие*

*ВОРОНИН Станислав Михайлович*

*ШУМИЛОВ Егор Алексеевич*

*ТАМБЯРОВА Майя Владиславовна*

*ТАМБЯРОВ Андрей Валериевич*

**ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ  
СВОЙСТВА  
ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ**

Редакторы:

*Е. С. Захарова*

*И. А. Назарова*

Используемое программное обеспечение:

Microsoft Office 2003-2010

Adobe Reader 7.0 и выше

Подписано к использованию 26.01.17г.

Объем издания 2,82 Мб

Тираж 25 CD-R. Рег. № 4/17sf

---

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Самарский государственный технический университет»  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус