



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

---

Кафедра «Техническая механика»

Г. И. ВОЛОШКО, Л. Ф. РОДИОНОВ, В. Г. ПИДОДНЯ

# **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

*Учебно-методическое пособие*

Самара  
Самарский государственный технический университет  
2016

Печатается по решению редакционно-издательского совета СамГТУ

УДК 621.01

**Г. И. Волошко**

**Теория механизмов и машин:** учеб. мет пособие / *Г. И. Волошко., Л. Ф. Родионов, В. Г. Пидодня* – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2016. – 89 с.: ил.

В пособии рассмотрены основные положения теории механизмов и машин, используемые при выполнении курсового проекта (КП) по данной дисциплине, включающего структурный, кинематический и силовой анализ плоского рычажного механизма, а также приведены практические рекомендации по выполнению этих разделов. В приложении к пособию содержатся типовые задания на КП, рекомендации для студентов по выбору индивидуального варианта задания, порядок выполнения КП и указания по его оформлению.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям : 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». Пособие также может быть использовано - полностью или частично - студентами, обучающимися по направлению 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» при выполнении курсовой работы по соответствующему разделу дисциплины «Техническая механика».

УДК 621.01

Рецензенты: заведующий кафедрой общетехнических дисциплин филиала ВУНЦ ВВС «ВВА» канд. техн. наук, доцент *В.Я.Судаков*;

заведующий кафедрой ТМС филиала ГОУ ВО «СамГТУ» в г. Сызрани *А. П. Осипов*

© Л Г. И. Волошко, .Ф.Родионов,  
В. Г. Пидодня2016

© Самарский государственный  
технический университет, 2016

## ВВЕДЕНИЕ

Курсовой проект по дисциплине «Теория механизмов и машин» является самостоятельной работой студентов, завершающей весьма важный этап их теоретической и практической подготовки по комплексу общетехнических дисциплин, включающему высшую математику, физику, инженерную графику, теоретическую механику, и содержащей практические приложения теории механизмов и машин к анализу типовых объектов машиностроения.

В КП предусмотрено решение комплексной инженерной задачи исследования механизма классической схемы, включающей его структурный, кинематический и силовой анализ. Цель проекта — закрепление и расширение теоретических знаний по соответствующим разделам дисциплины, развитие навыков приложения этих знаний к решению конкретных исследовательских задач, ознакомление с основными этапами таких решений.

### 1. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Заданиями на КП предусмотрено исследование механизмов рабочих машин и машинных агрегатов, построенных по распространенной для данного класса машин схеме: двигатель, передаточный и исполнительный механизмы, механизмы подачи, питания, управления и т. п. При этом в каждом задании объектом структурного, кинематического и силового анализа определён либо основной механизм двигателя, либо исполнительный механизм, оба выполненные в виде плоского рычажного механизма, эскиз кинематической схемы и исходные параметры которого приведены в задании. Основные разделы первой части КП формулируются соответственно обозначенному выше составу решаемой задачи:

- 1) Структурный анализ рычажного механизма;

- 2) Кинематический анализ рычажного механизма;
- 3) Силовой анализ рычажного механизма.

Соответствующим образом структурируется и основная часть настоящего Пособия, каждый раздел которого содержит необходимые теоретические сведения по теме раздела и ряд типовых примеров.

## **2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА**

### **2.1. Цель и задачи структурного анализа**

Как указывалось выше, объектом структурного анализа является плоский рычажный механизм, представляющий механизм двигателя или исполнительный механизм машины. Цель структурного анализа — изучение строения механизма, и, исходя из этой цели, в рамках данного раздела решаются следующие исследовательские задачи:

- определение количества подвижных звеньев механизма и кинематических пар;
- установление класса каждой кинематической пары;
- установление вида движения каждого звена;
- определение числа степеней свободы (подвижности) механизма;
- выбор начального звена и обобщенной координаты;
- выделение структурных групп Ассура и их классификация;
- установление порядка присоединения структурных групп и составление формулы строения механизма;
- установление класса механизма в целом.

### **2.2. Структура плоских механизмов. Рычажные механизмы**

В теории механизмов и машин собственно механизм [1,4,5] определяется как кинематическая цепь, в которой при заданном

движении одного или нескольких звеньев, называемых входными, остальные звенья совершают вполне определенные движения. Соответственно, как и любая кинематическая цепь, механизм имеет аналитический образ — структурную формулу, связывающую степень подвижности механизма, число его подвижных звеньев, а также число кинематических пар каждого класса, объединяющих звенья в кинематическую цепь:

$$W = 6n - 5p_5 - 4_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

где  $n$  — число подвижных звеньев механизма;

$p_1, p_2, \dots$  — число кинематических пар первого, второго т. д. классов;

$W$  — число степеней свободы механизма или степень его подвижности.

Для плоских механизмов эта структурная формула имеет более простой вид, известный в учебной литературе как формула Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

Таким образом, исследование строения плоского механизма включает, прежде всего, установление количества подвижных звеньев, количества кинематических пар IV и V классов, а также степени подвижности механизма.

К рычажным механизмам относятся механизмы, не содержащие высших кинематических пар, к которым относятся, в том числе, и пары IV класса. Отсюда имеем структурную формулу для плоских рычажных механизмов:  $W = 3n - 2p_5$ .

Следующим этапом структурного анализа является разложение механизма на структурные группы. В рамках этой операции выделяются входные звенья (их число определяется степенью подвижности), с каждым из которых связана обобщенная координата и каждое из которых вместе с неподвижным звеном (стойкой)

образует механизм I класса, а также группы Ассура — структурные группы звеньев нулевой подвижности. Группы классифицируются в зависимости от числа звеньев и кинематических пар, образующих каждую из них [1,4].

Завершающим этапом структурного анализа является установление порядка присоединения групп Ассура к входным звеньям, составление на основе этой операции формулы строения механизма и определение класса механизма.

Ниже приведены примеры, иллюстрирующие решение обозначенных выше задач.

### **2.3. Структурный анализ механизма щековой камнедробилки**

На рис. 2.1 показана схема механизма камнедробилки, который может быть определен как плоский рычажный механизм, поскольку его звенья движутся в параллельных плоскостях, и эти звенья объединены в кинематическую цепь низшими кинематическими парами. Согласно приведенной выше последовательности решения задач структурного анализа определяем следующее.

1. Данный механизм образован пятью подвижными звеньями и стойкой, объединенными в замкнутую кинематическую цепь семью кинематическими парами. Подвижные звенья обозначаем цифрами от 1 до 5; стойку обозначаем цифрой 0; кинематические пары обозначаем прописными буквами латинского алфавита (см. рис. 2.1). Отмечаем, что буквой С обозначены две кинематические пары, одна из которых определяется как соединение звеньев 2 и 3, другая — как соединение звеньев 3 и 4.

2. Все кинематические пары механизма допускают только вращательное относительное движение звеньев, поэтому классифицируются как вращательные кинематические пары V класса.

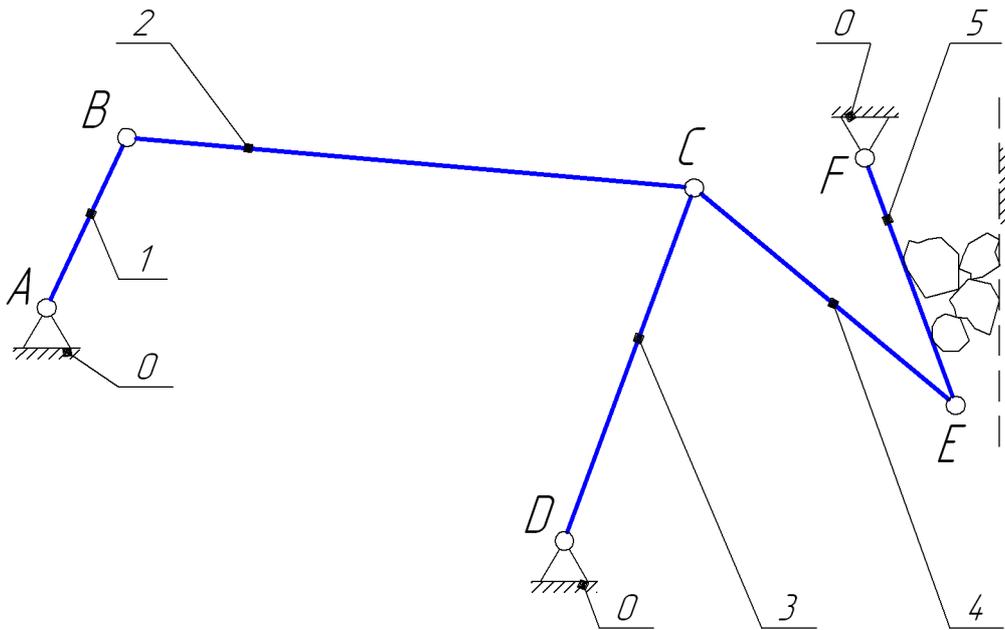


Рис. 2.1

3. Движение звена 1 определяется как вращательное вокруг неподвижной оси с поворотом за один цикл работы механизма на 360 градусов; звено 2 совершает плоское движение: звено не имеет неподвижных точек и меняет направление своей оси на плоскости; звено 3 совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси с поворотом на угол меньше 360 градусов в обоих направлениях; звено 4 движется аналогично звену 2; звено 5 движется так же, как звено 3. Исходя из вида движения каждого звена и в соответствии с принятой в ТММ терминологией, звено 1 определим как кривошип, звенья 2 и 4 — как шатуны, звенья 3 и 5 — как коромысла.

4. Число степеней свободы (подвижность) механизма определим по структурной формуле П.Л. Чебышева для плоских механизмов:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где  $n$  — число подвижных звеньев механизма ( $n = 5$ );

$p_5$  — число кинематических пар V класса ( $p_5 = 7$ );

$p_4$  — число кинематических пар IV класса ( $p_4 = 0$ ).

Выполняем расчет:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Таким образом, подвижность механизма равна единице. Отсюда следует, что движение всех звеньев механизма будет вполне определенным, если *одному* из этих звеньев сообщить некоторый закон движения. Это звено оказывается в результате начальным (или входным), а координата, с помощью которой отсчитывается его движение, — обобщенной координатой механизма, функциями которой можно описывать движение остальных звеньев.

5. Обычно в качестве входных звеньев принимаются звенья, образующие кинематические пары со стойкой и совершающие простые движения — поступательное или вращательное. В этом случае сообщить звену заданный закон движения технически проще. По этой причине в рассматриваемом механизме входным звеном выгодно назначить кривошип, поскольку закон движения такому звену можно сообщить при помощи обычного механизма передачи вращения или непосредственно от двигателя (электрического, внутреннего сгорания и т.п.). Таким образом, в заданном механизме в качестве входного звена выбираем кривошип 1, соответственно обобщенной координатой механизма будет угол поворота этого кривошипа.

6. Устанавливаем, что структура заданного механизма соответствует основному принципу образования плоских механизмов, состоящему в последовательном присоединении к ведущим звеньям и стойке (механизмам I класса) групп звеньев нулевой подвижности (групп Ассура). Согласно этому принципу выделяем кривошип 1 и стойку 0 — механизм I класса (см. рис. 2.2, а). Затем выделяем пару звеньев 2, 3 — группу II класса второго порядка первого вида (см. рис. 2.2, б); эта группа в кинематической паре В присоединена к кривошипу 1 и в паре D — к стойке 0. Далее выделяем пару звеньев 4, 5 — группу II класса второго порядка первого вида (см. рис. 2.2, в); эта группа в кинематической паре С присоединена к звеньям 2, 3 и в паре F — к стойке 0.

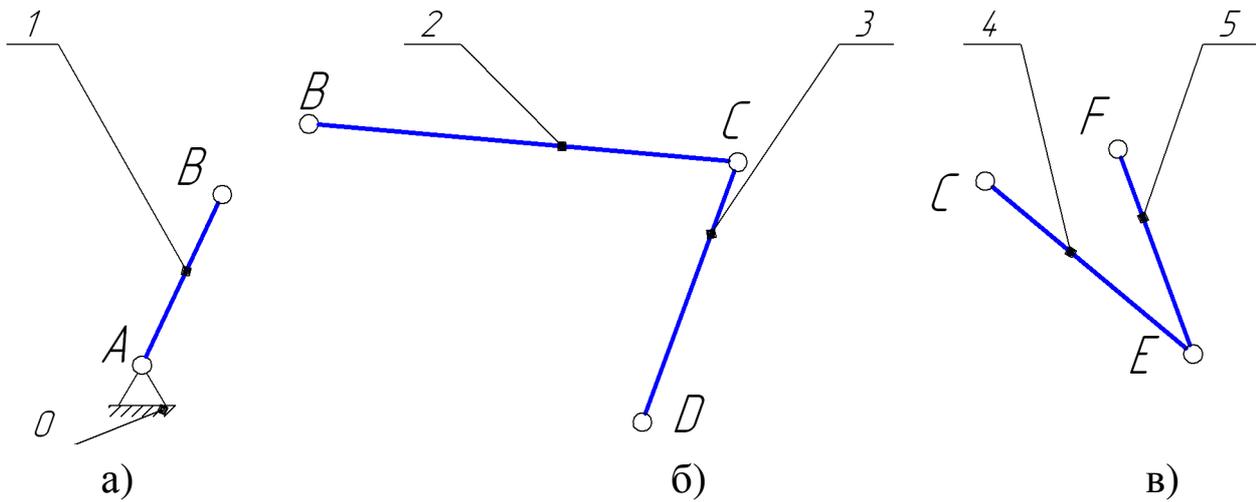


Рис. 2.2

7. Формула строения механизма, исходя из предыдущего, следующая:

$$I_1 \rightarrow II_2 \rightarrow II_2$$

8. В заданный механизм входят группы класса не выше второго, поэтому механизм классифицируется как механизм II класса.

#### 2.4. Структурный анализ механизма строгального станка

На рис. 2.3 показана схема механизма строгального станка, который может быть определен как плоский рычажный механизм, поскольку его звенья объединены в кинематическую цепь низшими кинематическими парами. Согласно приведенной выше последовательности решения задач структурного анализа определяем следующее.

1. Данный механизм образован пятью подвижными звеньями и стойкой, объединенными в замкнутую кинематическую цепь семью кинематическими парами. Подвижные звенья обозначаем цифрами от 1 до 5; стойку обозначаем цифрой 0; кинематические пары обозначаем прописными буквами латинского алфавита (см. рис. 2.3).

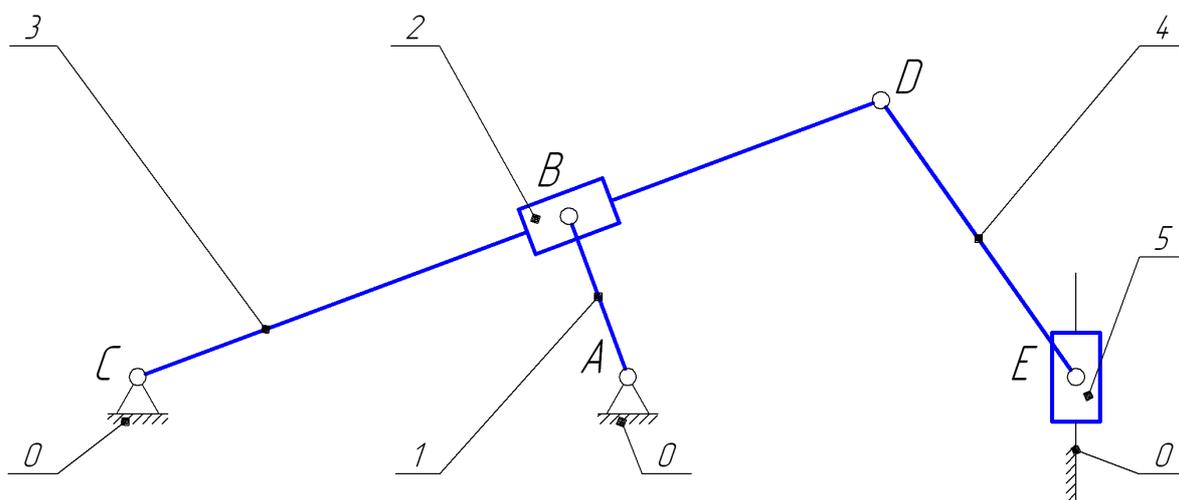


Рис. 2.3

2. Стойка 0 и звено 1 соединены кинематической парой А, которая допускает их относительное вращательное движение, это вращательная пара V класса; звенья 1, 2 соединены также вращательной парой V класса, это пара В; звенья 2, 3 соединены кинематической парой, допускающей относительное поступательное движение этих звеньев, эта пара (поступательная пара V класса) геометрически совпадает с вращательной парой В, поэтому имеет то же обозначение. Звено 3 со стойкой соединено вращательной парой V класса — парой С; это же звено соединено со звеном 4 парой D — вращательной парой V класса; звенья 4, 5 соединены также вращательной парой V класса — парой E, с которой геометрически совпадает поступательная пара V класса, объединяющая звено 5 со стойкой.

3. Движение звена 1 определяется как вращательное вокруг неподвижной оси с поворотом за цикл работы механизма на 360 градусов; звено 2 совершает сложное движение: переносным движением для этого звена является вращательное движение звена 3, а относительным движением является поступательное движение данного звена вдоль оси звена 3. Вид движения звена 3 уже указан — это вращательное движение вокруг оси цилиндрического шарнира С, ограниченное размерами звена 1.

Звено 4 совершает плоское движение; звено 5 — поступательное движение вдоль неподвижной направляющей. Исходя из вида движения каждого звена и в соответствии с принятой в ТММ терминологией звено 1 определим как кривошип, звенья 2 и 5 — как ползуны, звено 3 — как кулису, звено 4 — как шатун.

4. Число степеней свободы (подвижность) механизма определим по структурной формуле П.Л. Чебышева для плоских механизмов:  
$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

Где  $n$  — число подвижных звеньев механизма ( $n = 5$ );

$p_5$  — число кинематических пар V класса ( $p_5 = 7$ );

$p_4$  — число кинематических пар IV класса ( $p_4 = 0$ ).

Выполняем расчет:  $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$ .

Таким образом, подвижность механизма равна единице. Отсюда следует, что движение всех звеньев механизма будет вполне определенным, если одному из этих звеньев сообщить некоторый закон движения. Это звено оказывается в результате начальным (или входным), а координата, с помощью которой отсчитывается его движение, — обобщенной координатой механизма, функциями которой можно описывать движение остальных звеньев.

5. По обозначенной выше причине в заданном механизме в качестве начального звена выбираем кривошип 1, соответственно, обобщенной координатой механизма будет угол поворота этого кривошипа.

6. Устанавливаем, что структура заданного механизма соответствует основному принципу образования плоских механизмов, состоящему в последовательном присоединении к ведущим звеньям и стойке (механизмам I класса) групп звеньев нулевой подвижности (групп Ассур). Согласно этому принципу выделяем кривошип 1 и стойку 0 — механизм I класса (см. рис. 2.4, а). Затем выделяем пару звеньев 2, 3 — группу II класса второго порядка третьего вида (см. рис. 2.4б); эта группа в кинематической паре В присоединена к кривошипу 1 и в паре С — к стойке 0. Далее

выделяем пару звеньев 4,5 — группу II класса второго порядка второго вида (см.рис. 2.4в); эта группа в кинематической паре D присоединена к звену 3 и в поступательной паре E — к стойке 0.

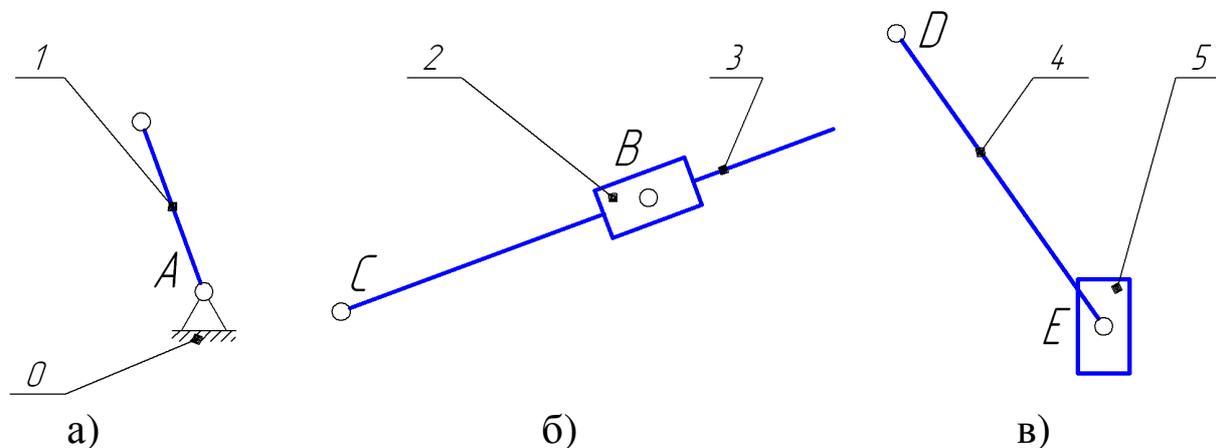


Рис. 2.4

7. Формула строения механизма, исходя из предыдущего, следующая:

$$I_1 \rightarrow II_2 \rightarrow II_2$$

8. В заданный механизм входят группы класса не выше второго, поэтому механизм классифицируется как механизм II класса.

### 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

#### 3.1. Цель и задачи кинематического анализа

Цель кинематического анализа — изучение кинематических характеристик механизма: траекторий движения, скоростей и ускорений характерных точек и звеньев механизма [1,5,6]. В ходе анализа решаются следующие исследовательские задачи:

- определяются положения механизма, в различные моменты времени его установившегося движения; выполняется построение траектории заданной точки механизма;

- выполняется кинематический анализ механизма методом планов: выполняется построение планов скоростей и ускорений, вычисляются скорости и ускорения

характерных точек механизма (кинематических пар, центров масс звеньев), а также угловых скоростей и ускорений звеньев механизма в различных его положениях;

- выполняется кинематический анализ механизма методом диаграмм: составляется функция перемещения выходного звена механизма в зависимости от обобщенной координаты (в табличной и графической формах); методом графического дифференцирования строятся диаграммы аналогов скоростей и аналогов ускорений выходного звена; по значениям аналогов вычисляются значения скоростей и ускорений выходного звена в функции времени;

- выполняется сравнительный анализ результатов кинематического анализа методом планов и методом диаграмм.

Решение первой из этих задач позволит установить ход звеньев (что даст возможность определить очертания контура машины), выяснить соответствие движения звеньев правильной последовательности реализуемых процессов. Решение другой задачи позволит оценить кинематику механизма с точки зрения её соответствия установленным регламентным ограничениям (например, ограничениям скорости подачи режущего инструмента в исполнительных механизмах рабочих машин). Кроме того, результаты кинематического анализа используются при исследовании динамики машины — в частности, при определении приведенных к начальному звену механизма силовых и инерционных характеристик, при силовом анализе механизма.

## 3.2. Построение плана положений механизма

Исходными данными для решения данной задачи являются:

- 1) кинематическая схема механизма;
- 2) закон движения входного (ведущего) звена.

В задании к РГР приведены эскиз механизма и исходные данные для построения его кинематической схемы. Согласно заданию, закон движения входного звена (в проекте анализируются кривошипные механизмы) представлен постоянной угловой скоростью кривошипа, поэтому наиболее удобным представляется построение кинематической схемы механизма через равные промежутки времени в пределах одного цикла установившегося движения. Поскольку для всех вариантов механизмов, представленных в задании, цикл движения механизма соответствует одному обороту ведущего звена — кривошипа 1, то получаем: через равные промежутки времени кривошип занимает угловые положения, равномерно распределенные в пределах  $360^{\circ}$  — полного угла поворота кривошипа.

Таким образом, построение плана положений механизма начинается с построения положений ведущего звена — кривошипа (количество этих положений при курсовом проектировании обычно принимается в пределах от 6 до 12). Отсчет положений осуществляется от начального (нулевого) положения, которое выбирается, исходя из следующего.

В исполнительных механизмах представленного в задании на проект типа (преобразующих непрерывное вращательное движение в возвратно-поступательное) начальное (нулевое) положение звеньев механизма обычно выбирается из двух крайних его положений, а именно: то положение, которое соответствует началу рабочего хода выходного звена — ползуна. В технологических машинах (например, в строгальном станке) на этом ползуне, совершающем возвратно-поступательное движение, может быть закреплен режущий инструмент; в транспортных машинах (например, в качающемся

конвейере) ползун может перемещать какие-то объекты и т. д. В фазе рабочего хода к ползуну приложена сила производственного сопротивления, направленная против движения ползуна и совершающая, таким образом, отрицательную работу. В результате направление этой силы и определит выбор начального положения механизма из двух крайних.

Операция отыскания крайних положений звеньев выполняется исходя из вида структурных групп механизма и начинается с определения крайних положений звеньев группы, которая присоединена к начальному механизму, образованному ведущим звеном и стойкой. Пусть, например, к начальному механизму присоединена группа II класса 2-го порядка первого вида (см. рис. 3.1, а), образующая (вместе с начальным механизмом) кривошипно-коромысловый механизм.

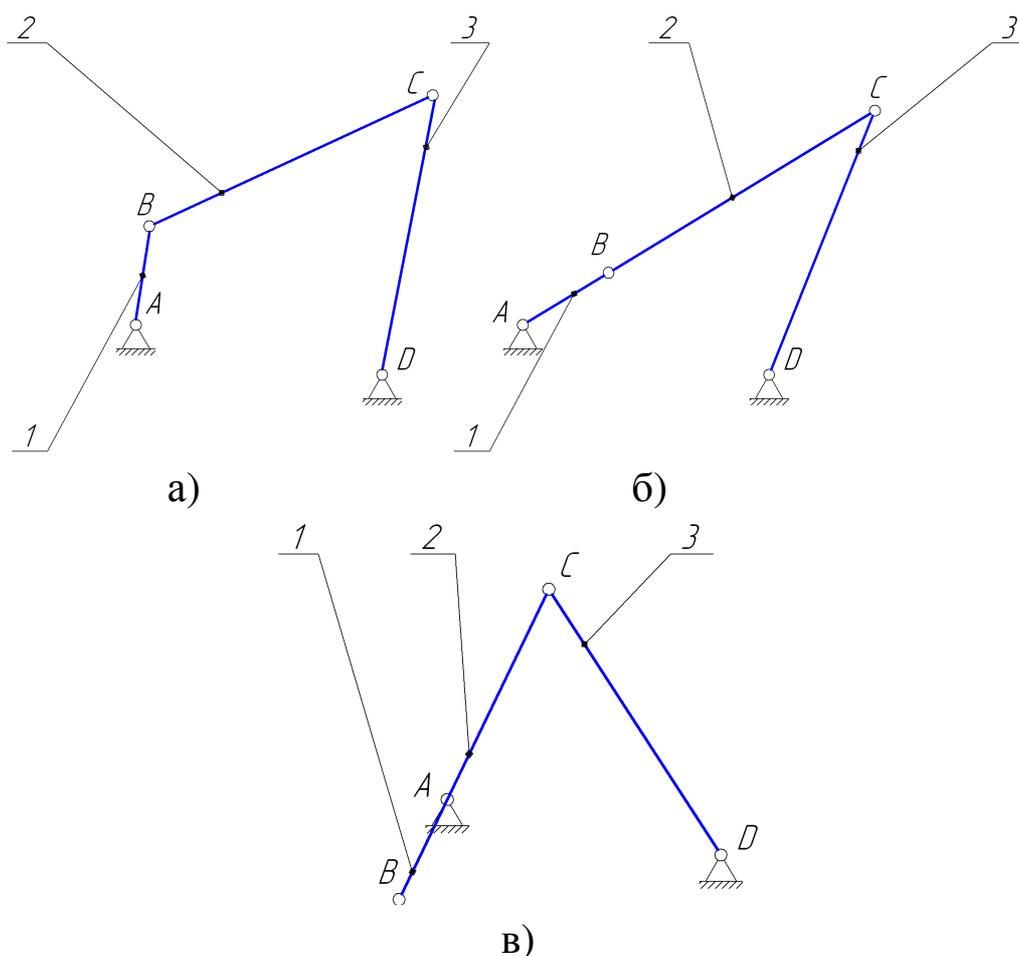


Рис. 3.1

Коромысло 3 будет занимать *крайнее правое* положение, когда кривошип 1 и шатун 2 будут располагаться на одной прямой так, как показано на рис. 3.1, б. При этом кинематическая пара С будет наиболее удалена от центра вращения кривошипа А и это её положение определится точкой пересечения двух дуг : радиусом  $(AB + BC)$  и радиусом  $CD$ . Коромысло 3 будет занимать *крайнее левое* положение, когда кривошип 1 и шатун 2 будут также располагаться на одной прямой, но другим образом — так, как показано на рис. 3.1, в. При этом кинематическая пара С будет наиболее приближена к центру вращения кривошипа и это её положение определится точкой пересечения двух дуг: радиусом  $(BC - AB)$  и радиусом  $CD$ .

Другим характерным примером является присоединение к начальному механизму группы II класса 2-го порядка третьего вида (см. рис. 3.2, а), образуя (вместе с начальным механизмом) кривошипно-кулисный механизм.

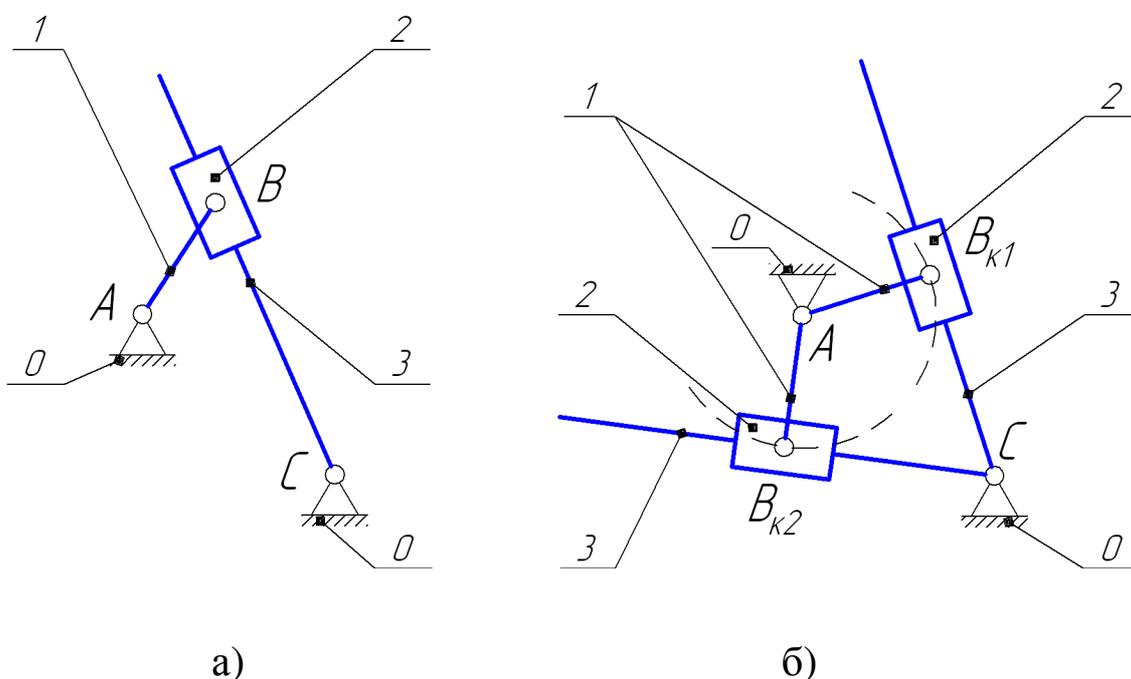


Рис. 3.2

Ось кулисы 3 в крайних её положениях будет занимать положения касательных к окружной траектории движения концевой точки кривошипа — вращательной кинематической пары  $B$ , с которой геометрически совпадает поступательная пара — центральная пара структурной группы 2, 3 (см. рис. 3.2, б). Определение крайних положений структурных групп, последовательно присоединяемых к рассмотренным механизмам, выполняется согласно тем же принципам.

Следующий этап рассматриваемой задачи — выбор направления вращения кривошипа 1. В этой связи используем понятия *фазовых углов* поворота кривошипа. Угол поворота кривошипа, при котором происходит перемещение выходного звена из одного крайнего положения в другое, называется фазовым углом. Если при таком перемещении на выходное звено действует сила производственного сопротивления, то соответствующий фазовый угол называется *фазовым углом рабочего хода*; если при данном перемещении сила производственного сопротивления отсутствует, то соответствующий фазовый угол называется *фазовым углом холостого хода*.

Фазовые углы обычно отличаются друг от друга и при перемене направления вращения кривошипа взаимно обратимы. Отсюда следует, что при постоянной скорости вращения кривошипа время рабочего хода может существенно отличаться от времени холостого хода. Поэтому выбор указанного направления определяется требуемыми характеристиками движения выходного звена в фазе рабочего хода. Если скорость выходного звена ограничена сверху (например, в металлорежущих станках), то направление вращения кривошипа выбирается таким образом, чтобы фазовый угол рабочего хода был больше фазового угла холостого хода; если требуются высокие скорости и ускорения движения выходного звена в фазе рабочего хода, то принимается обратное решение. В прилагаемых к настоящему Пособию примерах выполнения курсового проекта

операция выбора направления вращения кривошипа проиллюстрирована достаточно полно.

После определения начального положения и выбора направления вращения входного звена — кривошипа — выполняется собственно построение плана положений механизма через равные углы поворота входного звена. Построение плана осуществляется методом «геометрических мест», сущность которого рассмотрим на примере построения плана положений кривошипно-коромыслового механизма.

Пусть начальным положением механизма является положение, в котором кривошип 1 и шатун 2 располагаются на одной прямой так, как показано на рис. 3.3 (начальное положение выделено жирными линиями). Пусть также выбрано направление вращения кривошипа против часовой стрелки.

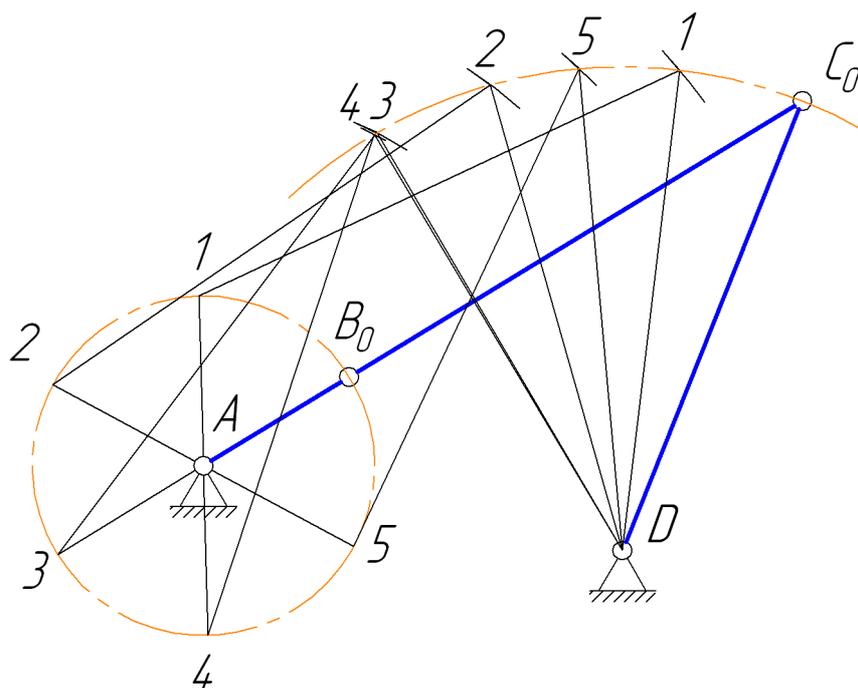


Рис. 3.3

Согласно упомянутому методу, из центра цилиндрического шарнира  $A$  строим окружность радиусом  $AB$  — геометрическое место положений шарнира  $B$  (концевой точки кривошипа 1). Будем строить положения механизма через каждые 60 градусов поворота

кривошипа, поэтому разбиваем окружность на шесть равных частей и получаем точки  $B_i$  (на рисунке по окружности расположены цифровые индексы точек  $B_i$ ). Соединяем точки  $B_i$  с центром  $A$  и строим шесть положений кривошипа. Для построения положений шатуна 2 и коромысла 3 определяем положения шарнира  $C$ . Из центра шарнира  $D$  проводим дугу радиусом  $CD$ . Получаем первое геометрическое место положений шарнира  $C$ . Затем из точек  $B_i$  как из центров строим семейство дуг радиусом  $BC$ , получаем второе геометрическое место положений шарнира  $C$ . В пересечениях этих двух геометрических мест получаем точки  $C_i$ . Соединяем эти точки с точками  $B_i$  и получаем шесть положений шатуна 2; соединяем точки  $C_i$  с центром шарнира  $D$  и получаем шесть положений коромысла 3. В совокупности получаем шесть положений механизма (см. рис. 3.3).

На основе плана положений механизма достаточно просто изучаются траектории движения различных точек механизма. Пусть, например, необходимо установить траекторию центра масс звена 2, полагая звено 2 однородным стержнем. Отмечаем срединные точки звена во всех его шести положениях и обводим это семейство точек плавной кривой (выделена на рис. 3.3 пунктирной линией). Полученная кривая является искомой траекторией.

### 3.3. Кинематический анализ методом планов

#### *Построение планов скоростей*

Кинематический анализ механизмов методом планов — графический способ решения уравнений, описывающих кинематические соотношения между скоростями и ускорениями точек звеньев механизма как твердых тел и выведенных в курсе теоретической механики (ТМ).

Предварительной операцией в построении планов скоростей является определение скорости точки входного звена, в которой к этому звену

присоединяется звено первой в структуре механизма группы Ассура. В механизмах, представленных в Задании к курсовому проекту, такой точкой является концевая точка  $B$  кривошипа, поэтому по заданной угловой скорости вращения кривошипа получаем:

$$V_B = \omega_1 \cdot l_1.$$

Направлена скорость точки  $B$  по касательной к её окружной траектории (т.е. перпендикулярно оси кривошипа) в сторону вращения кривошипа.

Дальнейшее рассмотрение по данной теме ограничим примерами построения планов скоростей для двух структурных групп, приведенных выше.

Пусть к механизму I класса присоединена структурная группа II класса 2-го порядка первого вида (группа 2, 3, см. рис. 3.4, а). Необходимо построить план скоростей для группы в некотором промежуточном положении её звеньев.

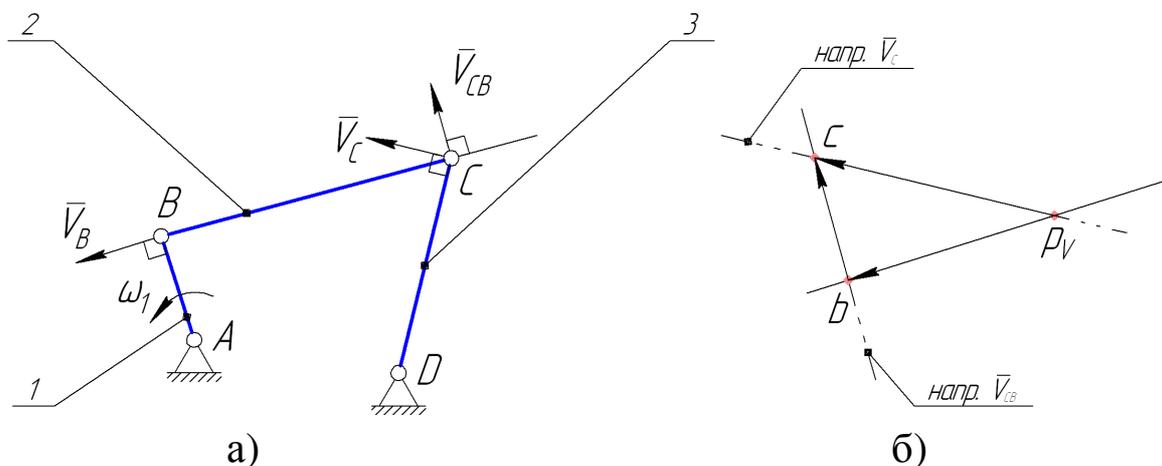


Рис. 3.4

Известны скорости концевых кинематических пар группы 2, 3 — точек  $B$  и  $D$ : скорость точки  $B$  определена выше, скорость неподвижной точки равна нулю. Найдём скорости других характерных точек группы: шарнира  $C$  и центров масс звеньев группы.

Для отыскания скорости точки  $C$  воспользуемся соотношением, выведенными в курсе ТМ и связывающим скорости двух точек тела при плоском движении последнего. Точка  $C$  принадлежит звену 2, поэтому, считая точку  $B$  полюсом, получаем:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_B + \bar{V}_{CB} \quad (3.1)$$

В векторном уравнении (3.1) известны величина и направление скорости точки  $B$  (см. выше), направление скорости точки  $C$  в её вращательном движении вокруг неподвижной точки  $D$  ( $\bar{V}_C \perp CD$ ), направление скорости точки  $C$  в её вращательном движении вокруг точки  $B$  ( $\bar{V}_{CB} \perp CB$ ). Таким образом, в уравнении имеем две неизвестные величины — модули векторов  $\bar{V}_C, \bar{V}_{CB}$ . Графический способ решения уравнения позволяет найти эти неизвестные.

Отмечаем на чертеже произвольную точку  $p_v$  и строим вектор  $p_v b$ , изображающий в принятом масштабе скорость точки  $B$ . Если, например, скорость точки  $B$  равна 5 м/с, а масштаб для изображения скоростей принят равным  $\mu_v = 0,1 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$ , то длина вектора  $p_v b$  будет равна 50 мм. Направлен вектор  $p_v b$  так же, как вектор  $\bar{V}_B$  (см. рис. 3.4, б). Согласно уравнению (3.1) с концом вектора  $p_v b$  должно быть совмещено начало вектора, изображающего скорость  $\bar{V}_{CB}$ , однако, поскольку известно только направление этого вектора, то возможно лишь построение вспомогательной прямой, на которой лежит вектор скорости  $\bar{V}_{CB}$  (см. рис. 3.4, б). Вектор скорости  $\bar{V}_C$  как суммы векторов  $\bar{V}_B$  и  $\bar{V}_{CB}$  своим началом имеет начало вектора  $p_v b$ , поэтому возможно построение вспомогательной линии, на которой лежит данный вектор.

В пересечении этих двух направлений имеем точку  $c$  — конец вектора  $p_v c$ , изображающего на плане скоростей скорость точки  $C$ . Отрезок  $bc$  определим как вектор, изображающий скорость  $\bar{V}_{CB}$  и в результате устанавливаем, что построенный векторный треугольник является непротиворечивым графическим изображением векторного

уравнения (3.1). Этот векторный треугольник определим как план скоростей для механизма на рис. 3.4, а. Численные значения неизвестных скоростей найдем непосредственно из плана скоростей, измерив соответствующие отрезки и умножив полученные длины на масштаб плана:

$$V_C = p_V c \cdot \mu_V; \quad V_{CB} = bc \cdot \mu_V.$$

Значения угловых скоростей звеньев 2, 3 механизма найдём, также используя данные плана скоростей:

$$\omega_2 = \frac{V_{CB}}{l_2}; \quad \omega_3 = \frac{V_C}{l_3}.$$

Пусть далее к механизму I класса присоединена структурная группа II класса 2-го порядка третьего вида (группа 2, 3, см. рис. 3.5, а).

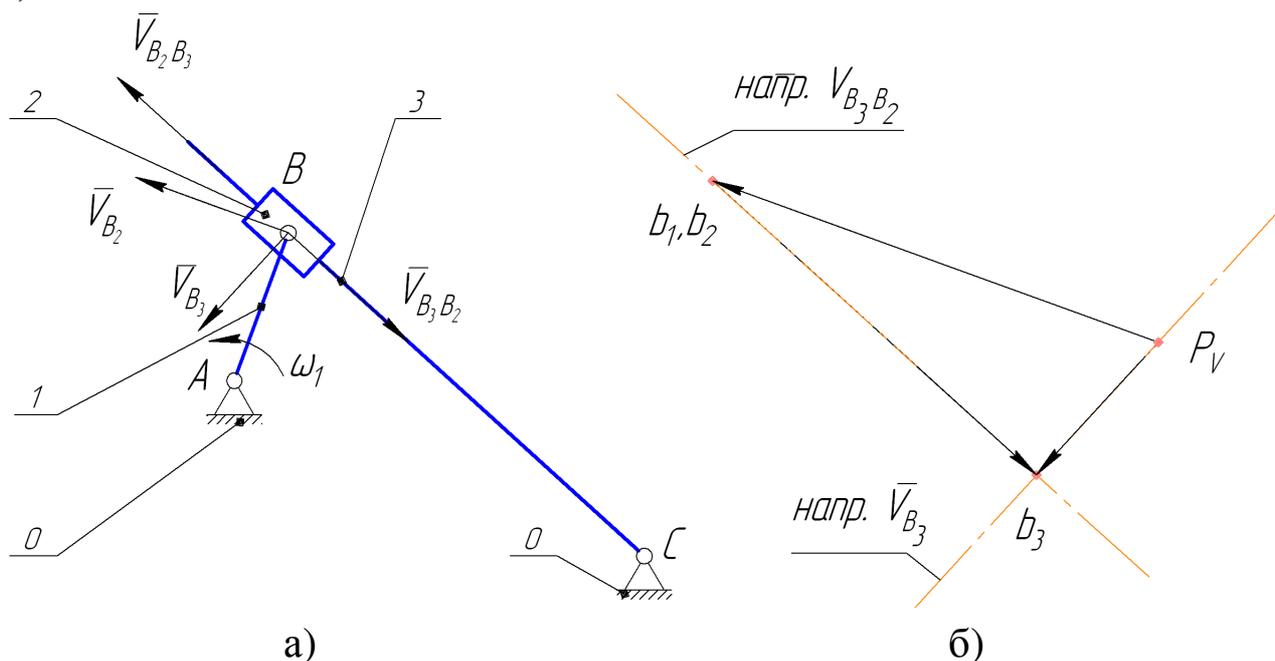


Рис. 3.5

Переходим к определению скоростей точек, принадлежащих кулисе 3. Зафиксируем на кулисе точку  $B_3$ , геометрически совпадающую в рассматриваемом положении механизма с точками  $B_1$ ,  $B_2$ , и рассмотрим уравнение, связывающее скорости этих точек.

Исходим при этом из того, что движение точки  $B_2$  можно рассматривать в двух вариантах. С одной стороны, движение точки  $B_2$  как точки, совпадающей в каждый момент времени с точкой  $B_1$ , вполне определено (см. выше). С другой стороны движение точки  $B_2$  можно рассматривать как сложное движение, представленное переносным движением ползуна вместе с кулисой 3 и относительным движением ползуна вдоль оси кулисы. Для этого сложное движение по теореме о сложении скоростей имеем:

$$\bar{V}_{B_2} = \bar{V}_{B_3} + \bar{V}_{B_2B_3}.$$

В данном векторном уравнении искомой является скорость  $\bar{V}_{B_3}$ . Поэтому выполним следующее преобразование:

$$\bar{V}_{B_3} = \bar{V}_{B_2} - \bar{V}_{B_2B_3}, \quad \text{или} \quad \bar{V}_{B_3} = \bar{V}_{B_2} + \bar{V}_{B_3B_2} \quad (3.2)$$

В последнем векторном уравнении известными являются следующие величины: модуль и направление вектора  $\bar{V}_{B_2}$ ; направление вектора  $\bar{V}_{B_3B_2}$  (этот вектор противоположен вектору  $\bar{V}_{B_2B_3}$ , который направлен вдоль оси кулисы 3); направление вектора  $\bar{V}_{B_3}$  ( $\bar{V}_{B_3} \perp BC$ ). В результате имеем две неизвестные величины — модули векторов  $\bar{V}_{B_3}$  и  $\bar{V}_{B_3B_2}$ , которые могут быть определены графическим способом решения уравнения (3.2) — построением плана скоростей.

Отмечаем на плоскости произвольную точку  $p_v$  (см. рис. 3.5, б) и строим вектор  $p_v b_2$ , изображающий в принятом масштабе скорость точки  $B_2$  (имеем при этом в виду, что  $\bar{V}_{B_2} = \bar{V}_{B_1}$ ; скорость  $\bar{V}_{B_1}$  находим по заданной угловой скорости вращения кривошипа — см. выше). Далее, согласно уравнению (3.2), через конечную точку этого вектора строим прямую — направление вектора  $\bar{V}_{B_3B_2}$  ( $\bar{V}_{B_3B_2} \parallel BC$ ), а через полюс  $p_v$  проводим прямую — направление вектора  $\bar{V}_{B_3}$  ( $\bar{V}_{B_3} \perp BC$ ). Пересечение этих направлений определит точку  $b_3$  — конец вектора, изображающего на плане скоростей скорость точки  $B_3$ .

Численные значения скоростей  $\bar{V}_{B3}$  и  $\bar{V}_{B3B2}$ , как и выше, находим непосредственно из плана скоростей:

$$V_{B3} = p_V b_3 \cdot \mu_V; \quad V_{B3B2} = b_2 b_3 \cdot \mu_V.$$

Угловую скорость звена 3 также находим по данным плана скоростей:  $\omega_3 = \frac{V_{B3B2}}{BC}$ . Направление  $\omega_3$  определяется направлением скорости  $\bar{V}_{B3}$ . Угловая скорость звена 2 совпадает с угловой скоростью звена 3, поскольку относительное движение этих звеньев — поступательное.

Скорость любой произвольной точки механизма, для которого построен план скоростей (построение плана скоростей можно считать законченным, если определены векторы скорости всех кинематических пар механизма), можно найти из того же плана, используя известное из курса ТМ правило о подобии фигур кинематической схемы механизма и его плана скоростей, обозначенных одноименными символами, и выполняя соответствующие дополнительные построения.

Пусть, например, построен план скоростей для механизма, включающего начальный механизм и последовательно присоединенные к нему две группы II класса (см. рис. 3.6). Необходимо найти скорость точки  $E$  и скорость центра масс звена 2.

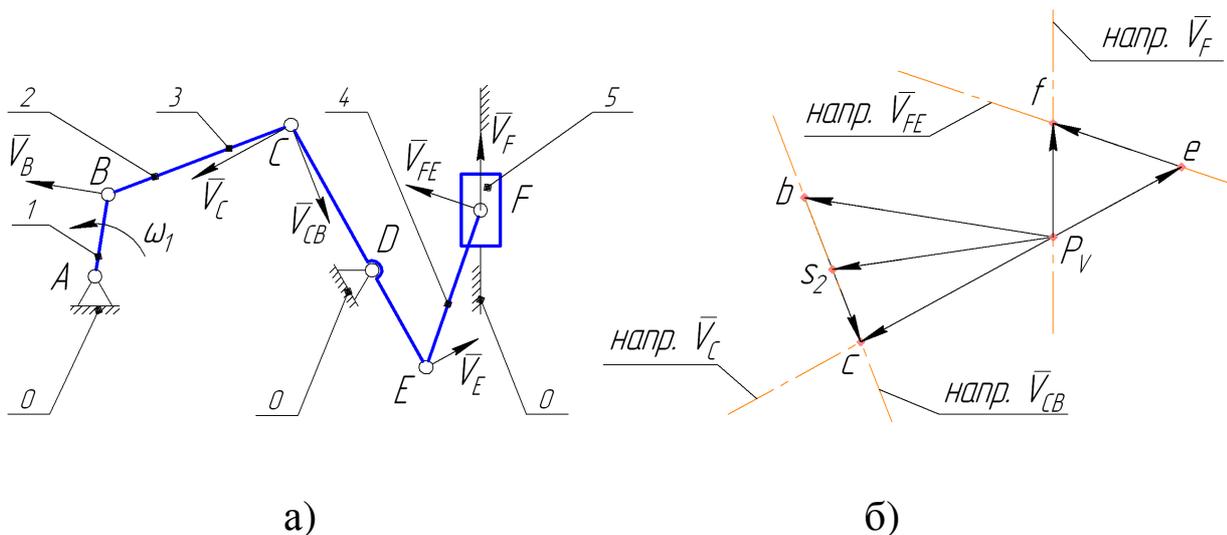


Рис. 3.6

Вначале отметим, что неподвижным точкам механизма на его кинематической схеме соответствует полюс плана скоростей (это вполне корректное замечание, поскольку полюс можно рассматривать как вектор, начало и конец которого совпадают, т.е. как нуль-вектор скорости неподвижной точки). Это положение зафиксируем на плане скоростей, указав рядом с обозначением полюса строчные буквы, одноименные обозначениям неподвижных точек механизма, например, обозначениям кинематических пар, соединяющих подвижные звенья со стойкой (см. рис. 3.6, б).

Вектор скорости точки  $E$  найдем, используя подобие фигур: отрезка  $CDE$  на кинематической схеме механизма и отрезка  $c p_v e$  на плане скоростей. В подобных фигурах соответствующие отрезки пропорциональны, поэтому имеем:

$$\frac{p_v e}{DE} = \frac{p_v c}{DC} \Rightarrow p_v e = \frac{p_v c \cdot DE}{DC}$$

Вектор скорости центра масс звена 2 найдем из предположения, что звено 2 есть однородный стержень постоянного поперечного сечения и его центр масс расположен в геометрическом центре стержня, т.е. посередине между точками  $B$  и  $C$ . Соответственно, в силу подобия, точка  $s_5$  на плане скоростей будет располагаться посередине отрезка  $bc$  и скорость центра масс звена 2 изобразится вектором  $p_v s_5$ .

### *Построение планов ускорений*

Как и выше, последовательно рассмотрим построение плана ускорений для двух типов механизмов, приведенных выше. Сначала рассмотрим кривошипно-коромысловый механизм (см. рис. 3.7, а).

При построении плана ускорений для заданного механизма предварительно определим ускорения точек входного звена по заданному закону его движения. При этом имеем в виду, что согласно Заданию на проект исследованию подлежат механизмы, у которых

закон движения входного звена — кривошипа — представлен постоянной угловой скоростью его вращения.

Вычислим ускорение концевой точки кривошипа — кинематической пары  $B$ . Точка совершает криволинейное движение по определенной траектории — окружности радиусом  $AB$ , т.е. можно использовать метод определения кинематических характеристик точки при естественном способе задания её движения.

Ускорение точки  $B$ , согласно указанному методу, можно представить двумя составляющими: нормальной и касательной:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_B^n + \bar{a}_B^\tau.$$

В силу постоянства угловой скорости вращения кривошипа второе слагаемое в правой части данного уравнения есть нуль-вектор. Поэтому имеем: ускорение точки  $B$  есть вектор, направленный вдоль оси кривошипа от точки  $B$  к точке  $A$  и равный по модулю  $a_B = a_B^n = \frac{V_B^2}{l_1}$ .

Далее определим ускорение точки  $C$ . При этом будем исходить из соотношения между ускорениями двух точек твердого тела, полученного в курсе ТМ. Принимаем точку  $B$  за полюс и получаем:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}.$$

Точка  $C$  в её относительном движении вокруг точки  $B$  движется по окружной траектории, поэтому выполняем разложение вектора  $\bar{a}_{CB}$  на нормальную и касательную составляющие:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau \quad (3.3)$$

Модуль нормальной составляющей определим расчетным путем:  $a_{CB}^n = \frac{V_{CB}^2}{l_2}$ .

Далее устанавливаем, что в векторном уравнении (3.3) содержатся четыре неизвестные: модуль и направление вектора  $\bar{a}_C$ , а также модули векторов  $\bar{a}_{CB}^n$  и  $\bar{a}_{CB}^\tau$ . Поэтому уравнение (3.3) не имеет единственного решения.

Дополнительное уравнение получаем, обращаясь к соотношению между ускорениями точек  $C$  и  $D$  звена 3. Аналогично предыдущему имеем:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_D + \bar{a}_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^\tau \quad (3.4);$$

$$\bar{a}_D = \bar{0}; \quad a_{CD}^n = \frac{V_C^2}{l_3}.$$

Объединяем два последних векторных уравнения в одно уравнение, в котором остаются только две неизвестные — модули касательных ускорений:

$$\bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau = \bar{a}_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^\tau.$$

Решаем это уравнение графическим методом — строим по этому уравнению план ускорений. Выбираем на плоскости произвольную точку  $p_a$  — полюс плана ускорений (см. рис. 3.7, б) и выполняем построение левой части уравнения в следующей последовательности.

Из полюса  $p_a$  в принятом масштабе  $\mu_a \left[ \frac{м/с^2}{мм} \right]$  откладываем вектор  $p_a b$ , изображающий ускорение точки  $b$  ( $p_a b \parallel AB$ ). Из конца этого вектора строим вектор  $bn_1$ , изображающий нормальное ускорение  $a_{CB}^n$  ( $bn_1 \parallel BC$  и направлен от  $C$  к  $B$ ). Через конечную точку вектора проводим направление касательного ускорения  $\bar{a}_{CB}^\tau$  перпендикулярно оси звена 2.

Выполняем построение правой части уравнения и из полюса  $p_a$  откладываем вектор  $p_a n_2$ , изображающий нормальное ускорение  $a_{CD}^n$  ( $p_a n_2 \parallel CD$  и направлен от точки  $C$  к точке  $D$ ). Через конец вектора проводим направление касательного ускорения  $\bar{a}_{CD}^\tau$  перпендикулярно оси звена 3 (см. рис. 3.7, б).

В пересечении направлений касательных ускорений получаем точку  $c$  — конец вектора  $p_a c$ , изображающего на плане ускорений ускорение точки  $C$ . Отмечаем, что полученный векторный

многоугольник полностью отвечает приведенным выше векторным уравнениям (3.3) и (3.4).

Построение плана ускорений завершено и непосредственно из плана находим модули неизвестных ускорений:

$$a_c = p_a c \cdot \mu_a; a_{cb} = bc \cdot \mu_a; a_{CB}^\tau = n_1 c \cdot \mu_a$$

Также находим угловые ускорения звеньев 2, 3:  $\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_2}$ ;

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^\tau}{l_3}$$

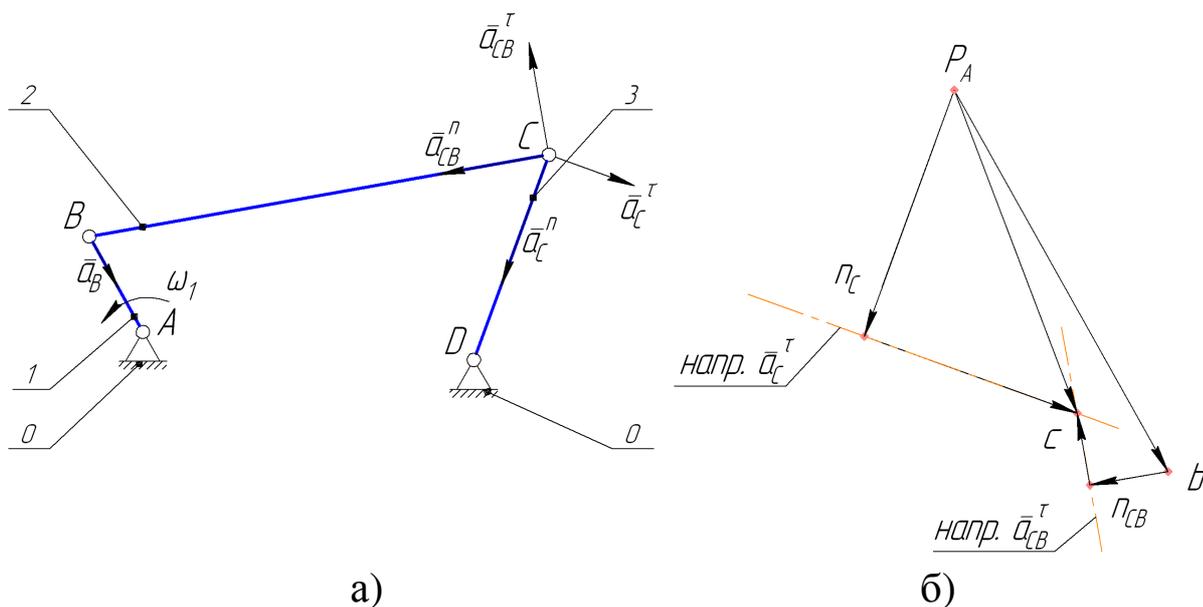


Рис. 3.7

Рассмотрим далее построение плана ускорений для кривошипно-кулисного механизма (см. рис. 3.8, а) и отметим некоторые особенности этой операции.

Как и выше, полагаем, что кривошип 1 вращается с постоянной скоростью, соответственно ускорение точки  $B$  будет иметь только нормальную составляющую, по модулю равную:  $a_B = a_B^n = \frac{V_B^2}{l_1}$ . Далее

отмечаем, что точку  $B$  можно отнести к трем звеньям, поэтому в дальнейшем будем рассматривать точку  $B_1$  кривошипа 1, точку  $B_2$  ползуна 2 и точку  $B_3$  кулисы 3. Все эти точки в рассматриваемом

положении механизма геометрически совпадают, однако, если точки  $B_1$  и  $B_2$  неподвижны друг относительно друга и имеют, соответственно, одинаковые кинематические характеристики, то точка  $B_3$  кулисы перемещается относительно точки  $B_2$  ползуна и это относительное движение — поступательное вдоль оси звена 3. В результате сначала отметим, что  $\bar{a}_{B1} = \bar{a}_{B2} = \bar{a}_B$ , затем перейдем к определению ускорения точки  $B_3$ .

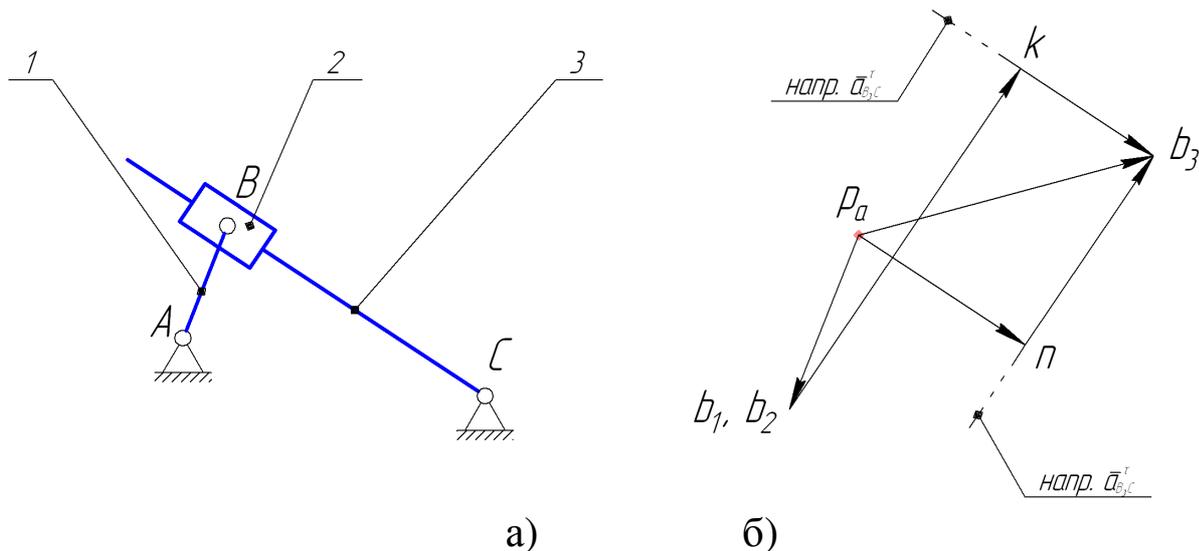


Рис. 3.8

Как и выше, будем использовать уравнения, связывающие ускорение точки  $B_3$  с известными ускорениями других точек механизма. Сначала обратимся к уравнению, связывающему ускорения точек  $B_3$  и  $B_2$ . Исходим из того, что если рассматривать в некоторой совокупности движение точек ползуна 2 и кулисы 3, то устанавливаем, что точка  $B_2$  ползуна совершает сложное движение, при этом переносным её движением является движение точки  $B_3$ , геометрически совпадающей с точкой  $B_2$ , а относительным движением является поступательное движение точки  $B_2$  вдоль оси звена 3 относительно точек этого звена, в том числе и относительно точки  $B_3$ . При таком сложном движении точки, в котором переносным является вращательное движение, абсолютное ускорение

точки определяется по теореме Кориолиса. Согласно этой теореме имеем:

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_2}^e + \bar{a}_{B_2}^r + \bar{a}_{B_2}^k,$$

где  $\bar{a}_{B_2}$  — абсолютное ускорение точки  $B_2$  (ускорение в неподвижной системе координат);  $\bar{a}_{B_2}^e$  — переносное ускорение точки  $B_2$  (ускорение точки, принадлежащей звену 3 и геометрически совпадающей в рассматриваемом положении с точкой  $B_2$ ). Этой точкой, как указывалось выше, является точка  $B_3$ , поэтому имеем:  $\bar{a}_{B_2}^e = \bar{a}_{B_3}$ ;  $\bar{a}_{B_2}^r$  — относительное ускорение точки  $B_2$  (ускорение этой точки в её движении относительно точек кулисы, в том числе относительно точки  $B_3$ , т.е.  $\bar{a}_{B_2}^r = \bar{a}_{B_2B_3}^r$ ; здесь и далее в нижней индексации первой будем указывать точку, движение которой относительно точки, стоящей второй в индексации, актуально в данном рассмотрении; смысл такой индексации следует из дальнейшего);  $\bar{a}_{B_2}^k$  — кориолисово ускорение, характеризующее изменение относительной скорости точки  $B_2$  её переносном движении, определяется как удвоенное векторное произведение вектора угловой скорости переносного движения и вектора относительной скорости точки:  $\bar{a}_{B_2}^k = 2(\bar{\omega}^e \times \bar{V}^r)$ , где  $\bar{\omega}^e$  — вектор угловой скорости переносного движения, т.е.

в нашем случае это угловая скорость кулисы 3:  $\bar{\omega}^e = \bar{\omega}_3$ ;  $\bar{V}^r$  — вектор относительной скорости точки  $B_2$ , т.е. скорость точки  $B_2$  относительно точки  $B_3$ :  $\bar{V}^r = \bar{V}_{B_2B_3}$ . Таким образом,  $\bar{a}_{B_2}^k = 2(\bar{\omega}_3 \times \bar{V}_{B_2B_3})$ .

**Замечание.** Здесь в обозначении кориолисова ускорения также принята индексация, упомянутая ранее и смысл которой будет ясен ниже.

Согласно определению векторного произведения модуль кориолисова ускорения равен удвоенному произведению модулей перемножаемых векторов и синуса угла между ними. Однако, поскольку в Задании на проект представлены плоские механизмы, то для всех этих механизмов векторы угловых скоростей вращающихся звеньев направлены перпендикулярно плоскости, в которой движутся звенья механизма, поэтому указанный угол равен 90 градусов и модуль кориолисова ускорения будет определяться так:

$$a_{B_2B_3}^k = 2\omega_3 \cdot V_{B_2B_3}$$

Направлено кориолисово ускорение также в соответствии с определением векторного произведения, т.е. таким образом, что векторы  $\bar{\omega}_3$ ,  $\bar{V}_{B_2B_3}$  и  $\bar{a}_{B_2B_3}^k$  (именно в таком порядке) образуют правую тройку векторов. т.е. вектор  $\bar{a}_{B_2B_3}^k$  направлен перпендикулярно плоскости векторов  $\bar{\omega}_3$  и  $\bar{V}_{B_2B_3}$  в ту сторону, откуда кратчайший поворот от вектора  $\bar{\omega}_3$  к вектору  $\bar{V}_{B_2B_3}$  виден как вращение против часовой стрелки.

На практике для плоских механизмов удобно пользоваться правилом определения направления кориолисова ускорения, непосредственно следующим из графического представления приведенных выше положений: *направление кориолисова ускорения определяется поворотом вектора относительной скорости в сторону переносного вращения на 90 градусов.*

В результате выполненного анализа формулу для абсолютного ускорения точки  $B_2$  можно записать так:  $\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_3} + \bar{a}_{B_2B_3}^r + \bar{a}_{B_2B_3}^k$ .

Искомым в данном векторном уравнении является ускорение точки  $B_3$ , поэтому в форме, разрешенной относительно этого ускорения, последнее уравнение принимает вид:  $\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{B_2} - \bar{a}_{B_2B_3}^r - \bar{a}_{B_2B_3}^k$ .

Графическое решение этого уравнения связано с построением векторов, противоположных ускорениям  $\bar{a}_{B_2B_3}^r$  и  $\bar{a}_{B_2B_3}^k$ , поэтому правую часть уравнения запишем с учетом следующих формальных

преобразований:  $\bar{a}_{B_2B_3}^{-r} = -\bar{a}_{B_3B_2}^{-r}$ ;  $\bar{a}_{B_2B_3}^{-k} = -\bar{a}_{B_3B_2}^{-k}$ . После подстановки получаем:

$$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{B_3B_2}^{-r} + \bar{a}_{B_3B_2}^{-k}. \quad (3.5)$$

В данном векторном уравнении известно следующее: модуль и направление вектора  $\bar{a}_{B_2}$  (см. выше); модуль и направление вектора  $\bar{a}_{B_3B_2}^{-k}$  (этот вектор будет отвечать равенству  $\bar{a}_{B_2B_3}^{-k} = -\bar{a}_{B_3B_2}^{-k}$ , если в формуле для определения кориолисова ускорения  $\bar{a}_{B_2B_3}^{-k}$  вместо вектора  $\bar{V}_{B_2B_3}$  подставить вектор  $\bar{V}_{B_3B_2}$ ; таким образом, слагаемое  $\bar{a}_{B_3B_2}^{-k}$  в последнем векторном уравнении будет определяться равенством  $\bar{a}_{B_3B_2}^{-k} = 2(\bar{\omega}_3 \times \bar{V}_{B_3B_2})$ . Соответственно модуль данного вектора будет  $\bar{a}_{B_3B_2}^{-k} = 2\omega_3 \cdot V_{B_3B_2}$ . Известно также направление ускорения  $\bar{a}_{B_3B_2}^{-r}$ . Это ускорение (как и ускорение  $\bar{a}_{B_2B_3}^{-r}$ ) направлено вдоль оси кулисы 3. Таким образом, рассматриваемое векторное уравнение имеет три неизвестные (модуль и направление вектора  $\bar{a}_{B_3}$ , а также модуль вектора  $\bar{a}_{B_3B_2}^{-r}$ ), поэтому не имеет единственного решения. Дополнительное уравнение получаем, обращаясь к соотношению ускорений точек  $B_3$  и  $C$ :

$$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_C + \bar{a}_{B_3C}^{-n} + \bar{a}_{B_3C}^{-\tau}. \quad (3.6)$$

В этом уравнении известны ускорения  $\bar{a}_C$  ( $\bar{a}_C = \bar{0}$ ) и  $\bar{a}_{B_3C}^{-n}$  ( $\bar{a}_{B_3C}^{-n} \parallel BC$ ;  $\bar{a}_{B_3C}^{-n} = \frac{V_{B_3}^2}{l_{BC}}$ ); известно также направление ускорения  $\bar{a}_{B_3C}^{-\tau}$  ( $\bar{a}_{B_3C}^{-\tau} \perp BC$ ).

Объединяем уравнения (3.5) и (3.6), определяющие ускорение точки  $B_3$ , в одно уравнение и получаем:

$$\bar{a}_{B_2} + \bar{a}_{B_3B_2}^{-r} + \bar{a}_{B_3B_2}^{-k} = \bar{a}_{B_3C}^{-n} + \bar{a}_{B_3C}^{-\tau}. \quad (3.7)$$

В уравнении (3.7) две неизвестные: модули векторов  $\bar{a}_{B3B2}^r$  и  $\bar{a}_{B3C}^\tau$ , которые отыскиваем графическим способом — строим по этому уравнению план ускорений.

Выбираем на плоскости произвольную точку  $p_a$  — полюс плана ускорений (см. рис. 3.8, б) и выполняем построение левой части уравнения в следующей последовательности.

Из полюса  $p_a$  в принятом масштабе  $\mu_a \left[ \frac{м/с^2}{мм} \right]$  откладываем вектор  $p_a b_1$ , изображающий ускорение точки  $B_1$  ( $p_a b_1 \parallel |AB$ ). Из конца этого вектора строим

вектор  $b_1 k$ , изображающий на плане кориолисово ускорение  $\bar{a}_{B3B2}^{-k}$ , затем через

точку  $k$  проводим прямую — направление вектора  $\bar{a}_{B3C}^{-\tau}$ .

Далее выполняем построение векторов правой части уравнения: из полюса  $p_a$  как из начальной точки строим вектор  $p_a n$ , изображающий на плане ускорение  $\bar{a}_{B3C}^n$ , направляя этот вектор от точки  $B$  к точке  $C$ . Через точку  $n$  проводим прямую — направление вектора  $\bar{a}_{B3C}^{-\tau}$ .

В пересечении этих двух направлений получаем точку  $b_3$  — конец вектора  $p_a b_3$ , изображающего искомое ускорение  $\bar{a}_{B3}$ . Отмечаем, что построенный векторный многоугольник полностью соответствует векторным уравнениям (3.5), (3.6).

Построение плана ускорений завершено и непосредственно из плана находим модули неизвестных ускорений:

$$a_{B3} = p_a b_3 \cdot \mu_a; \quad a_{B3B2}^r = kb_3 \cdot \mu_a; \quad a_{B3C}^\tau = n_1 b_3 \cdot \mu_a.$$

Также находим угловые ускорения звеньев 2, 3:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B3C}^\tau}{l_{BC}}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3.$$

Ускорение любой произвольной точки механизма, для которого построен план ускорений (построение плана будем считать завершенным, если определены векторы ускорения всех кинематических пар механизма), можно найти из того же плана, используя упомянутое выше правило, справедливое и в отношении плана ускорений: фигуры кинематической схемы механизма подобны фигурам плана ускорений, если эти фигуры обозначены одноименными символами.

### 3.4. Кинематический анализ методом диаграмм

Метод диаграмм также является графическим методом кинематического исследования механизмов, основанным на следующих относительно несложных теоретических предпосылках.

Запишем дифференциальные соотношения для угловой скорости и углового ускорения некоторого  $k$ -того звена механизма и выполним их тождественные преобразования.

$$\text{Имеем: } \omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt} = \frac{d\varphi_k}{dt} \cdot \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt}.$$

Здесь:  $\omega_k$  — угловая скорость  $k$ -того звена, рад/с;  $\varphi_k$  — угол поворота  $k$ -того звена, рад;  $\varphi_1$  — угол поворота входного звена механизма, закон движения которого известен (условно этим звеном полагаем звено 1).

После такого преобразования имеем произведение двух множителей, второй из которых есть угловая скорость входного звена, а первый является безразмерной величиной, которую можно охарактеризовать как скорость изменения угла поворота  $k$ -того звена при изменении угла поворота входного звена. Называется эта величина **аналогом** угловой скорости  $k$ -того звена (обозначается символом  $\omega_\varphi$ ) и, таким образом, действительная угловая скорость  $\omega_k$

равна произведению аналога угловой скорости и действительной угловой скорости входного звена:

$$\omega_k = \omega_\varphi \cdot \omega_1 \quad (1).$$

$$\begin{aligned} \text{Далее: } \varepsilon_k &= \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_\varphi \cdot \omega_1) = \frac{d\omega_\varphi}{dt} \cdot \omega_1 + \omega_\varphi \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_\varphi}{dt} \cdot \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} \cdot \omega_1 + \omega_\varphi \cdot \varepsilon_1 = \\ &= \frac{d\omega_\varphi}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} \cdot \omega_1 + \omega_\varphi \cdot \varepsilon_1 = \varepsilon_\varphi \cdot \omega_1^2 + \omega_\varphi \cdot \varepsilon_1. \end{aligned}$$

$$\varepsilon_k = \varepsilon_\varphi \cdot \omega_1^2 + \omega_\varphi \cdot \varepsilon_1 \quad (2).$$

Здесь:  $\varepsilon_k$  — угловое ускорение  $k$ -того звена, рад/с<sup>2</sup>;

$\varepsilon_\varphi$  — **аналог** углового ускорения  $k$ -того звена, рад/рад<sup>2</sup>.

Аналогичным образом могут быть получены формулы, связывающие действительные скорость и ускорение какой-либо точки механизма с кинематическими параметрами входного звена посредством аналогов скорости и ускорения данной точки:

$$V_k = V_\varphi \cdot \omega_1 \quad (3);$$

$$a_k = a_\varphi \cdot \omega_1^2 + V_\varphi \cdot \varepsilon_1 \quad (4).$$

Таким образом, действительные угловая скорость и угловое ускорение произвольного звена механизма, или действительные скорость и ускорение любой его точки могут быть выражены линейными соотношениями между этими величинами и угловой скоростью и угловым ускорением того звена механизма, закон движения которого задан. Коэффициентами в этих соотношениях являются аналоги искомых скоростей и ускорений звеньев или точек механизма, в результате чего кинематическое исследование механизма может быть сведено к отысканию этих аналогов с последующим использованием формул (1) – (4).

**Замечание.** Соотношения, аналогичные формулам (1) – (4), можно получить и при поступательном движении входного звена механизма. Рассмотренный случай более актуален, поскольку обычно в качестве входного выбирается звено, совершающее простое вращательное движение, поскольку с таким звеном легко

сопрягаются наиболее распространенные приводы, включающие электродвигатель и механизм передачи.

Как показано выше, аналоги не зависят от времени, а зависят от угла поворота входного звена. Поэтому операция отыскания аналогов может быть сведена к ряду геометрических построений, содержание которых удобнее проиллюстрировать на примере.

Пусть задан кривошипно-ползунный механизм (рис. 3.9).

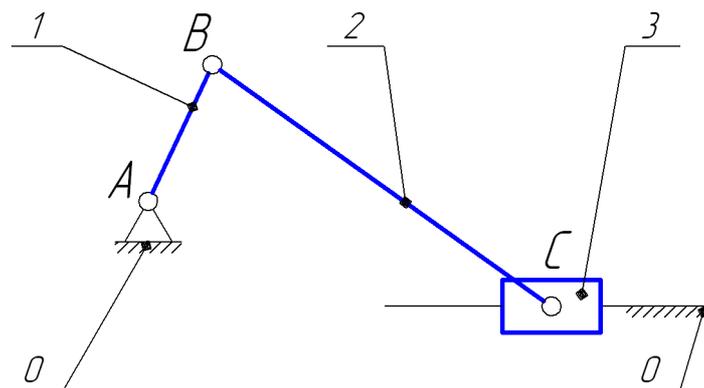


Рис. 3.9

Определим аналоги скорости и ускорения выходного звена механизма — ползуна 3 — за цикл движения, соответствующий одному обороту входного звена — кривошипа 1 — при постоянной скорости вращения входного звена (такое движение еще называется **основным** или **перманентным**).

Выше показано, что аналоги скорости и ускорения определяются на основе зависимостей, связывающих перемещение звена или точки, кинематические параметры которых являются искомыми, с перемещением входного звена (с обобщенной координатой). Поэтому вновь обращаемся к построению ряда положений механизма, достаточно близко отстоящих друг от друга для обеспечения требуемой точности результатов.

Согласно методике, приведенной в разделе 3.2, определяем крайние положения механизма (см. рис. 3.10), одно из крайних принимаем за начальное (нулевое) положение, выбираем направление

вращения кривошипа и строим, например, шесть положений механизма через каждые 60 градусов поворота кривошипа (рис. 3.10).

Точность результатов при таком выборе числа положений механизма будет минимальна, однако здесь приоритетом будем полагать наглядность графического материала, которая невозможна при большой плотности последнего.

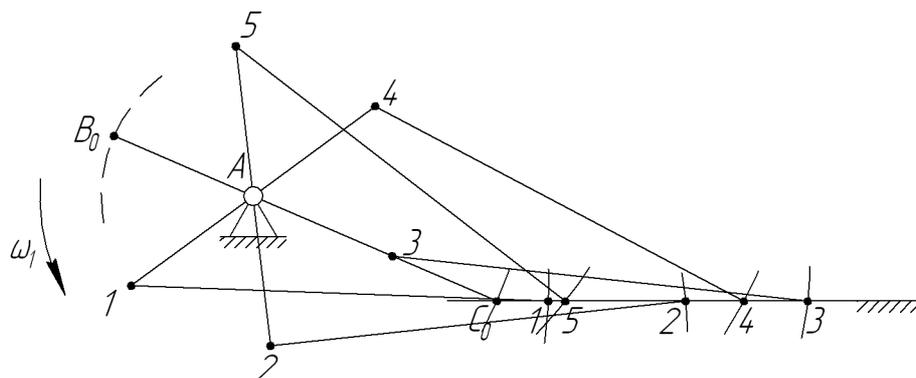


Рис. 3.10

Непосредственно из чертежа определяем значения перемещения выходного звена через каждые 60 градусов поворота кривошипа и составляем табличную функцию  $S_3 = f(\varphi_1)$ .

Таблица 3.1

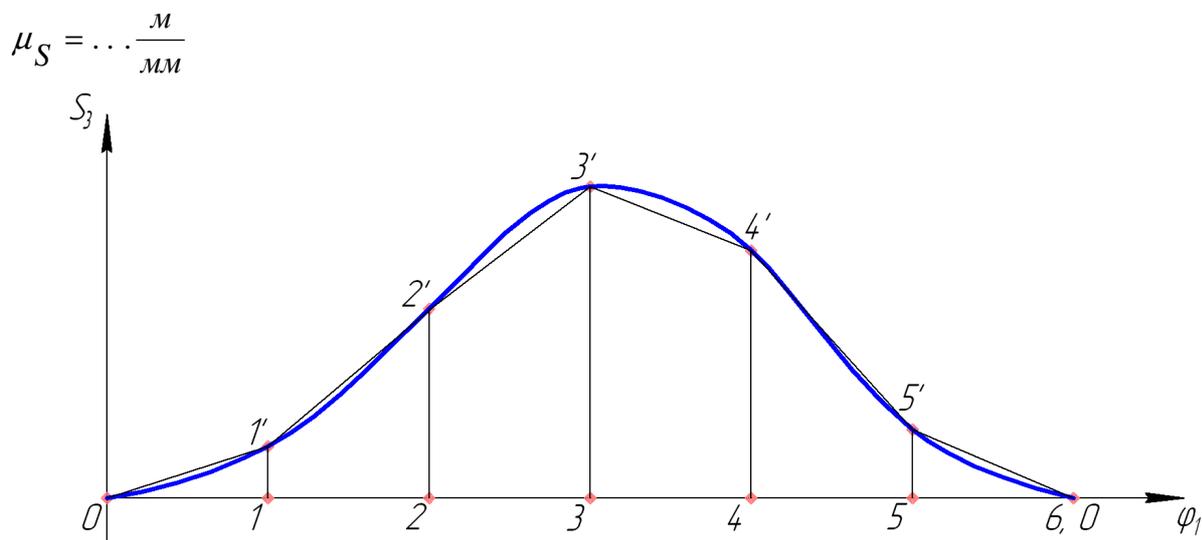
№ пол.	0	1	2	3	4	5	6
$\varphi_1$ .град.	0	60	120	180	240	300	360
$S_3$ , мм	0	6,8	24,8	40,9	32,5	9	0

По данным таблицы строим диаграмму перемещений ползуна 3 (т.е. переводим табличную форму функции  $S_3 = f(\varphi_1)$  в графическую, см. рис. 3.11, а).

Выполняя графическое дифференцирование диаграммы перемещений, строим диаграммы аналогов скоростей и ускорений ползуна (рис. 3.11, б, в). Рассмотрим подробнее эту операцию.

Выполняем приближенную оценку производной на каждом частичном отрезке области определения функции  $S_3 = f(\varphi_1)$ , для чего строим касательную к каждой частичной дуге кривой функции в средней точке этой дуги. Точно выполнить эту геометрическую операцию при небольших размерах частичных дуг технически сложно, поэтому обычно построение касательных заменяется построением хорд, стягивающих концевые точки частичных дуг, в предположении (достаточно обоснованном при малых размерах частичных дуг), что касательная к дуге в средней ее точке практически параллельна хорде дуги (см. рис. 3.11, а).

Диаграмма перемещений звена 3



а)  $\mu_S = \dots \frac{м}{мм}$

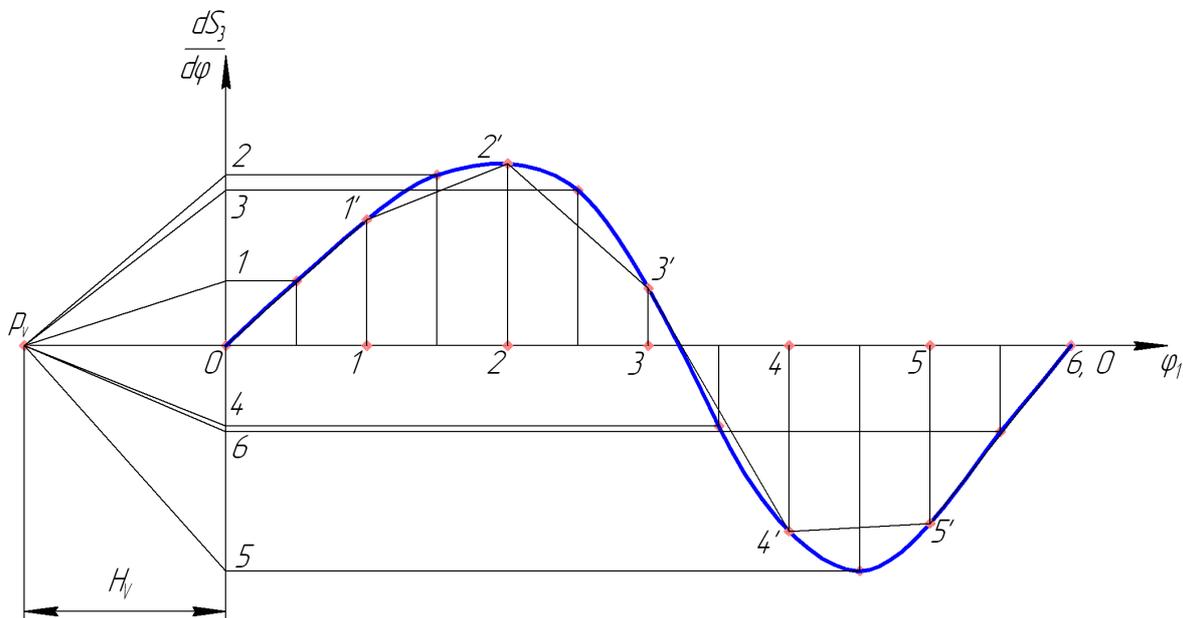
а)  $\mu_\varphi = \dots \frac{рад}{мм}$

Диаграмма аналогов скоростей звена 3

Далее в координатах  $(\frac{dS_3}{d\varphi_1}, \varphi_1)$  выполняем следующее. На продолжении оси абсцисс выбираем произвольную точку  $p_v$  — полюс метода графического дифференцирования, из которого проводим семейство лучей, параллельных хордам на диаграмме перемещений, до пересечения этих лучей с осью ординат (см. рис.

3.11, б). Далее через точки пересечений (точки 1, 2, 3...) проводим ряд параллельных оси абсцисс прямых, а через середины частичных отрезков оси абсцисс (во всех диаграммах отрезки оси абсцисс по длине совпадают) проводим ряд вертикальных прямых. На каждом частичном отрезке отмечаем точки пересечения пар горизонтальной и вертикальной прямых, соответствующих этим отрезкам. Получаем множество точек 1'', 2'', 3''..., расстояние от которых до оси абсцисс пропорционально среднему значению производной на соответствующих частичных отрезках. Обводим эти точки плавной кривой и получаем искомую диаграмму аналогов скоростей ползуна 3 за цикл движения механизма — один оборот входного звена (кривошипа 1). При построении диаграммы учитываем, что в начальном положении механизма скорость ползуна равна нулю, соответственно дополняем кривую диаграммы участками 0–1''; 6''–0.

$$\mu \frac{dS}{d\varphi} = \dots \frac{\text{м/рад}}{\text{мм}}$$



б)

$$\mu_{\varphi} = \dots \frac{\text{рад}}{\text{мм}}$$



Аналогичным образом можно построить кинематические диаграммы для остальных звеньев механизма (собственно в рассмотренном примере к ним относится лишь шатун 2).

**Сравнительный анализ** результатов кинематического анализа методом планов и методом диаграмм выполним, разместив на одном и том же координатном поле действительные значения скорости и ускорения какой-либо точки (или действительные угловые скорости какого-либо звена), рассчитанные этими двумя методами для всех положений механизма, в которых определялись указанные кинематические параметры, и оценив разности значений.

## **4. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА**

### **4.1. Цель и задачи силового анализа**

Цель силового анализа — определение сил, действующих на звенья и кинематические пары механизма. В ходе анализа решаются следующие исследовательские задачи:

- по заданным массовым характеристикам звеньев и по заданной нагрузочной диаграмме, другим исходным данным определяются все внешние силы, действующие на звенья механизма;
- определяются реакции во всех кинематических парах;
- определяется уравновешивающая сила, действующая на входное звено механизма.

Метод силового анализа — метод кинетостатики, основанный на принципе Даламбера, определяющем систему сил, действующих на движущуюся механическую систему, как равновесную, если к внешним и внутренним силам добавить силы инерции. В результате силового анализа механизма как движущейся механической системы оказывается возможным проводить методами статики.

## 4.2. Силы, действующие на механизм

В общем случае на звенья механизма действуют силы веса, силы производственного сопротивления, силы инерции звеньев, силы сопротивления окружающей среды и т. п. В настоящем Пособии ограничимся первыми тремя группами сил, поскольку эти силы присутствуют в расчетных схемах самых разных механизмов более или менее регулярно, а остальные силы в основном зависят от условий функционирования механизма и их рассмотрение актуально в частных случаях.

*Силы веса* звеньев легко рассчитываются по значениям массы звеньев, которые в Задании на проект определяются по массе погонного метра длины звена (принимается в пределах 40 – 60 кг/м) и заданным значениям длины звеньев:

$$m_i = q l_i,$$

где  $m_i$  — масса  $i$ -того звена, кг;

$q$  — масса погонного метра звена ( $q = 40\text{--}60$  кг/м);

$l_i$  — длина  $i$ -того звена, м. Массой кривошипа в силовом анализе можно пренебречь, а массу ползуна, если такое звено присутствует в схеме механизма, можно принять в 3–5 раз больше массы шатуна, либо другого звена, имеющего форму стержня.

Из курса ТМ известно, что при плоском движении тела и при его вращении вокруг оси, не проходящей через центр масс тела, *силы инерции* отдельных частей тела приводятся к двум силовым факторам: главному вектору сил инерции, равному по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс и направленному противоположно этому ускорению ( $\bar{F}_i^u = -m_i \bar{a}_{si}$ ), и главному моменту сил инерции, равному по модулю произведению момента инерции тела относительно его центра масс на угловое ускорение тела и направленному противоположно угловому ускорению ( $M_i^u = -I_{Si} \varepsilon$ ). Момент инерции звена будем вычислять по приближенной формуле:  $I_{Si} = 0,1 m_i l_i^2$ .

При поступательном движении тела главный момент сил инерции равен нулю; при вращательном движении вокруг оси, проходящей через центр масс звена, главный вектор сил инерции равен нуль-вектору.

Таким образом, используя данные кинематического анализа и приведенные формулы, находим силы и моменты инерции для каждого звена.

Силы производственного сопротивления в Задании на проект заданы в виде диаграммы нагружения выходного звена механизма — ползуна, содержащей график изменения силы производственного сопротивления движению ползуна в зависимости от его перемещения в фазе рабочего хода механизма.

#### **4.3. Статическая определимость механизма как объекта силового расчета.**

При решении задач силового расчета любой механической системы прежде всего необходимо выяснить вопрос о статической неопределимости системы. В любом механизме одно звено неподвижно и оно находится в равновесии вне зависимости от сил, приложенных к этому звену. Таким образом, силовой анализ системы сводится к рассмотрению равновесия  $n$  подвижных звеньев механизма, для которых, в случае плоского движения, можно составить  $3n$  уравнений равновесия (см. курс ТМ). Если установлены все внешние силы, действующие на звенья механизма, то искомыми остаются реакции в кинематических парах, классификация которых определяет число неизвестных в упомянутых уравнениях равновесия.

В представленных в Задании на проект механизмах звенья в форме стержней и ползуны объединены в кинематическую цепь кинематическими парами  $V$  класса, вращательными и поступательными. Вращательная пара представлена цилиндрическим шарниром, для которого известна точка приложения реакции, но эта

реакция является неизвестной ни по модулю, ни по направлению; поступательная пара представлена ползуном и его направляющей, и реакция в этой паре известна по направлению (это направление перпендикулярно направляющей), но неизвестны модуль реакции и точка ее приложения. Таким образом, получаем, что число неизвестных в системе из  $3n$  уравнений равновесия механизма равно  $2p_5$  ( $p_5$  — число кинематических пар пятого класса). В результате условие статической определимости механизма определится следующим соотношением между числом подвижных звеньев и числом кинематических пар V класса:  $3n = 2p_5$  или  $p_5 = \frac{3}{2}n$ .

Данное соотношение совпадает с формулой, устанавливающей соотношение между числом звеньев и кинематических пар V класса для группы Ассур и используемой для классификации этих групп. В результате делаем вывод: группа Ассур является статически определимой группой звеньев, поэтому может быть выбран следующий порядок силового анализа механизма: разложить кинематическую цепь механизма на группы Ассур, выполнить силовой расчет каждой группы отдельно, выполнить силовой расчет начального звена и обобщить полученные результаты.

**Замечание.** Попытки определения реакций в кинематических парах механизма путем рассмотрения равновесия отдельных его звеньев приводят обычно к статически неопределимым расчетным схемам. Например, если выделить звено, образующее со смежными звеньями две вращательные кинематические пары V класса, то в трех уравнениях равновесия этого звена имеем четыре неизвестные: модули и направления реакций в парах. Поэтому силовой расчет отдельного звена возможен лишь в заключительной стадии анализа группы, когда некоторые реакции уже известны, либо когда направление какой-либо реакции заранее известно.

Последовательность силового расчета структурных групп обратна последовательности их присоединения к начальному звену. Это обусловлено определенностью системы сил, действующих на

последнюю в структуре механизма группу звеньев, поскольку данная группа включает выходное звено, нагрузочная характеристика которого обычно является заданной. Иная последовательность приводит к статически неопределимым расчетным схемам, поскольку для промежуточной группы неизвестной остается сила, действующая на звенья данной группы со стороны звеньев последующей в порядке «наслоения» (см. выше) группы.

В Задании на курсовой проект последние в структуре всех механизмов группы представлены одним типом — группой II класса 2-го порядка второго вида, поэтому изложение метода кинетостатики в силовом анализе механизма начинаем именно с этой группы. Промежуточные группы могут быть представлены также группами других видов, силовой анализ которых приведен ниже.

#### **4.4. Силовой расчет структурной группы II класса 2-го порядка второго вида**

На рис. 4.1 показана группа Ассура, образованная шатуном 4, ползуном 5 и тремя кинематическими парами V класса, из которых две пары вращательные и одна пара — поступательная. Шатун 4 вращательной парой *A* соединяется со звеном 3 промежуточной группы звеньев и вращательной парой *B* — с ползуном 5; ползун 5 поступательной парой *B* соединяется со стойкой 0 (размерами ползуна пренебрегаем, поэтому две последние кинематические пары геометрически совпадают и имеют общее обозначение символом *B*). Предварительно определены силы веса, главные векторы сил инерции обоих звеньев (в дальнейшем просто силы инерции) и главный момент сил инерции шатуна (в дальнейшем просто момент сил инерции).

Известна также сила производственного сопротивления, приложенная к ползуну (см. рис. 4.1).

Действие на звенья группы звена 3, принадлежащего предыдущей в порядке построения механизма структурной группе, и стойки 0 заменяем силами  $\bar{R}_{43}$  и  $\bar{R}_{50}$  — реакциями в концевых кинематических парах группы  $A$  и  $B$  (см. рис. 4.1).

Рассматриваем равновесие группы в целом и обращаемся к системе уравнений равновесия плоской произвольной системы сил:

$$\bar{R} = \bar{0}; \quad M_0 = 0, \quad \text{где } \bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i; \quad M_0 = \sum_{i=1}^n m_0(\bar{F}_i) \quad (4.1)$$

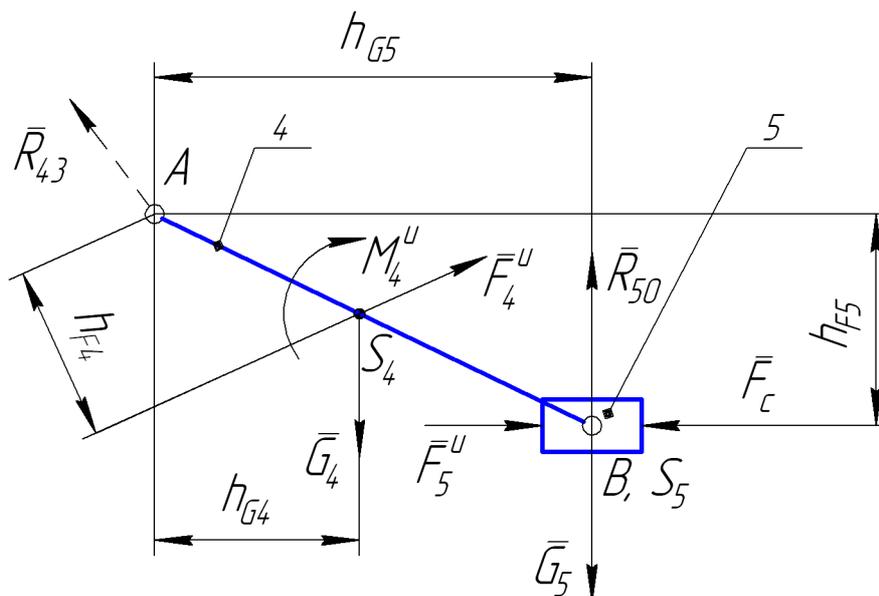


Рис. 4.1

Записываем первое из этих уравнений в развернутом виде:

$$= \bar{G}_4 + \bar{G}_5 + \bar{F}_4^u + \bar{F}_5^u + \bar{F}_c + \bar{R}_{50} + \bar{R}_{43} = 0. \quad (4.2)$$

В этом векторном уравнении три неизвестные: модули векторов  $\bar{R}_{43}$  и  $\bar{R}_{50}$ , а также направление вектора  $\bar{R}_{43}$ . Направление вектора  $\bar{R}_{50}$  известно (см. выше); точкой приложения этой реакции является точка  $B$  в силу того, что все остальные силы, приложенные к ползуну, образуют систему сходящихся сил, так как размерами ползуна мы решили пренебречь (см. «теорему о трех силах» в курсе ТМ).

Графическое решение векторного уравнения (4.2) позволяет найти только две неизвестные, поэтому необходимо обратиться ко

второму уравнению системы (4.1), при этом в целях минимизации неизвестных в этом уравнении моментной точкой выберем точку  $A$ . В развернутом виде имеем:

$$-G_5 h_{G5} + R_{50} h_{G5} + F_5^u h_{F5} - F_C h_{F5} - G_4 h_{G4} + F_4^u h_{F4} - M_4^u = 0.$$

Отсюда получаем модуль реакции  $\bar{R}_{50}$ :

$$R_{50} = \frac{G_5 h_{G5} - F_5^u h_{F5} + F_C h_{F5} + G_4 h_{G4} - F_4^u h_{F4} + M_4^u}{h_{G5}} = \dots H.$$

Теперь в векторном уравнении (4.2) остаются две неизвестные (модуль и направление реакции  $\bar{R}_{43}$ ), которые находим графическим способом, выполняя построение плана сил по этому уравнению (см. рис.4.2; неизвестная реакция  $\bar{R}_{43}$  на плане обозначена штриховым вектором). Построение плана сил осуществляем в следующем порядке.

Отмечаем на плоскости произвольную точку  $\pi$  — полюс плана сил и из этой точки как из начала в принятом масштабе последовательно строим известные векторы уравнения (4.2) — от вектора  $\bar{G}_4$  до вектора  $\bar{R}_{50}$ , начало каждого последующего вектора присоединяя к концу предыдущего (согласно известному из курса Аналитической геометрии «правилу треугольников» сложения векторов). Последовательность построения известных векторов может быть произвольной, однако удобнее строить векторы в соответствии с записанным уравнением — уравнением (4.2).

Равенство нуль-вектору суммы нескольких векторов означает, что план сил, соответствующий этой сумме, должен быть замкнутым, т.е. конец последнего вектора в ряде слагаемых векторов должен совпадать с началом первого. Отсюда получаем: неизвестный в уравнении (4.2) вектор  $\bar{R}_{43}$  находим, выполняя построение вектора, началом которого является конец вектора, изображающего на плане реакцию  $\bar{R}_{50}$  (точка  $f$ ), а концом — полюс плана сил  $\pi$  (см. рис. 4.2).

$$\mu_p = \dots \frac{H}{mm}$$

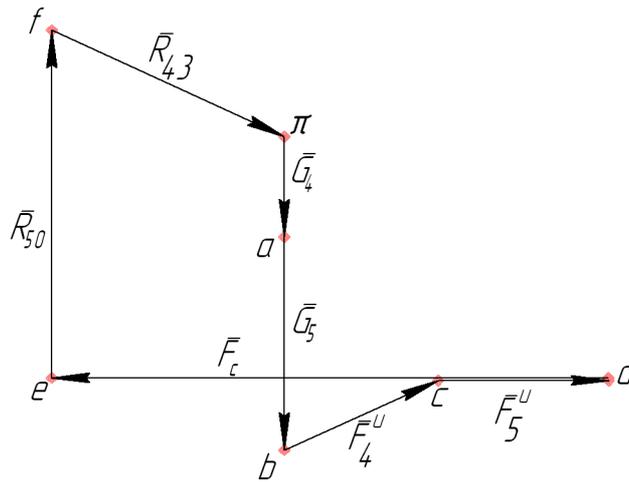


Рис. 4.2

Непосредственно из плана получаем направление искомой реакции и вычисляем её модуль:  $R_{43} = f\pi \cdot \mu_p$ , где  $\mu_p$  — масштаб построения плана сил ( $\mu_p = \dots \frac{H}{мм}$ ).

Реакцию в центральной кинематической паре рассматриваемой группы звеньев находим, исследуя равновесие какого-либо из звеньев группы отдельно. Выделяем, например, из группы звено 5 (см. рис. 4.3, а), прикладываем к нему все действующие на это звено силы, в том числе найденную реакцию  $\bar{R}_{50}$  и неизвестную реакцию  $\bar{R}_{54}$ , и записываем уравнение равновесия звена в форме векторной суммы всех сил:

$$\bar{G}_5 + \bar{F}_5^u + \bar{F}_c + \bar{R}_{50} + \bar{R}_{54} = 0.$$

В данном уравнении также две неизвестные — модуль и направление реакции  $\bar{R}_{54}$ , которые находим из его графического решения, выполняя по этому векторному уравнению построение плана сил (рис. 4.3, б). Направление искомой реакции следует непосредственно из плана, а модуль вычисляем с использованием масштаба плана:  $R_{54} = d\pi \cdot \mu_p$ .

На этом силовой анализ группы завершен, можно переходить к следующей (в направлении входного звена) структурной группе.

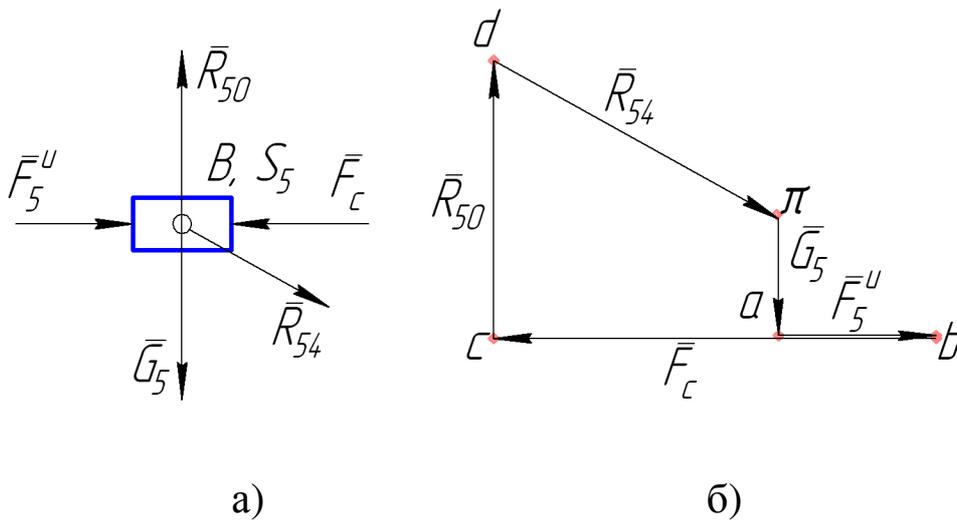


Рис. 4.3

Сделаем здесь, однако, некоторое отступление и рассмотрим другой важный частный случай группы рассматриваемого вида, когда ползун 5 имеет форму стержня и, соответственно, система сил, действующих на ползун, может не являться системой сходящихся сил (рис. 4.4).

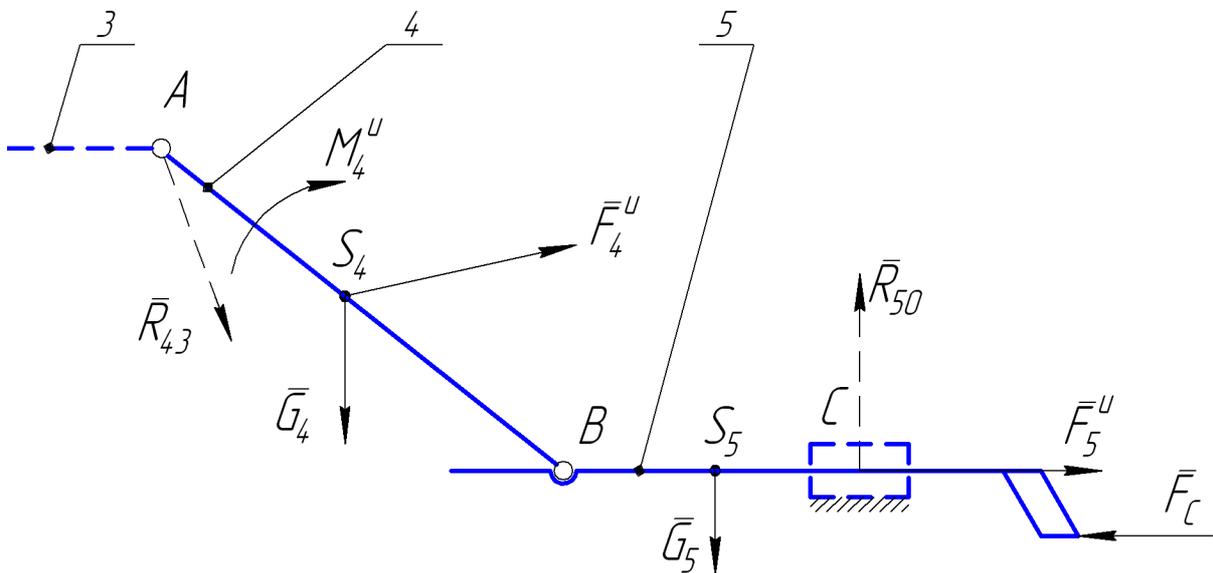


Рис. 4.4

Как и выше, рассматриваем векторное уравнение равновесия группы:

$$\bar{G}_4 + \bar{G}_5 + \bar{F}_4^u + \bar{F}_5^u + \bar{F}_c + \bar{R}_{50} + \bar{R}_{43} = 0. \quad (4.3)$$

В уравнении (4.3) также три неизвестные: модуль и направление реакции  $\bar{R}_{43}$ , а также модуль реакции  $\bar{R}_{50}$  (направлена эта реакция так же, как в предыдущем случае — перпендикулярно направляющей ползуна), поэтому опять необходимо обращаться к дополнительному уравнению — уравнению моментов сил. Такое уравнение актуально, когда известны направления и точки приложения искомых реакций. Вместе с тем, как указано выше, направление реакции  $\bar{R}_{43}$  заранее не определено, неизвестна также точка приложения  $\bar{R}_{50}$ . Точку приложения найдем ниже, а неопределенность направления реакции  $\bar{R}_{43}$  устраним разложением последней на две составляющие: нормальную составляющую  $\bar{R}_{43}^n$ , которую направим вдоль оси звена 4, и тангенциальную (касательную) составляющую  $\bar{R}_{43}^t$ , которую направим перпендикулярно оси звена. Отметим, что такое преобразование не меняет число неизвестных в уравнении (4.3). В результате появляется возможность вычисления модуля составляющей  $\bar{R}_{43}^t$ , используя уравнение моментов сил, приложенных к звену 4, относительно точки  $B$  — центральной кинематической пары группы 4–5.

Выделяем звено 4, прикладываем все действующие на звено силы, включая и составляющие реакции  $\bar{R}_{43}$ , и получаем (см. рис. 4.5):

$$G_4 h_G + F_4^u h_F + M_4^u - R_{43}^t AB = 0. \text{ Отсюда } R_{43}^t = \frac{G_4 h_G + F_4^u h_F + M_4^u}{AB} = \dots H.$$

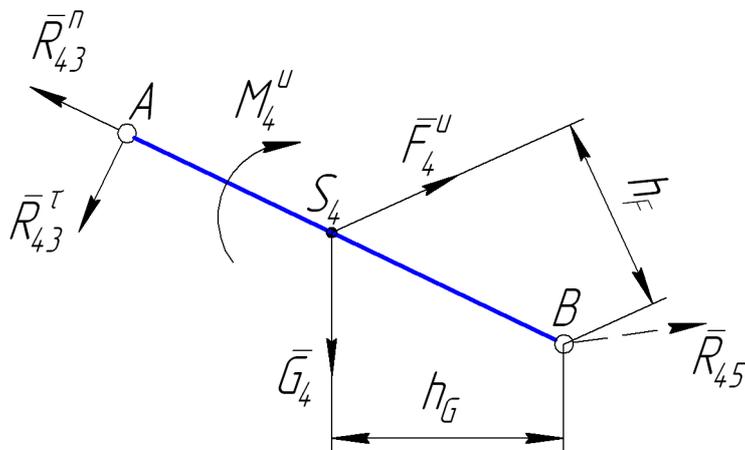


Рис. 4.5

Теперь снова обращаемся к уравнению (4.3) и обнаруживаем: с учетом разложения реакции  $\bar{R}_{43}$  на составляющие и только что вычисленного модуля  $\bar{R}_{43}^r$  данное уравнение имеет единственное решение, так как неизвестными остаются лишь модуль составляющей  $\bar{R}_{43}^n$  и модуль реакции  $\bar{R}_{50}$  (подчеркнем, что векторное уравнение инвариантно по отношению к точкам приложения слагаемых сил):

$$\bar{G}_4 + \bar{G}_5 + \bar{F}_4^u + \bar{F}_5^u + \bar{F}_C + \bar{R}_{50} + \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^r = 0.$$

Решаем уравнение графическим методом — строим по нему план сил, замыкающими векторами которого будут искомые реакции  $\bar{R}_{50}$  и  $\bar{R}_{43}^n$  (см. рис. 4.6, а).

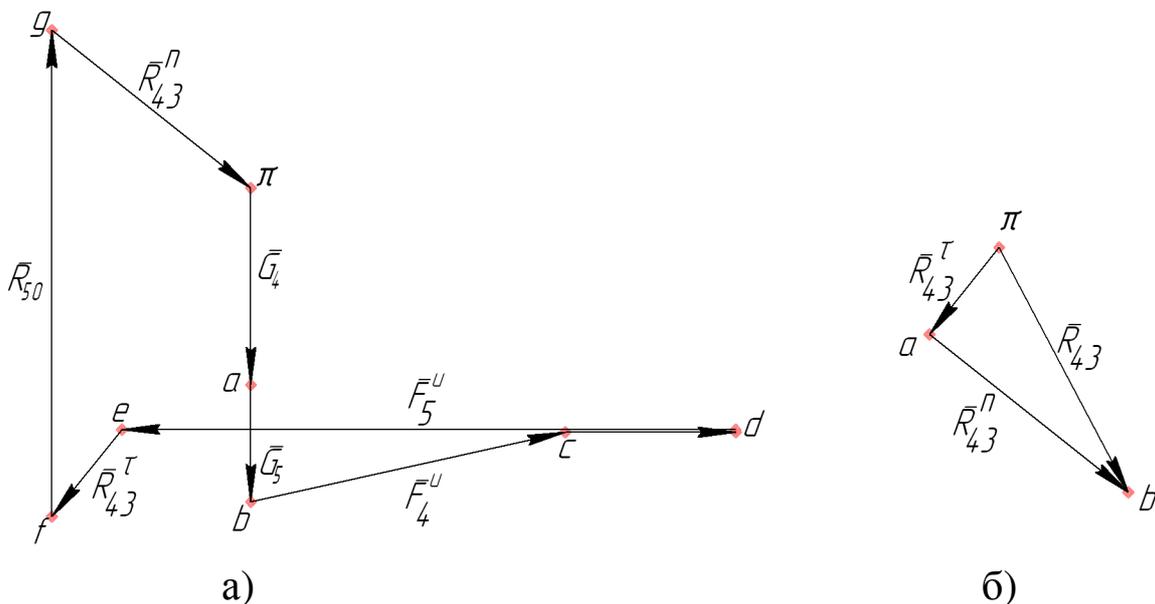


Рис. 4.6

Полную реакцию в кинематической паре  $A$  находим элементарным суммированием ее составляющих:  $\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^r$  (см. рис. 4.6, б).

Положение точки  $K$  приложения реакции  $\bar{R}_{50}$  определим, рассматривая условие равновесие звена 5 в форме уравнения моментов сил, действующих на звено, относительно центра  $B$  (см. рис. 4.7):

$$-G_5 h_G - F_C h_F + R_{50} BK = 0$$

Решая это уравнение относительно плеча  $BK$  реакции  $\bar{R}_{50}$ , найдем искомое положение.

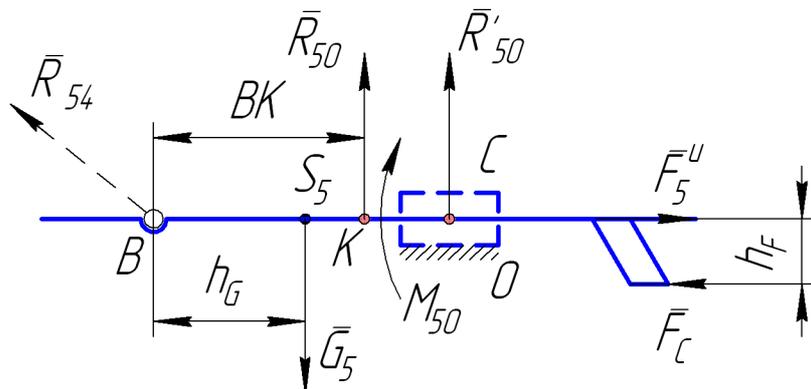


Рис. 4.7

Если задано положение поступательной пары  $C$ , реализующей подвижную связь ползуна 5 со стойкой 0 (в курсе Теоретической механики такая связь называется **скользящей заделкой**), то, приводя реакцию  $\bar{R}_{50}$  к центру  $C$ , получим пару силовых факторов, характеризующих реакцию в этой паре: силу  $\bar{R}'_{50} = \bar{R}_{50}$  и момент  $M_{50}$  (см. рис. 4.7).

Реакцию  $\bar{R}_{54}$  ( $\bar{R}_{45}$ ) в центральной паре  $B$  рассматриваемой группы определим аналогично предыдущему из условия равновесия одного из звеньев группы.

#### 4.5. Силовой расчет структурной группы II класса 2-го порядка первого вида

На рис. 4.8 показана группа Ассура, образованная шатуном 2, коромыслом 3 и тремя вращательными кинематическими парами V класса:  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Определены силы веса, главные векторы сил инерции обоих звеньев и главный момент сил инерции шатуна. Данная группа выше определена как промежуточная, поэтому полагаем известной силу, действующую, например, на звено 3 со стороны звена 4 и приложенную в точке  $D$

(очевидно, эта сила есть реакция  $\bar{R}_{34}$  в кинематической паре, соединяющей звенья 3 и 4).

Действие на звенья группы звена 1, принадлежащего предыдущей в порядке построения механизма структурной группе, и стойки 0 заменяем силами  $\bar{R}_{21}$  и  $\bar{R}_{30}$  — искомыми реакциями в концевых кинематических парах группы  $A$  и  $C$  (см. рис. 4.8).

Как и выше, рассматриваем равновесие группы в целом и обращаемся к системе уравнений равновесия плоской произвольной системы:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i; \quad M_0 = \sum_{i=1}^n m_0(\bar{F}_i) \quad (4.4)$$

Записываем первое из этих уравнений в развернутом виде:

$$\bar{G}_2 + \bar{G}_3 + \bar{F}_2'' + \bar{F}_3'' + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30} + \bar{R}_{21} = 0. \quad (4.5)$$

В этом векторном уравнении четыре неизвестные: модули и направления векторов  $\bar{R}_{21}$  и  $\bar{R}_{30}$ . Направления векторов характеризуются их направляющими косинусами, вычисление которых требует составления и решения дополнительных достаточно громоздких уравнений. Поэтому обычно выполняется разложение каждого из искомых векторов по двум известным направлениям, и векторное уравнение, при сохранении того же количества неизвестных, приобретает более удобную для исследования форму.

Указанное разложение может быть, в принципе, выполнено по любым направлениям, однако самым выгодным оказалось разложение каждой из реакций  $\bar{R}_{21}$  и  $\bar{R}_{30}$  по двум взаимно перпендикулярным направлениям: вдоль оси звена и перпендикулярно звену (см. рис. 4.9). Составляющие реакций, направленные вдоль звена, будем называть нормальными и обозначать символами  $\bar{R}_{21}''$  и  $\bar{R}_{30}''$ ; составляющие реакций, направленные перпендикулярно звену, будем называть тангенциальными и обозначать символами  $\bar{R}_{21}^r$  и  $\bar{R}_{30}^r$ .

Таким образом, далее решаем уравнение:

$$\bar{G}_2 + \bar{G}_3 + \bar{F}_2'' + \bar{F}_3'' + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30}'' + \bar{R}_{30}^r + \bar{R}_{21}'' + \bar{R}_{21}^r = 0. \quad (4.6)$$

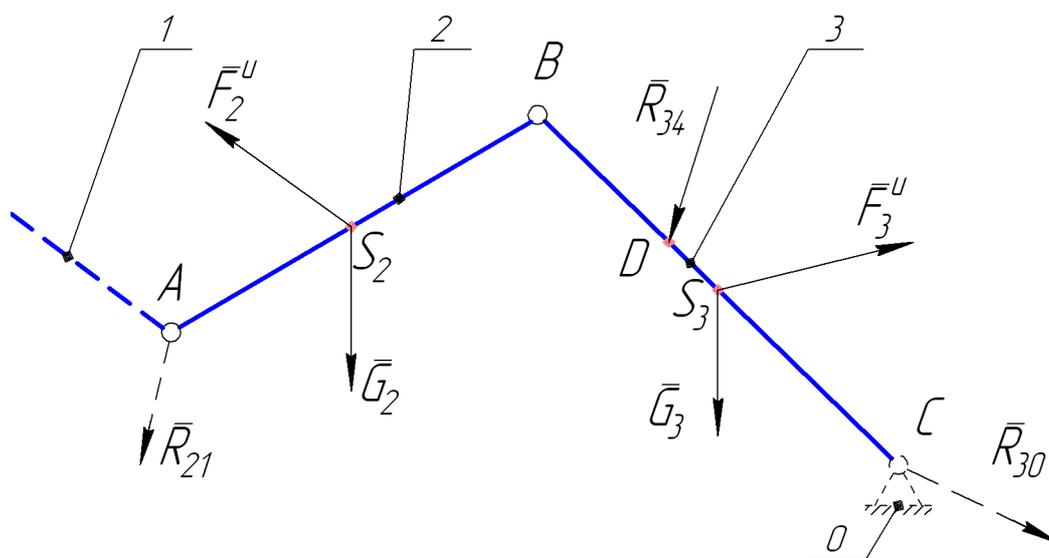


Рис. 4.8

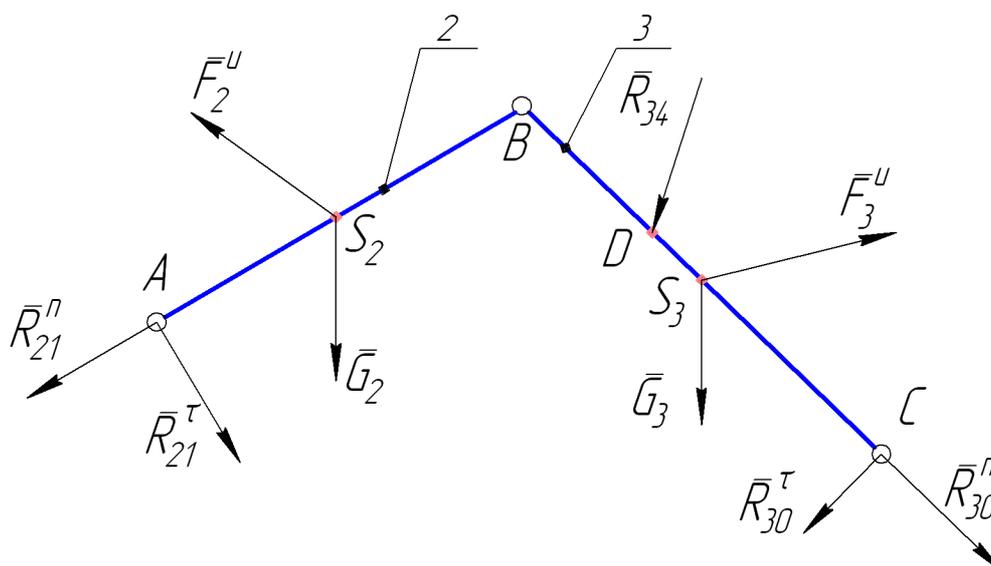


Рис. 4.9

При четырех неизвестных данное уравнение имеет бесконечное множество решений, поэтому для определения двух «лишних» неизвестных обращаемся к другим уравнениям равновесия. С учетом характера разложения реакций наиболее удобно использовать уравнения в форме равенства нулю сумм моментов сил, действующих на каждое звено группы, относительно центральной кинематической пары группы — точки  $B$ :  $\sum m_B(F_i) = 0$ .

Для звена 2 (см. рис. 4.6, а) имеем (в развернутом виде):

$$G_2 h_{G_2} + F_2^u h_{F_2} + M_2^u - R_{21}^r AB = 0 \Rightarrow R_{21}^r = \frac{G_2 h_{G_2} + F_2^u h_{F_2} + M_2^u}{AB}.$$

Аналогично для звена 3:

$$G_3 h_{G_3} + F_3^u h_{F_3} + M_3^u + R_{34} h_R - R_{30}^r BC = 0 \Rightarrow R_{30}^r = \frac{G_3 h_{G_3} + F_3^u h_{F_3} + M_3^u + R_{34} h_R}{BC}.$$

Теперь в векторном уравнении (4.3) остаются две неизвестные (модули нормальных составляющих реакций, которые находим графическим способом, выполняя построение плана сил по этому уравнению. Построение плана осуществляем в порядке, аналогичном порядку при предыдущих построениях (см. рис. 4.10):

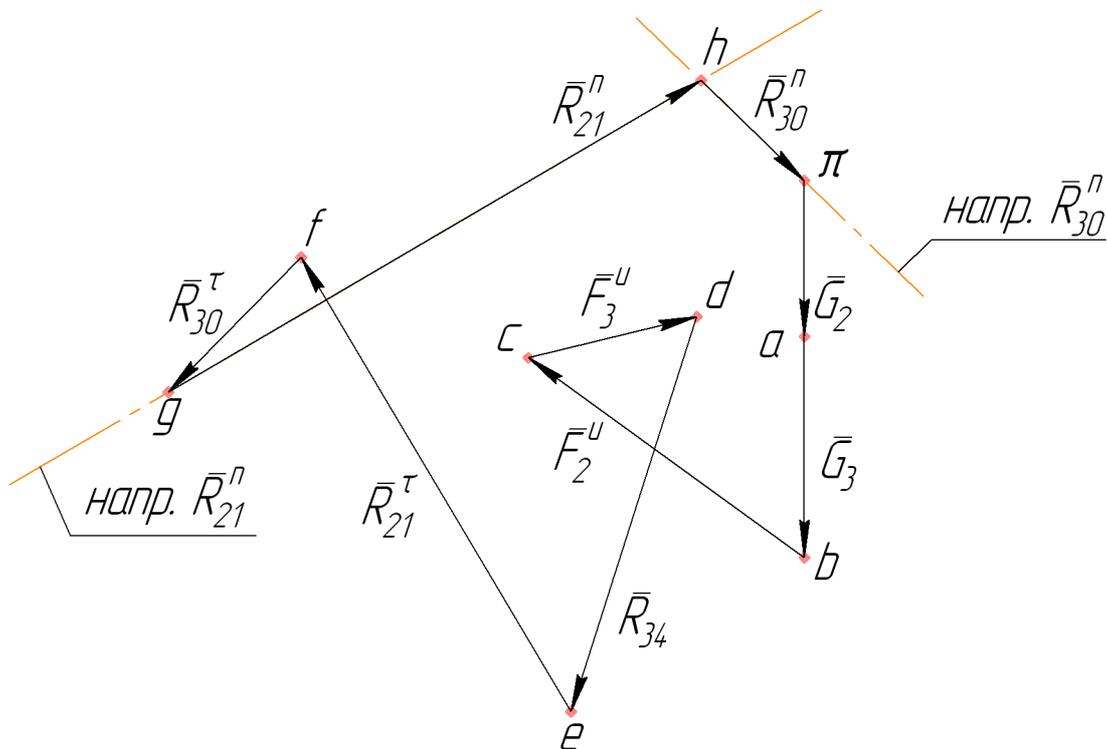


Рис. 4.10

Отмечаем на плоскости произвольную точку  $\pi$  — полюс плана сил — и из этой точки как из начала в принятом масштабе последовательно строим известные векторы уравнения (4.2) от вектора  $\vec{G}_2$  до вектора  $\vec{R}_{21}^r$ . Завершающими в построении замкнутого векторного многоугольника будут нормальные составляющие реакций. В направлении одной из них, например  $\vec{R}_{21}^n$ , строим прямую, проходящую через конец последнего из известных векторов (это

вектор  $\bar{R}_{21}^{\tau}$ ), а в направлении другой составляющей  $\bar{R}_{30}^n$  — прямую, проходящую через полюс. Точка пересечения этих прямых определит конец вектора  $\bar{R}_{21}^n$  и начало вектора  $\bar{R}_{30}^{\tau}$  (см. рис. 4.10). Модули нормальных составляющих определим непосредственно из плана сил:

$$R_{21}^n = gh \cdot \mu_p ; \quad R_{30}^n = h\pi \cdot \mu_p .$$

Направления и модули полных реакций  $\bar{R}_{21}$  и  $\bar{R}_{30}$  находим, выполняя геометрическое сложение найденных составляющих этих реакций по известному из Векторной алгебры правилу сложения векторов — «правилу треугольников» (см. рис. 4.11).

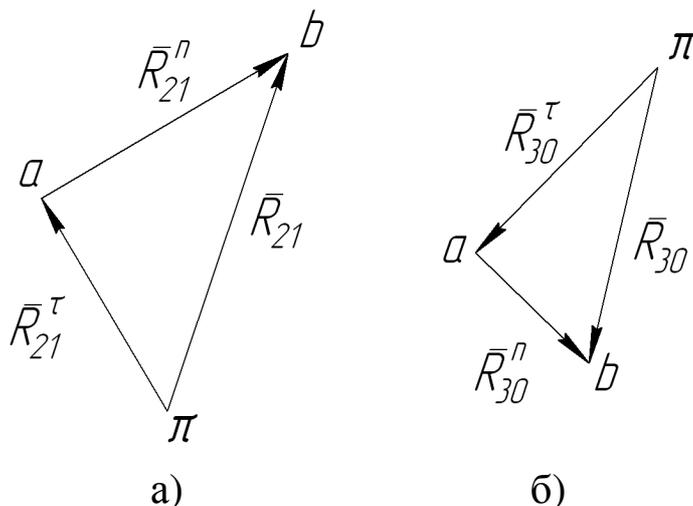


Рис. 4.11

Реакцию в центральной паре группы — паре В — находим, рассматривая равновесие одного из звеньев группы отдельно. Эта операция уже изложена в предыдущем примере.

#### 4.6. Силовой расчет структурной группы II класса 2-го порядка третьего вида

Рассмотрим особенности расчета промежуточной группы Ассура, у которой центральной кинематической парой является поступательная пара V класса (рис. 4.12).

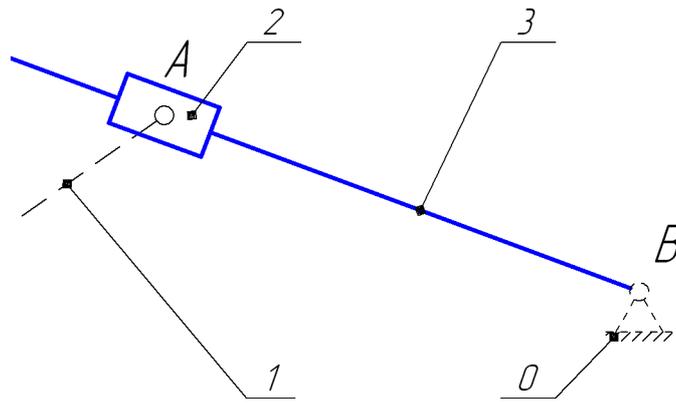


Рис. 4.12

Сначала проанализируем возможность рассмотрения равновесия звеньев по отдельности.

Выделяем, например, ползун 2, прикладываем к нему активные силы и силы реакции (рис. 4.13, а) и обнаруживаем, что ползун находится под действием системы сходящихся сил и векторное уравнение равновесия этой системы содержит три неизвестные: модуль реакции  $\bar{R}_{23}$ , а также модуль и направление реакции  $\bar{R}_{21}$ . Из курса ТМ известно, что условие равновесия плоской системы сходящихся сил включает только два уравнения (в проекциях на осях координат), следовательно, в данном случае имеем статически неопределимую расчетную схему.

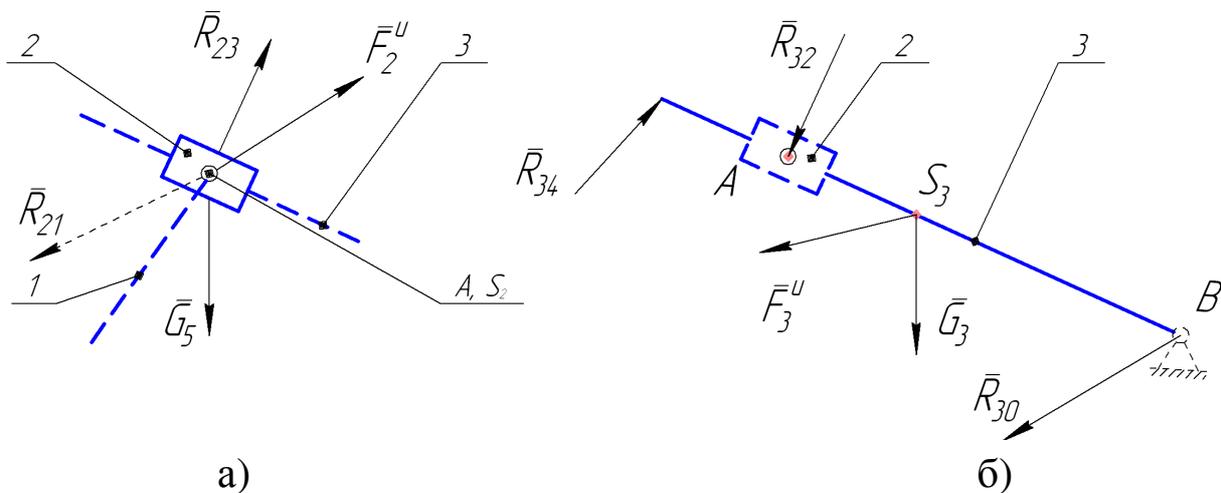


Рис. 4.13

Выделяем далее кулису 3 (рис. 4.13, б) и получаем расчетную схему тоже с тремя неизвестными (модуль реакции  $\bar{R}_{32}$ , модуль и направление реакции  $\bar{R}_{30}$ ). В данном случае тело (кулиса) находится под действием плоской системы сил, для исследования равновесия которой в курсе ТМ выведены три формы условия равновесия, каждая из которых включает три уравнения. Т.е. имеем статически определимую расчетную схему.

Как и выше, выполним разложение реакции  $\bar{R}_{30}$  на нормальную и тангенциальную составляющие (см. рис. 4.14) и запишем уравнение равновесия системы сил на рисунке 4.14 в векторной форме:

$$\bar{G}_3 + \bar{F}_3^u + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{32} + \bar{R}_{30}^r + \bar{R}_{30}^n = 0 \quad (4.7)$$

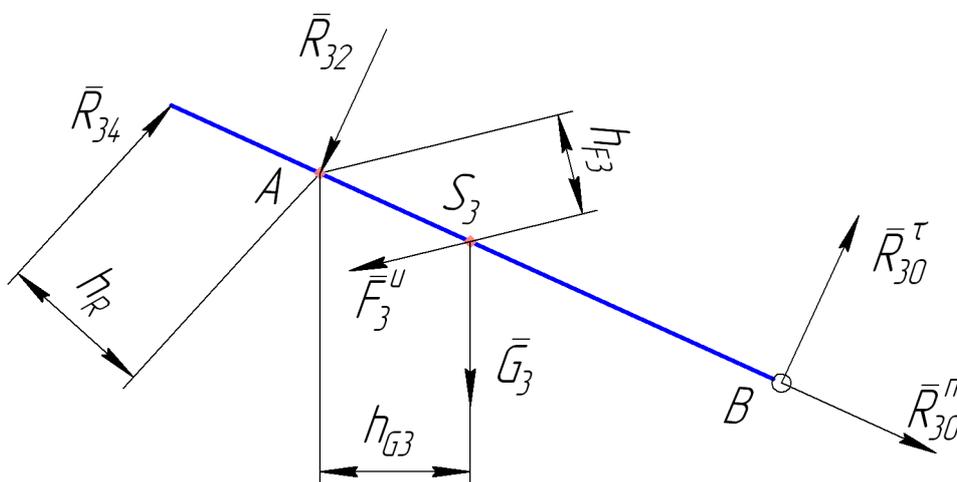


Рис. 4.14

Итак, в этом уравнении одна «лишняя» неизвестная, для отыскания которой имеет смысл обратиться к другому уравнению равновесия в форме суммы моментов сил относительно какого-либо центра. Этим центром может быть выбрана, например, точка A, и тогда уравнение равновесия «в моментах» запишется так:

$$G_3 h_{G3} + F_3^u h_{F3} + R_{34} h_R + M_3^u - R_{30}^r AB = 0 \quad (4.8)$$

Решаем это уравнение относительно  $\bar{R}_{30}^r$  и получаем модуль одной из неизвестных векторного уравнения (4.3). Модули реакций

$\bar{R}_{30}^n$  и  $\bar{R}_{32}$  найдем из плана сил, построенного по этому уравнению (см. рис. 4.15).

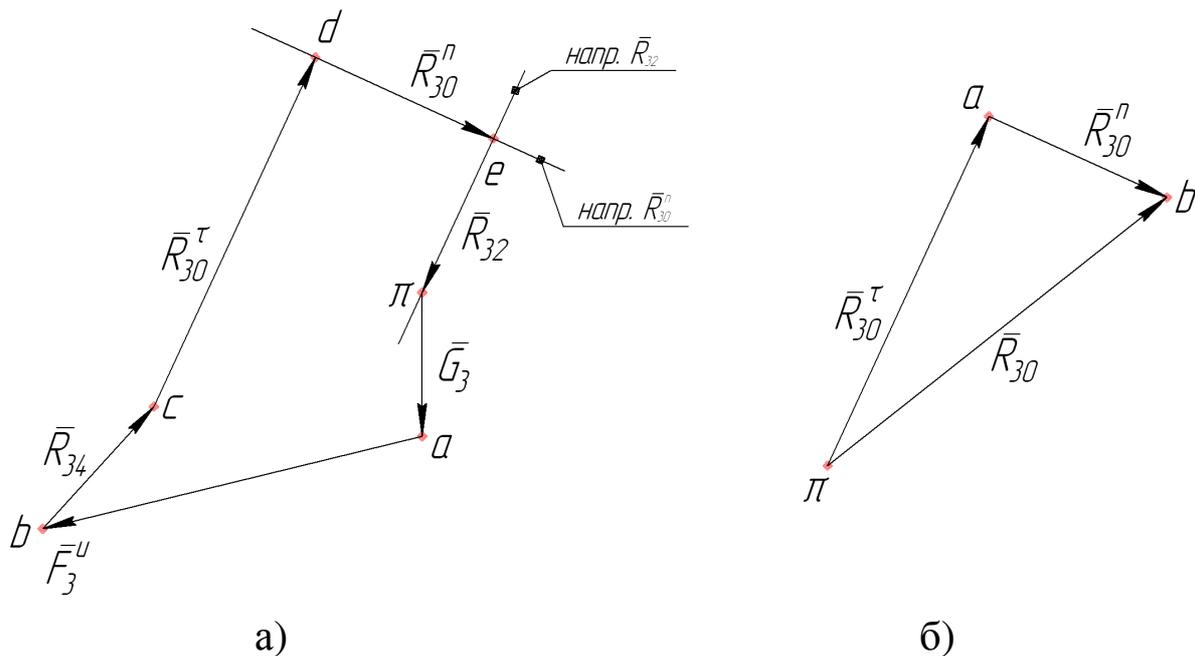


Рис. 4.15

Более рационально, однако, при составлении уравнения равновесия «в моментах» в качестве центра выбрать точку  $B$ . Тогда решением этого уравнения будет модуль реакции  $\bar{R}_{32}$  и при составлении уравнения (4.3) отпадет необходимость разложения реакции  $\bar{R}_{30}$  на составляющие:

$$\bar{G}_3 + \bar{F}_3^u + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{32} + \bar{R}_{30} = 0 \quad (4.9)$$

В плане сил, построенном по этому уравнению, замыкающим вектором будет искомая реакция  $\bar{R}_{30}$  (см. рис. 4.16).

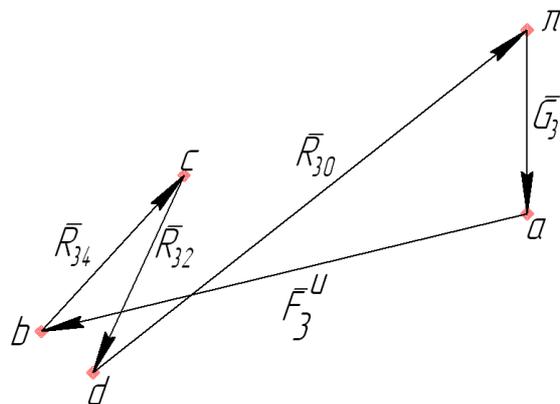


Рис. 4.16

Завершающей операцией в данном анализе является отыскание реакции  $\bar{R}_{21}$ , которая может быть найдена из условия равновесия ползуна 2, или группы 2-3 в целом. Проще эта задача решается, очевидно, первым способом.

Ползун находится под действием плоской системы сходящихся сил, соответственно условие его равновесия исчерпывается одним уравнением в векторной форме, или двумя алгебраическими уравнениями в координатной форме. Как и ранее, обращаемся к векторному уравнению  $\bar{G}_2 + \bar{F}_2^u + \bar{R}_{23} + \bar{R}_{21} = 0$  и ищем его графическое решение (см. рис. 4.17).

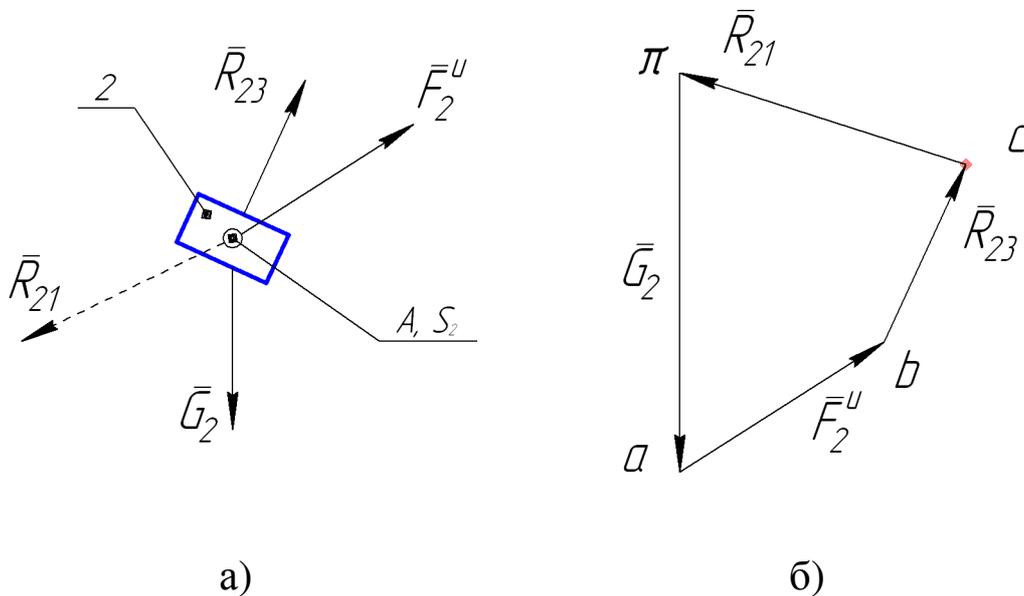


Рис. 4.17

#### 4.7. Силовой анализ входного звена.

Как указывалось выше, входное звено со стойкой образует, как правило, кинематическую пару пятого класса — поступательную или вращательную (вторая более актуальна) и в совокупности эти два звена образуют механизм I класса, подвижность которого равна

единице. Соответственно число уравнений статики для ведущего звена превышает число неизвестных на ту же единицу:

$$3n - 2p_5 = 1.$$

Т.е. расчетная схема для силового анализа входного звена является статически определимой, при этом одно из уравнений статики оказывается «лишним».

Вместе с тем система сил, действующая на входное звено и соответствующая принятому порядку силового расчета механизма, не является исчерпывающей, поскольку остается не определенным силовое воздействие на данное звено со стороны движителя, который, собственно, и обеспечивает требуемый закон движения звена и механизма в целом. Движущая сила (или движущий момент сил) вместе с силами сопротивления движению в каждый момент времени образуют равновесную систему сил, поэтому она еще называется **уравновешивающей силой (уравновешивающим моментом сил)**.

Таким образом, силовой анализ входного звена включает определение уравновешивающей силы (уравновешивающего момента) и реакции в кинематической паре, соединяющей входное звено и стойку.

Пусть входное звено вместе со стойкой образует вращательную пару V класса (см. рис. 4.18, а). Массовыми характеристиками звена можно пренебречь (кривошипные обычно имеют небольшие размеры, при этом массивные кривошипные, как правило, уравновешены), в результате система сил, действующих на входное звено, образована следующими силами:

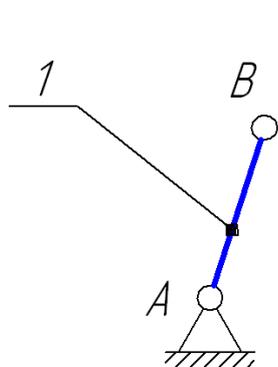
- реакция в кинематической паре, соединяющей входное звено 1 и звено 2 присоединяемой к звену 1 и стойке структурной группы;
- реакция в кинематической паре, соединяющей звено 1 со стойкой;
- уравновешивающая сила, приложенная, например, в точке  $K$  входного звена перпендикулярно его оси.

Отсюда имеем расчетную схему на рис. 4.18, б.

Уравновешивающую силу найдем из уравнения моментов действующих на кривошип сил относительно шарнира А:

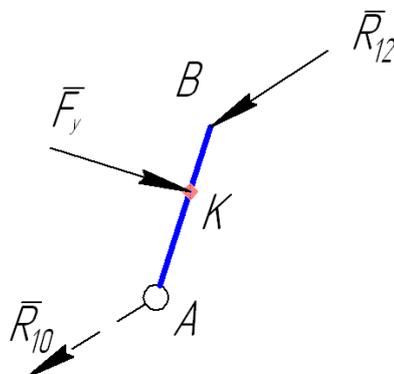
$$\sum m_A(\bar{F}_i) = 0 \Rightarrow R_{12}h_R - F_y h_F = 0.$$

Реакция в шарнире А определится как графическое решение (см. рис. 4.19) векторного уравнения:  $\bar{F}_y + \bar{R}_{12} + \bar{R}_{10} = 0$



а)

Рис. 4.18



б)

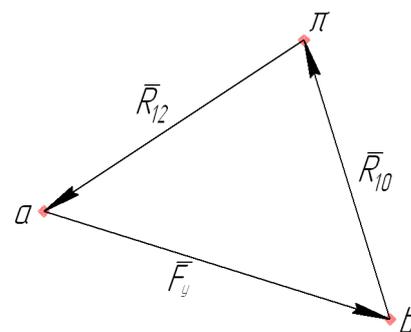


Рис.4.19

Силовой анализ механизма завершен.

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЩИТЕ КП

1. Машина. Классификация машин.
2. Механизм. Виды механизмов.
3. Предмет теории механизмов и машин. Задачи теории механизмов и машин.
4. Звено механизма. Подвижные и неподвижные звенья механизма.
5. Кинематическая пара. Элемент кинематической пары.
6. Условия связи в кинематических парах. Классификация кинематических пар. Примеры кинематических пар.
7. Высшие и низшие кинематические пары. Геометрическое и силовое замыкание кинематических пар.
8. Условное изображение кинематических пар.

9. Кинематическая цепь. Простые и сложные кинематические пары. Замкнутые и незамкнутые кинематические пары.
10. Механизм как кинематическая цепь. Входное и выходное звенья механизма. Промежуточные звенья. Стойка.
11. Кинематическая схема механизма.
12. Число степеней свободы кинематической цепи. Структурная формула кинематической цепи. Формула Чебышева.
13. Понятие обобщенной координаты. Начальное звено.
14. Основной принцип образования механизмов. Группа Ассура. Классификация механизмов.
15. Задачи кинематического анализа механизмов.
16. Закон движения начального звена.
17. Понятия аналога скорости и ускорения. Геометрический метод кинематического анализа механизмов. Формулы для вычисления скоростей и ускорений точек и звеньев механизма по их аналогам.
18. Основное и начальное движения механизма.
19. Определение траекторий движения точек механизма. План положений механизма.
20. Определение скоростей и ускорений точек и звеньев механизма методом диаграмм. Геометрическое дифференцирование.
21. Определение скоростей и ускорений точек и звеньев механизма методом планов. Планы скоростей и ускорений для структурных групп II класса.
22. Задачи силового расчета. Силы, действующие на звенья механизма. Силы движущие и силы сопротивления.
23. Диаграммы сил, работ, мощностей. Нагрузочные диаграммы машин.
24. Кинетостатический расчет плоских механизмов.
25. Условие статической определимости кинематической цепи.
26. Определение реакций в кинематических парах групп II класса.
27. Кинетостатический расчет начального звена. Уравновешивающая сила.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем пособии рассмотрены методы структурного, кинематического и силового анализа достаточно простых и вместе с тем весьма распространенных типов механизмов и структурных групп, к кинематическим схемам которых сводится большое количество реальных механизмов и их структурных составляющих. Отсюда высокая степень актуальности освоения этих методов как важной ступени общеинженерной подготовки будущего инженера-механика, формирования у него способности построения абстрактных моделей самых сложных технических систем, разложения их на простые составляющие, анализа последних и обобщения полученных результатов как основы для создания новых более совершенных машин и агрегатов.

## **ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ**

### **1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

Курсовой проект (КП) по дисциплине «Теория механизмов и машин» является самостоятельной работой, предусмотренной учебным планом изучения дисциплины и выполняемой студентами Механического факультета, обучающимися по направлению 23.03.03 в третьем семестре. Работа предусматривает решение задач исследования исполнительного механизма машины классической схемы, включающей двигатель, передаточный и исполнительный механизмы. Выполнение КП способствует закреплению и углублению теоретических знаний по дисциплине, выработке навыков приложения теории к решению конкретных инженерных задач, развитию у студентов творческой инициативы и самостоятельности.

Задание на КП включает эскиз кинематической схемы исполнительного механизма и исходные данные для его анализа. Задание содержит также нагрузочную диаграмму машины в виде графической зависимости силы производственного сопротивления от перемещения выходного звена.

КП состоит из поименованных ниже разделов, которые целиком или с некоторыми изъятиями включаются руководителем ПРОЕКТА в индивидуальные задания. Содержание каждого раздела приведено в п.2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОЕКТА.

КП оформляется в виде пояснительной записки (листы форматом А4 – 210x297) и 2-х листов графического материала (листы форматом А1 - 840x594, А2 – 420x594) (в Приложении 2 приведены рекомендации по размещению графического материала). Титульный лист пояснительной записки оформляется согласно Приложению 3. На второй и последующих страницах записки оформляется

индивидуальное задание на КП согласно образцу в Приложении 4. Пояснительная записка выполняется от руки (грамотно и аккуратно) или печатается с электронного носителя в любом текстовом редакторе. Графическая часть работы выполняется с учетом требований ЕСКД карандашом либо с использованием любого графического редактора ЭВМ. КП выполняется в течении семестра и по завершении передается преподавателю для проверки и предварительной защиты. Защита проекта осуществляется в присутствии комиссии, назначенной приказом Заместителя директора филиала по учебной работе.

*Если преподавателем установлено, что КП выполнен без соблюдения приведенных выше требований или не самостоятельно, то проект не проверяется и студенту выдается новое индивидуальное задание.*

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОЕКТА

### 3.

#### **Раздел 1. Структурный анализ исполнительного механизма**

1.1. Дать характеристику исполнительного механизма и вычертить его эскиз. На эскизе выполнить обозначения звеньев и кинематических пар механизма.

1.2. Вычислить число степеней свободы механизма.

1.3. Исходя из функционального назначения механизма, выбрать входное звено механизма, указать выходное звено. Определить вид движения каждого звена.

1.4. Разложить механизм на структурные группы и указать класс, порядок и вид каждой группы. Указать последовательность присоединения структурных групп.

Записать формулу строения механизма.

1.5. Определить класс механизма.

1.6. Структурный анализ включить в пояснительную записку.

## **Раздел 2. Кинематический анализ исполнительного механизма методом планов**

3.1. В принятом масштабе построить кинематическую схему механизма в двух крайних положениях его звеньев.

3.2. Выбрать направление вращения входного звена. Обосновать выбор.

3.3. Принять одно из конечных положений за нулевое и построить 8 положений механизма через каждые 45 град. поворота начального звена.

3.4. Построить планы скоростей для всех положений механизма для установившегося режима его движения ( $\omega_1 = \text{const}$ ).

3.5. Непосредственно из планов определить скорости всех характерных точек механизма (кинематических пар и центров масс звеньев). Вычислить угловые скорости звеньев. Результаты вычислений свести в таблицу.

3.6. Построить планы ускорений для каждого четного положения механизма.

2.7. Непосредственно из планов определить ускорения всех характерных точек механизма (кинематических пар и центров масс звеньев). Вычислить угловые ускорения звеньев. Результаты вычислений свести в таблицу.

2.8. Все построения выполнить на листе 1. Комментарии к построениям, расчеты и результаты расчетов включить в пояснительную записку.

## **Раздел 3. Кинематический анализ исполнительного механизма методом диаграмм**

3.1. Используя данные плана положений механизма, построить диаграмму перемещений выходного звена механизма установившемся режиме его движения.

3.2. Методом графического дифференцирования построить диаграммы аналогов скоростей и аналогов ускорений выходного звена.

3.3. Непосредственно из диаграмм определить значения аналогов скоростей для всех положений механизма и аналогов ускорений для каждого четного (или нечетного - см. выше) положения.

3.4. По значениям аналогов вычислить значения скоростей и ускорений как функций времени. Результаты расчетов свести в таблицу.

3.5. Выполнить сравнительный анализ результатов кинематического исследования механизма методами планов и диаграмм, для чего в одном координатном поле построить два графика изменения скорости выходного звена в зависимости от положения механизма: один график по результатам анализа методом планов, другой — по данным анализа методом диаграмм. Таким же образом построить графики изменения ускорения выходного звена.

3.6. Все построения выполнить на листе 1. Комментарии к построениям, расчеты и результаты расчетов включить в пояснительную записку.

#### **Раздел 4. Силовой анализ исполнительного механизма**

3.1. На листе 1 построить нагрузочную диаграмму машины - график функции  $F_z(S)$ ;

ось абсцисс диаграммы построить параллельным переносом траектории движения выходного звена на плане положений механизма, при этом соотнести начало диаграммы с нулевым положением этого звена, точку с координатой  $s_{max}$

- с другим конечным положением звена, а положительное направление оси абсцисс соотнести с направлением рабочего хода данного звена.

3.2. Вычертить кинематическую схему механизма в одном из положений рабочего хода механизма, для которого построен план ускорений.

3.3. Вычислить силы веса и силы инерции всех звеньев механизма. При расчетах принять массу погонного метра звеньев, выполненных как однородные стержни, равной 40-60 кг/м; значения массы ползунов принять в 3-5 раз больше массы любого звена, имеющего форму стержня. Массой кривошипа пренебречь.

3.4. Используя нагрузочную диаграмму, определить силу производственного сопротивления в выбранном положении механизма.

3.5. Методами кинетостатики определить реакции в кинематических парах механизма для выбранного положения механизма.

3.6. Определить уравновешивающую силу, приложенную к начальному звену, и выполнить его силовой расчет.

3.7. Все построения выполнить на листе 2. Комментарии к построениям, расчеты, результаты расчетов включить в пояснительную записку.

## **Раздел 5. Задания**

5.1. Выбор варианта задания. Студент выбирает вариант своего индивидуального задания, используя две последние цифры номера своей зачетной книжки и следуя указаниям таблиц. Если цифра – 0 , то выбирается десятый вариант.

5.2. Исполнительный механизм. Исполнительный механизм представлен плоским рычажным механизмом. На страницах 51...60 представлены десять вариантов этого механизма. Студент выбирает свой вариант по последней цифре номера зачетной книжки; вариант исходных данных для анализа механизма выбирается из прилагаемой к каждому механизму таблицы по предпоследней цифре номера зачетной книжки.

5.3. Нагрузочная диаграмма машины. Нагрузочная диаграмма машины представлена графиком изменения силы производственного сопротивления движению выходного звена исполнительного механизма в зависимости от перемещения выходного звена. Варианты диаграммы представлены на страницах 61 ... 65, студент выбирает свой вариант по предпоследней цифре номера зачетной книжки. Максимальное значение силы производственного сопротивления выбирается из табл. 1.

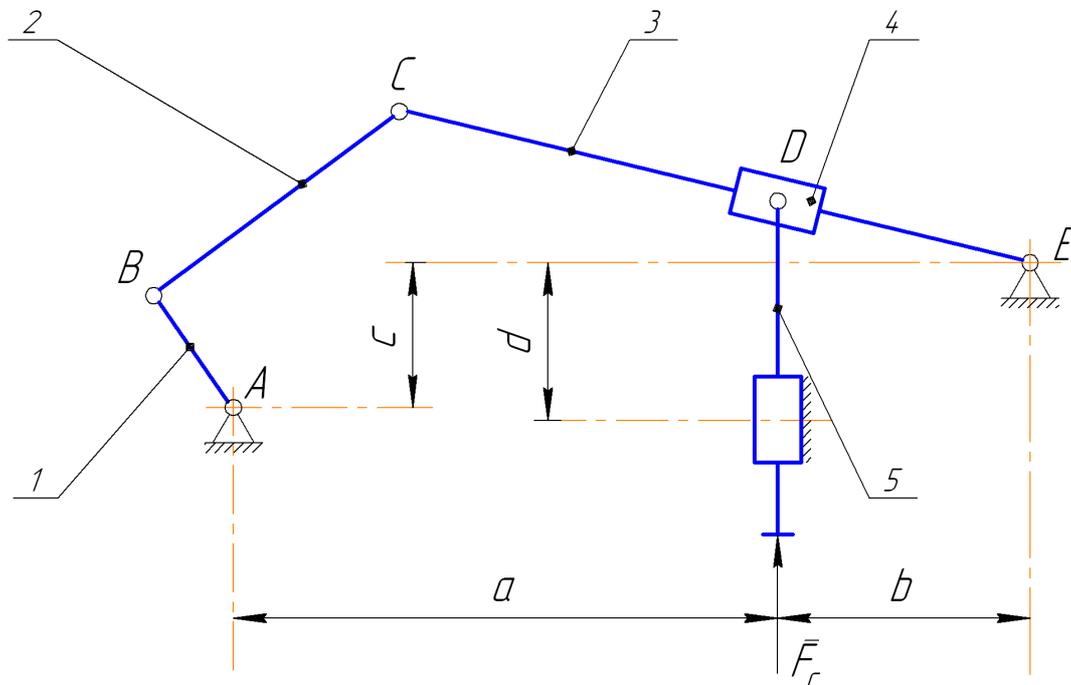
*Таблица III*

Последняя цифра номера зачетной книжки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$F_{\max}$ , кН	<b>1,0</b>	<b>1,2</b>	<b>1,4</b>	<b>1,5</b>	<b>1,6</b>	<b>1,8</b>	<b>2,0</b>	<b>2,2</b>	<b>2,4</b>	<b>2,5</b>

# Задание 1

## Исполнительный механизм стана калибровки труб

### Кинематическая схема механизма



**Примечание 1.** Сила производственного сопротивления  $\bar{F}_c$  приложена в нижней концевой точке звена 5.

### Исходные данные для расчетов

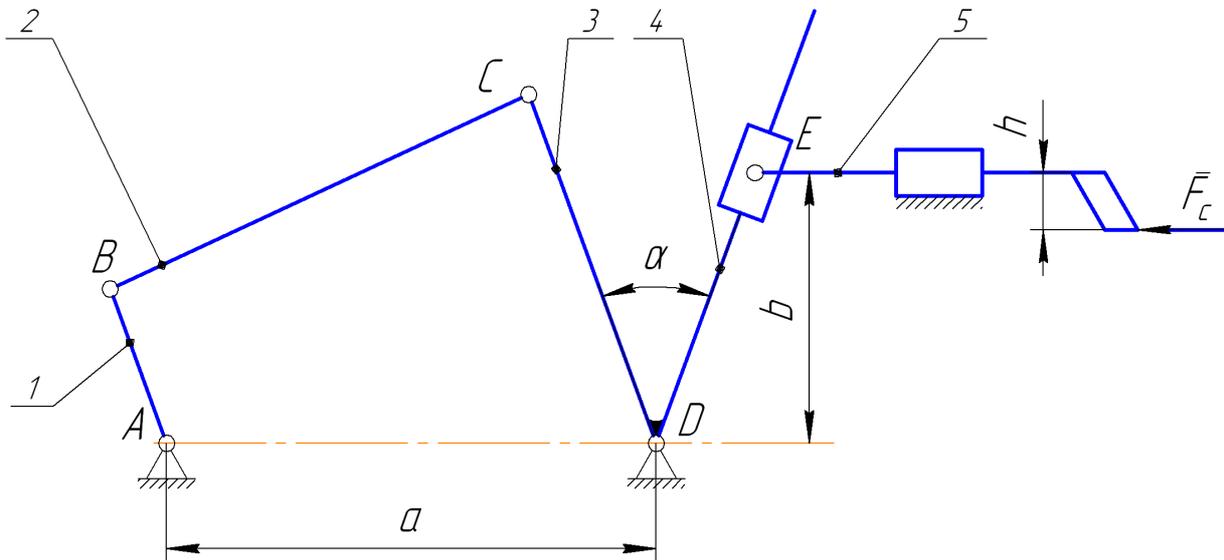
Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,18	0,17	0,16
$l_2$	0,30	0,33	0,34	0,38	0,39	0,40	0,40	0,37	0,35	0,32
$l_3$	0,75	0,78	0,80	0,82	0,90	0,95	1,00	0,92	0,85	0,80
$l_5$	0,35	0,38	0,40	0,43	0,50	0,55	0,60	0,52	0,45	0,40
$a$	0,42	0,43	0,44	0,45	0,50	0,52	0,52	0,48	0,44	0,42
$b$	0,28	0,30	0,30	0,35	0,35	0,36	0,40	0,37	0,34	0,32
$c$	0,17	0,20	0,20	0,21	0,21	0,23	0,24	0,22	0,20	0,19
$\omega_1$	6,8	6,0	9,8	7,2	10,5	5,4	11,8	8,8	7,4	8,0
$d$	0,19	0,22	0,22	0,24	0,24	0,25	0,26	0,24	0,22	0,22

**Примечание 2.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

## Задание 2

### Исполнительный механизм зубострогального станка

#### Кинематическая схема механизма



#### Исходные данные для расчетов

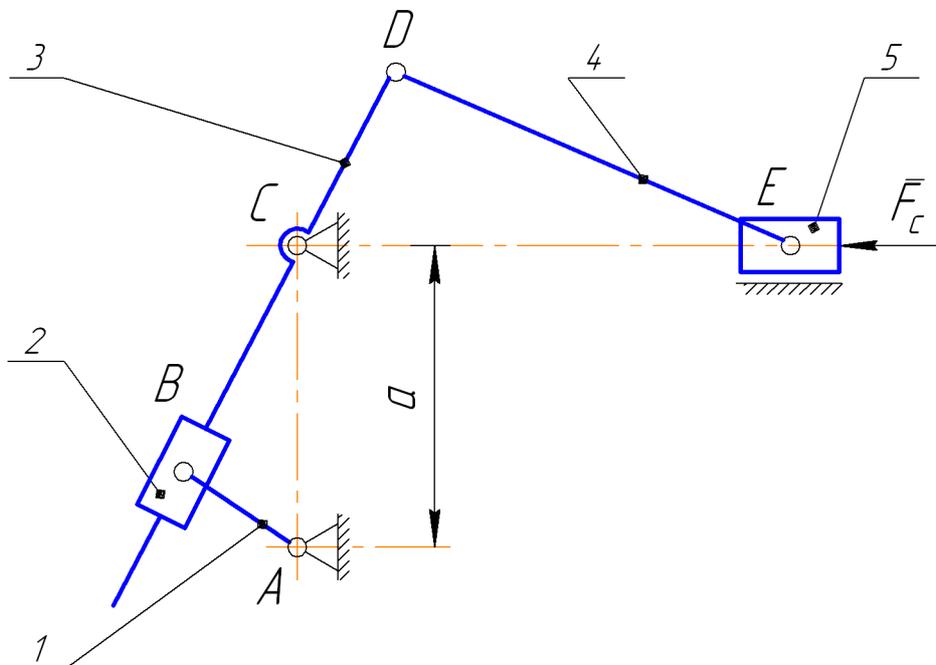
Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,06	0,06	0,05	0,06	0,07	0,07	0,08	0,06	0,05	0,07
$l_2$	0,24	0,26	0,20	0,25	0,28	0,30	0,32	0,25	0,22	0,30
$l_3$	0,24	0,26	0,20	0,25	0,28	0,30	0,32	0,25	0,22	0,30
$l_5$	0,20	0,22	0,18	0,23	0,26	0,28	0,30	0,24	0,21	0,27
$a$	0,34	0,37	0,28	0,35	0,39	0,42	0,45	0,35	0,31	0,42
$b$	0,17	0,18	0,14	0,18	0,20	0,21	0,23	0,17	0,15	0,20
$\alpha$	30	45	45	30	30	45	45	30	30	45
$\omega_1$	14	15	28	26	16	13	14	27	29	14
$h$	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,05	0,04	0,03	0,03	0,04

**Примечание.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с; угол  $\alpha$  задан в градусах.

### Задание 3

#### Исполнительный механизм формовочной машины

#### Кинематическая схема механизма



**Примечание 1.** Сила производственного сопротивления  $\bar{F}_C$  приложена к звену 5.

#### Исходные данные для расчетов

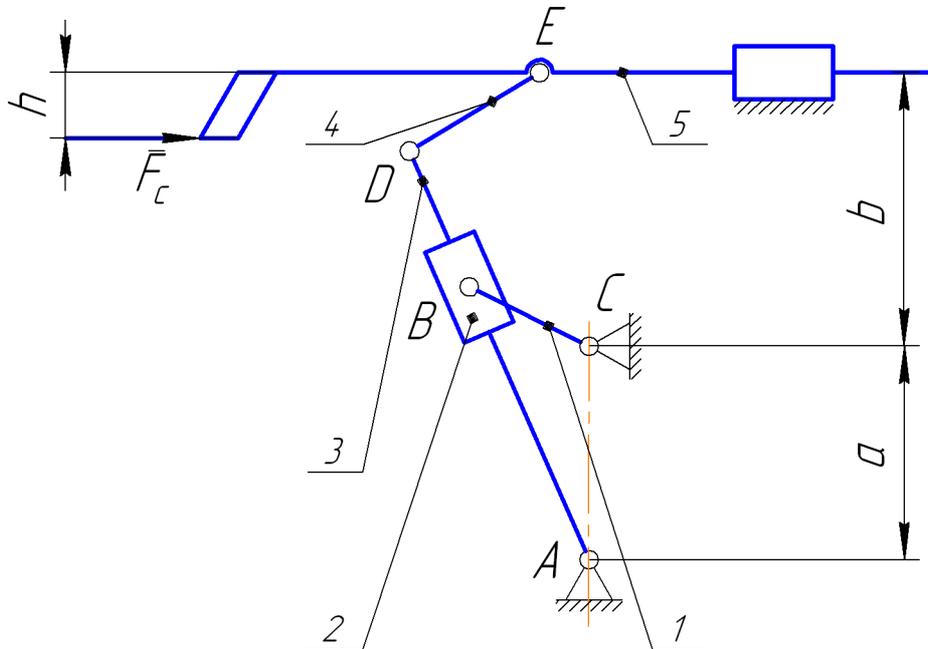
Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,15	0,18	0,20	0,14	0,16	0,25	0,30	0,20	0,30	0,25
$l_{CD}$	0,22	0,25	0,28	0,20	0,23	0,40	0,48	0,32	0,50	0,42
$l_4$	0,60	0,75	0,80	0,55	0,65	1,00	1,20	0,80	1,20	1,00
$a$	0,07	0,08	0,09	0,07	0,07	0,12	0,14	0,10	0,14	0,12
$\omega_1$	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2

**Примечание 2.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

## Задание 4

### Исполнительный механизм поперечно-строгального станка

#### Кинематическая схема механизма



#### Исходные данные для расчетов

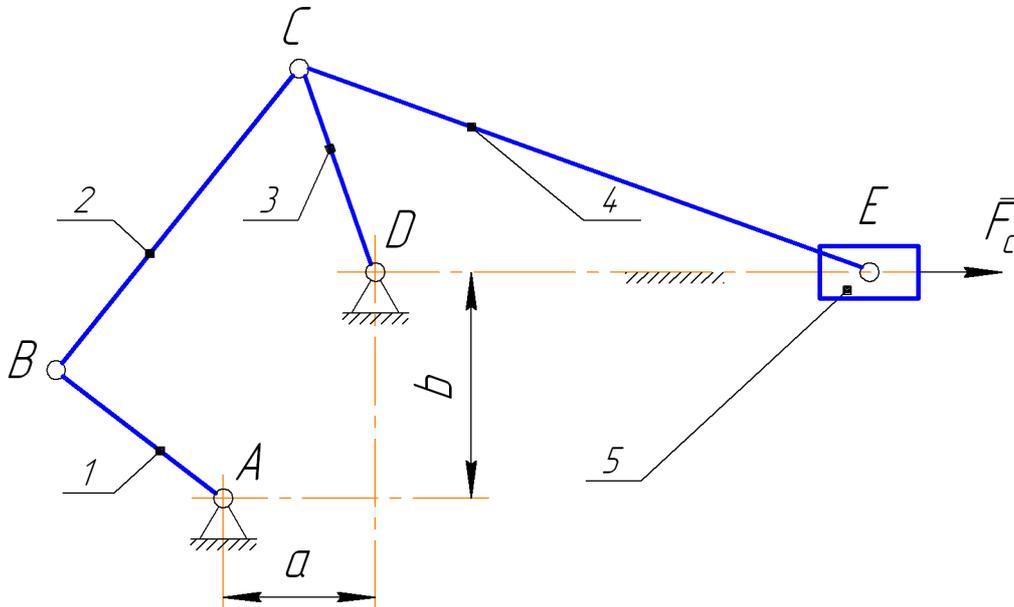
Пара метры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,09	0,10	0,12	0,11	0,13	0,15	0,14	0,12	0,16	0,10
$l_3$	1,15	1,27	0,83	0,76	0,81	0,93	0,77	0,80	0,68	1,25
$l_4$	0,40	0,44	0,29	0,27	0,28	0,32	0,28	0,30	0,24	0,40
$l_5$	0,75	0,87	0,63	0,56	0,61	0,73	0,57	0,60	0,48	0,85
$a$	0,65	0,72	0,45	0,41	0,43	0,50	0,40	0,44	0,37	0,70
$b$	0,50	0,55	0,37	0,33	0,36	0,41	0,34	0,38	0,28	0,55
$h$	0,10	0,11	0,08	0,07	0,10	0,11	0,08	0,08	0,10	0,10
$\omega_1$	7,7	11,5	8,7	12,0	10,8	11,7	12,2	11,6	10,9	9,3

**Примечание.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

## Задание 5

### Исполнительный механизм качающегося конвейера

#### Кинематическая схема механизма



#### Исходные данные для расчетов

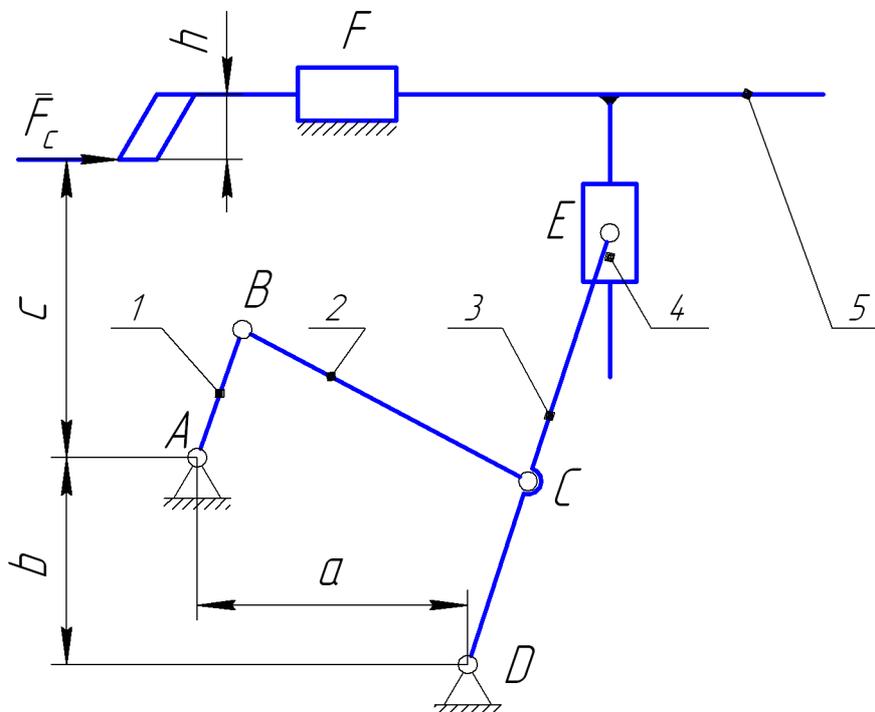
Пара метры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,12	0,10	0,14	0,09	0,10	0,12	0,10	0,14	0,12	0,10
$l_2$	0,40	0,45	0,28	0,38	0,46	0,46	0,38	0,28	0,55	0,40
$l_3$	0,33	0,40	0,35	0,30	0,33	0,39	0,32	0,35	0,40	0,30
$l_4$	0,66	0,80	0,70	0,60	0,66	0,78	0,64	0,70	0,90	0,62
$a$	0,33	0,35	0,32	0,30	0,34	0,33	0,29	0,32	0,41	0,30
$b$	0,06	0,05	0,04	0,06	0,06	0,06	0,05	0,04	0,07	0,05
$\omega_1$	5,8	8,0	9,3	9,0	11,5	12,4	7,5	8,8	7,8	18,0

**Примечание 2.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

## Задание 6

### Исполнительный механизм строгального станка

#### Кинематическая и схема механизма



#### Исходные данные для расчетов

Пара метры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,12	0,10	0,13	0,13	0,12	0,11	0,11	0,12	0,13	0,10
$l_2$	0,40	0,45	0,40	0,45	0,37	0,38	0,40	0,42	0,45	0,42
$l_3$	0,70	0,70	0,80	0,80	0,75	0,75	0,70	0,80	0,75	0,75
$l_5$	0,35	0,25	0,28	0,30	0,26	0,24	0,24	0,26	0,28	0,24
$a$	0,40	0,45	0,40	0,45	0,37	0,38	0,40	0,42	0,45	0,42
$b$	0,30	0,29	0,34	0,35	0,32	0,33	0,30	0,34	0,32	0,33
$c$	0,43	0,42	0,49	0,50	0,46	0,47	0,43	0,49	0,46	0,47
$\omega_1$	14,2	14,0	14,5	14,8	15,0	15,5	15,0	14,7	14,4	14,0
$h$	0,12	0,10	0,13	0,13	0,12	0,11	0,11	0,12	0,13	0,10

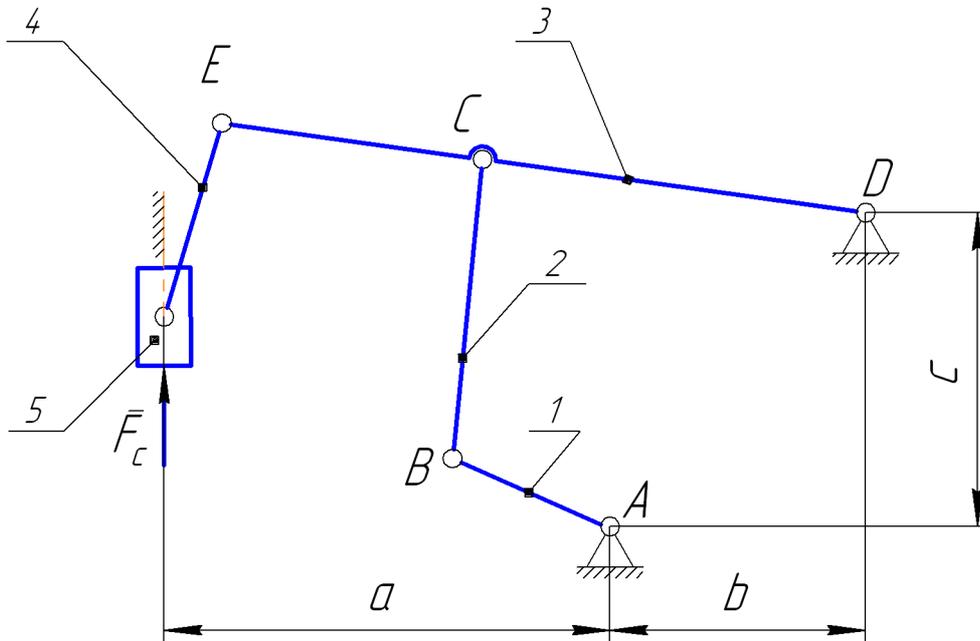
**Примечания:** 1. Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с; длина участка CD равна  $0,7l_3$ .

2. Положение кинематической пары принять конструктивно, исходя из перемещения звена 5.

## Задание 7

### Исполнительный механизм вытяжного пресса

#### Кинематическая схема механизма



**Примечание 1.** Сила производственного сопротивления  $\vec{F}_c$  приложена к звену 5.

#### Исходные данные для расчетов

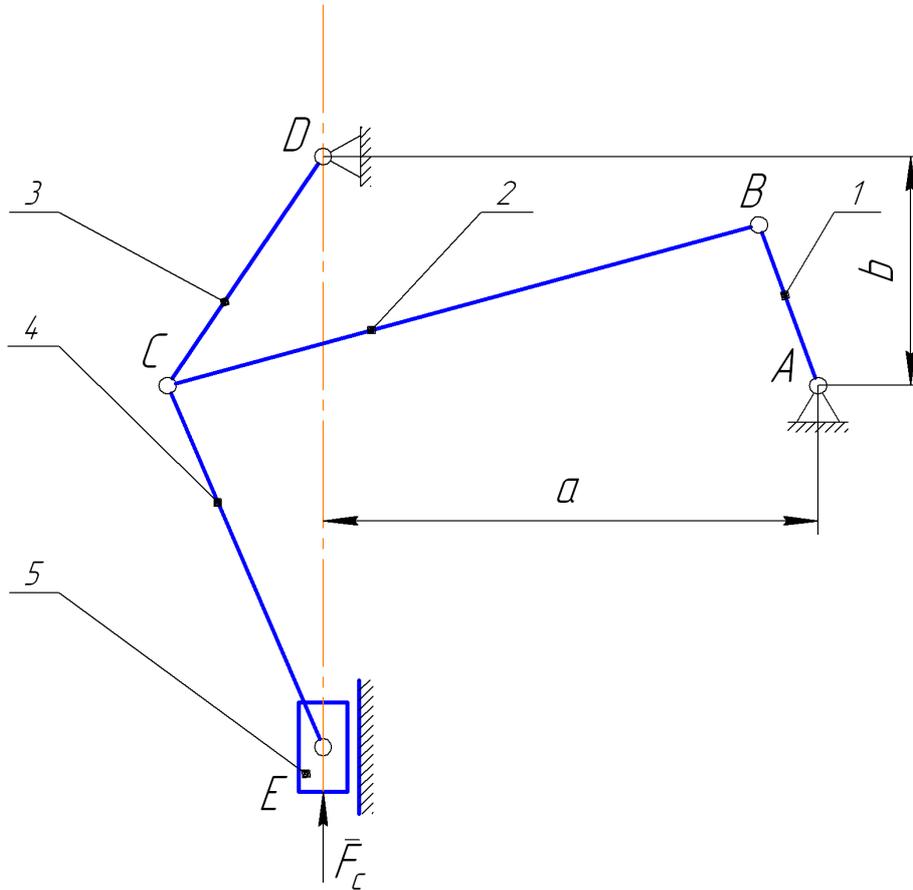
Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,10	0,09	0,09	0,09	0,08	0,10	0,07	0,10	0,11	0,08
$l_2$	0,32	0,38	0,29	0,40	0,26	0,45	0,23	0,43	0,36	0,36
$l_3$	0,42	0,37	0,38	0,39	0,34	0,44	0,30	0,42	0,47	0,35
$l_{CD}$	0,3	0,26	0,27	0,28	0,24	0,30	0,21	0,29	0,33	0,25
$l_4$	0,11	0,09	0,10	0,10	0,09	0,11	0,08	0,10	0,12	0,09
$a$	0,25	0,22	0,23	0,23	0,20	0,26	0,18	0,24	0,28	0,21
$\omega_1$	6,3	6,6	6,6	6,6	9,6	9,6	9,2	9,6	7,0	10,6

**Примечание 2.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

## Задание 8

### Исполнительный механизм пресс-автомата

#### Кинематическая схема механизма



**Примечание 1.** Сила производственного сопротивления  $\bar{F}_C$  приложена к звену 5.

#### Исходные данные для расчетов

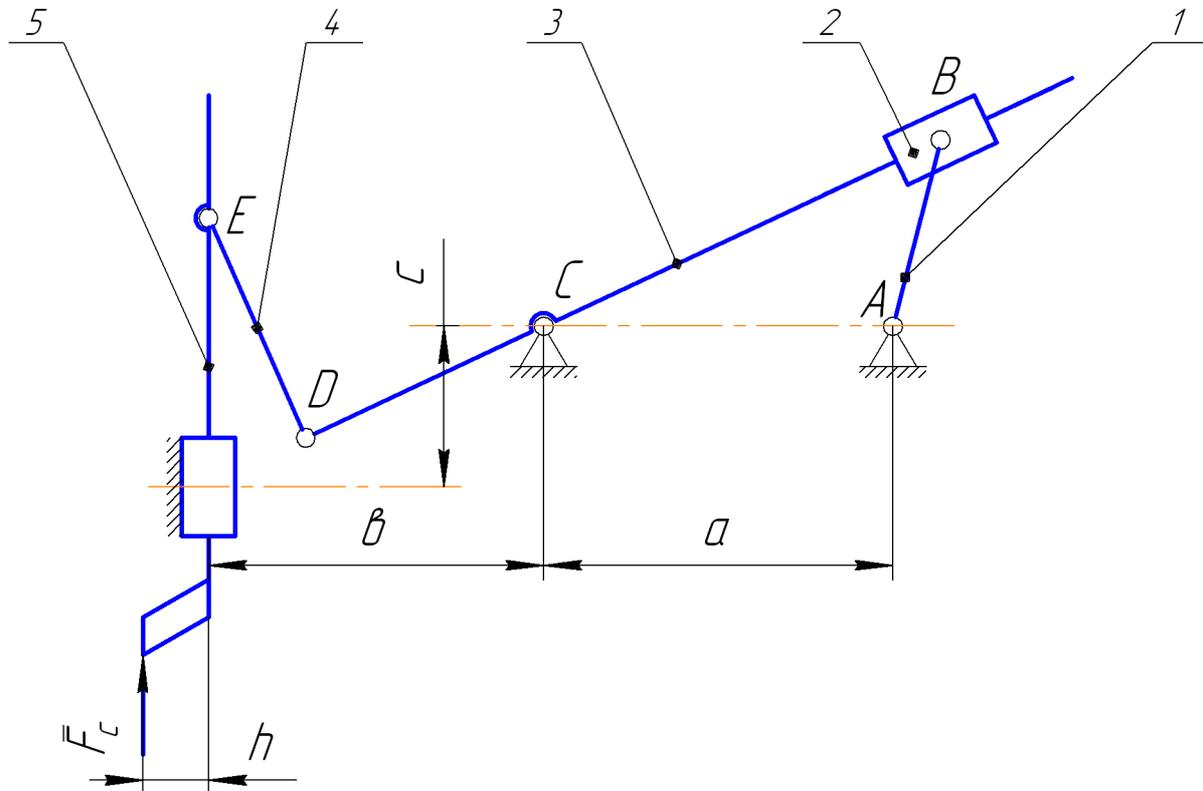
Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,20	0,18	0,16	0,15	0,17	0,19	0,20	0,17	0,18	0,16
$l_2$	0,70	0,65	0,67	0,64	0,68	0,70	0,68	0,65	0,67	0,64
$l_3$	0,38	0,40	0,37	0,36	0,39	0,40	0,42	0,38	0,37	0,36
$l_4$	0,30	0,32	0,30	0,29	0,31	0,33	0,35	0,31	0,31	0,30
$a$	0,70	0,65	0,67	0,64	0,68	0,70	0,68	0,65	0,67	0,64
$b$	0,38	0,40	0,37	0,36	0,39	0,40	0,42	0,38	0,37	0,36
$\omega_1$	3,2	3,4	3,6	3,3	3,2	3,3	3,5	3,5	3,4	3,2

**Примечание 2.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

## Задание 9

### Исполнительный механизм долбежного станка

#### Кинематическая схема механизма



#### Исходные данные для расчетов

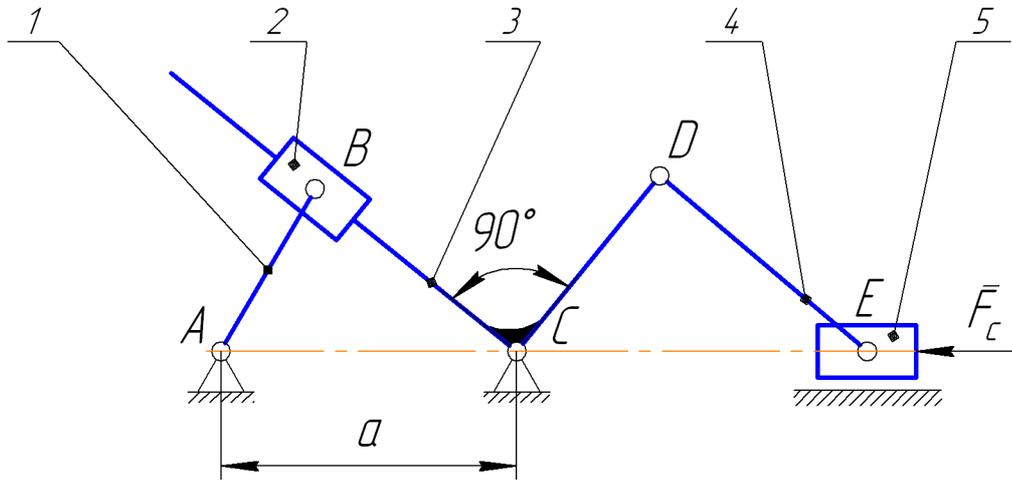
Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,08	0,10	0,11	0,09	0,05	0,07	0,09	0,08	0,08	0,10
$l_{CD}$	0,10	0,12	0,13	0,15	0,11	0,09	0,17	0,11	0,14	0,12
$l_4$	0,10	0,12	0,10	0,11	0,10	0,09	0,10	0,11	0,10	0,12
$l_5$	0,15	0,17	0,16	0,17	0,14	0,15	0,15	0,18	0,16	0,18
$a$	0,15	0,19	0,19	0,21	0,10	0,13	0,20	0,15	0,22	0,20
$b$	0,12	0,14	0,15	0,17	0,13	0,11	0,20	0,16	0,18	0,17
$c$	0,08	0,10	0,11	0,09	0,05	0,07	0,09	0,08	0,08	0,10
$\omega_1$	5,2	5,4	5,6	5,3	5,2	5,3	5,5	5,5	5,4	5,2
$h$	0,02	0,03	0,04	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,04	0,04

**Примечание.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

## Задание 10

### Исполнительный механизм грохота

#### Кинематическая схема механизма



**Примечание 1.** Сила производственного сопротивления  $\bar{F}_c$  приложена к звену 5.

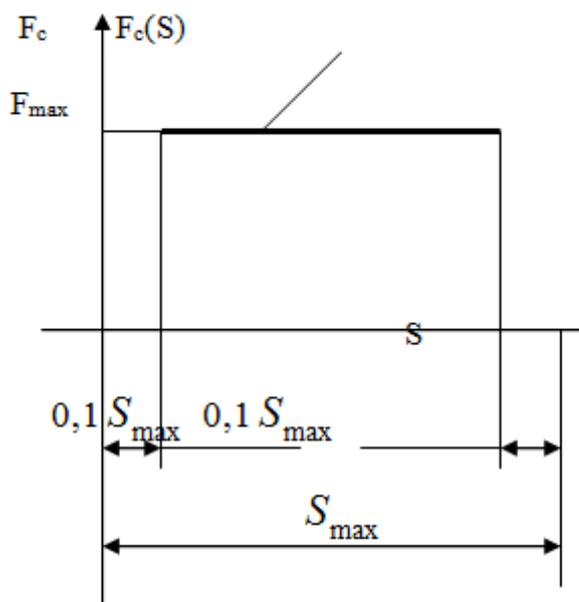
#### Исходные данные для расчетов

Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1$	0,30	0,25	0,20	0,35	0,40	0,20	0,25	0,28	0,18	0,30
$l_{CD}$	0,24	0,20	0,16	0,28	0,32	0,15	0,18	0,20	0,13	0,22
$l_4$	1,05	0,90	0,70	1,25	1,40	0,80	1,00	1,15	0,75	1,20
$a$	0,09	0,08	0,06	0,11	0,12	0,10	0,15	0,08	0,08	0,06
$\omega_1$	6,2	6,4	6,6	6,3	6,2	4,3	4,5	4,5	4,4	4,2

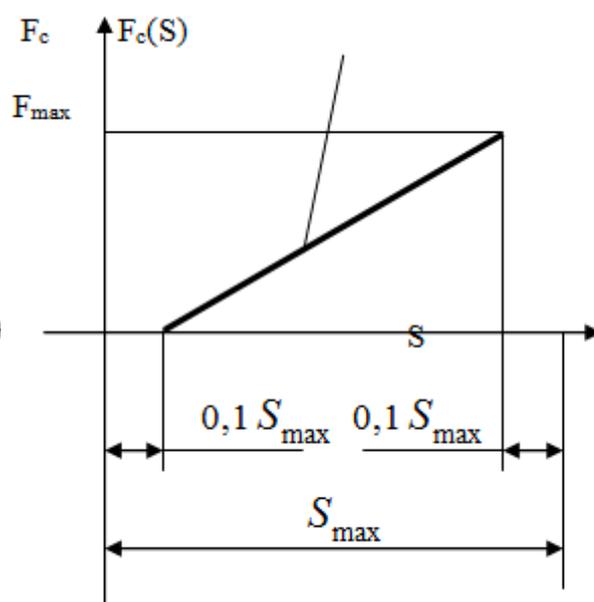
**Примечание 2.** Все линейные размеры заданы в метрах; угловая скорость  $\omega_1$  задана в рад/с.

# ВАРИАНТЫ НАГРУЗОЧНОЙ ДИАГРАММЫ

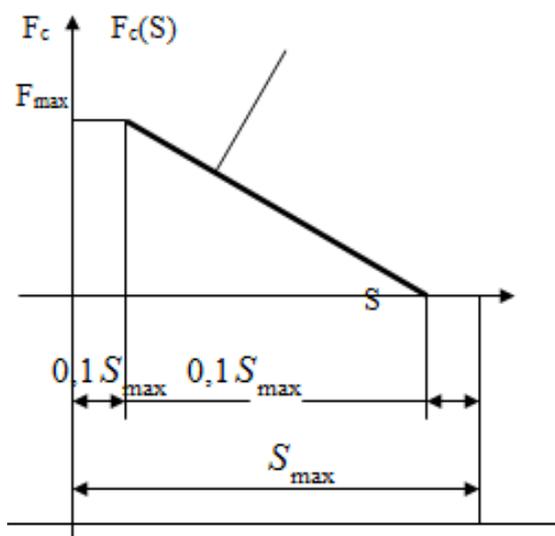
## Диаграмма I



## Диаграмма II



## Диаграмма III



## Диаграмма IV

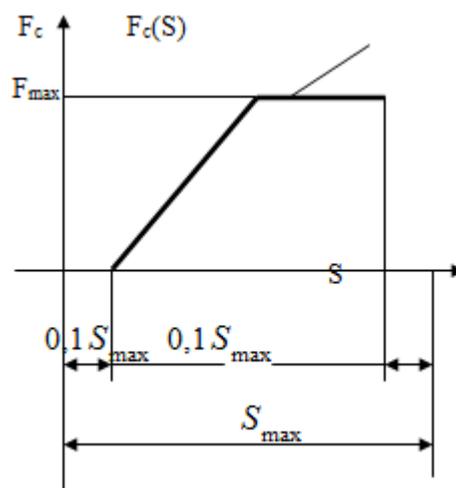


Диаграмма V

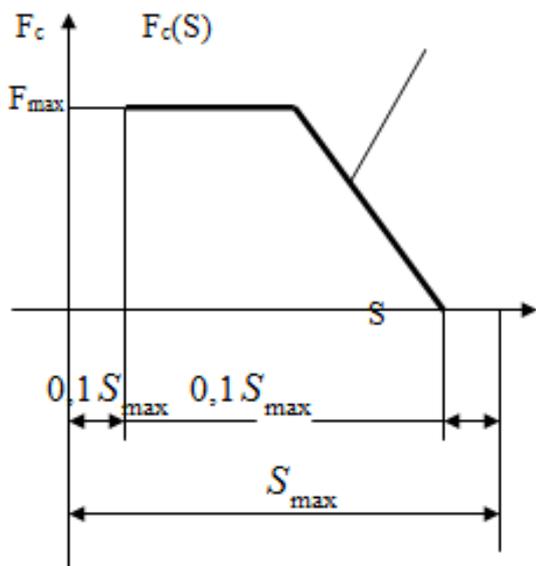


Диаграмма VI

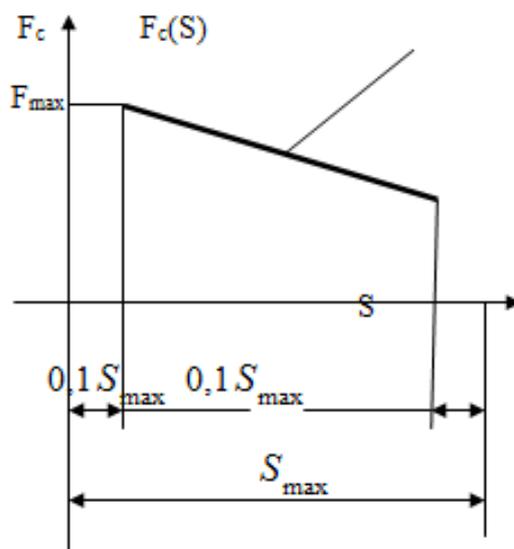


Диаграмма VII

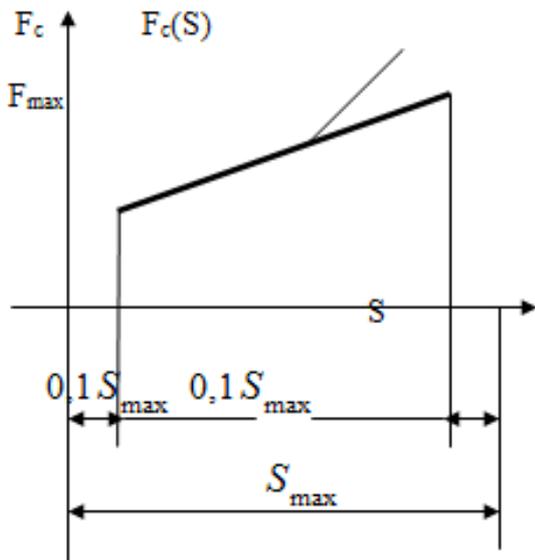


Диаграмма VIII

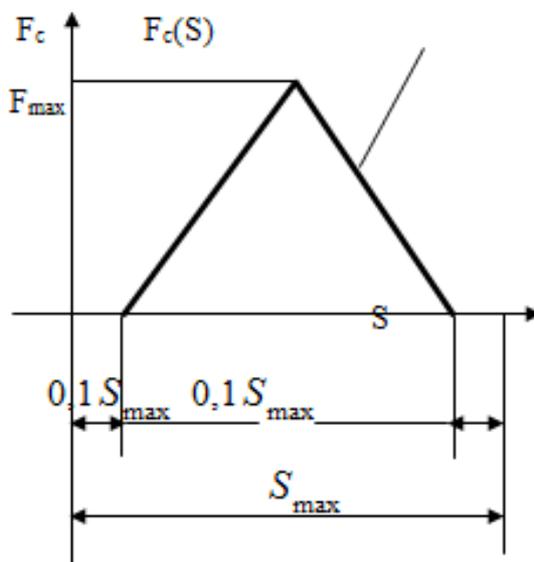


Диаграмма IX

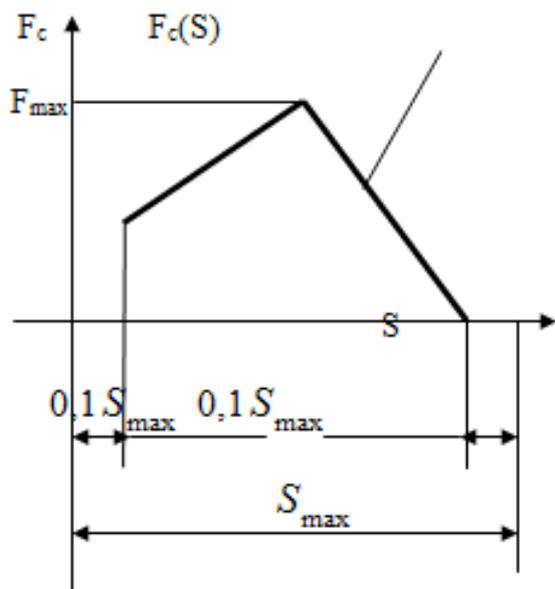
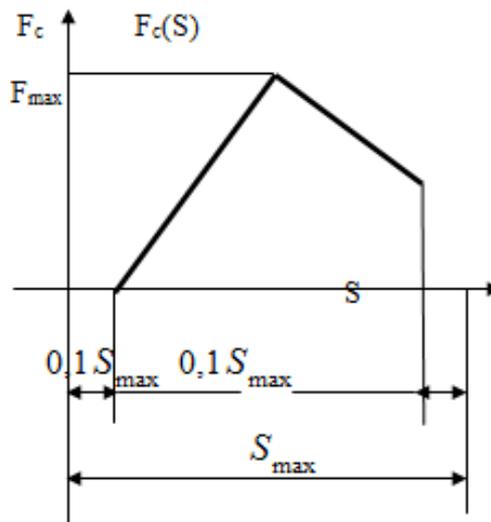


Диаграмма X



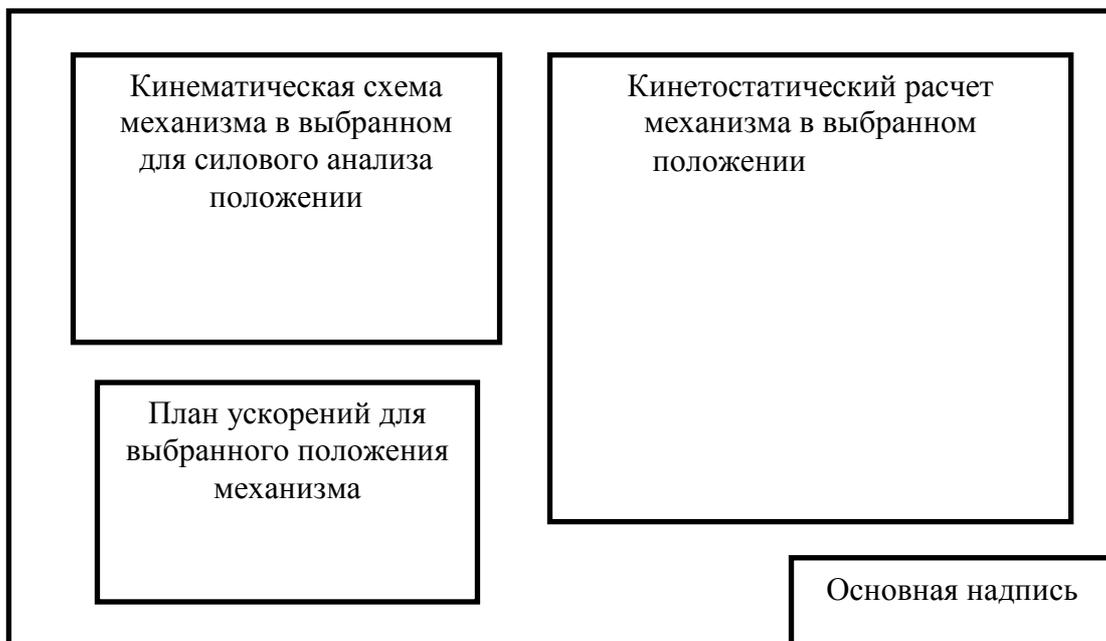
**Замечание.** На диаграммах все угловые точки расположены в середине соответствующего отрезка.

**СХЕМА РАЗМЕЩЕНИЯ ГРАФИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПРОЕКТА**

**Лист 1**



**Лист 2**



**Оформление титульного листа**

**Министерства Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
**САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
Филиал в г. Сызрани

---

---

Факультет Механический  
(наименование факультета, к которому относится кафедра)

Кафедра Технической механики  
(наименование кафедры)

**КУРСОВОЙ ПРОЕКТ**  
по дисциплине  
**«ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»**

ИВАНОВ И.И.

(подпись)

ВОЛОШКО Г.И.

(подпись)

Выполнил студент группы АБ-200

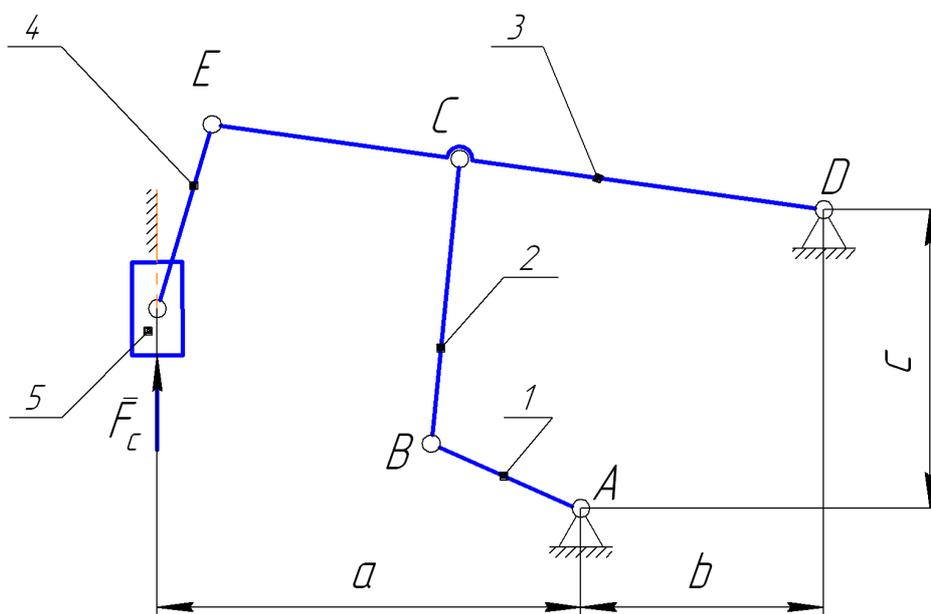
---

Проверил руководитель проекта

---

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ  
(образец оформления)

1. Эскиз кинематической схемы исполнительного механизма

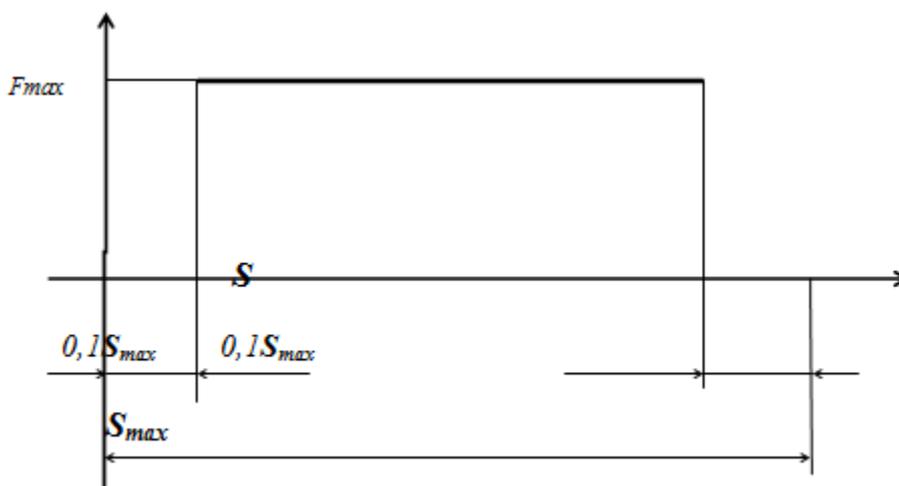


2. Исходные данные для анализа исполнительного механизма

$L_{AB}, м$	$L_{BC}, м$	$L_{CD}, м$	$L_{DE}, м$	$L_{EF}, м$	$a, м$	$b, м$	$c, м$	$\omega_1, рад/с$
0,10	0,35	0,28	0,25	0,30	0,40	0,20	0,32	12,0

3. Нагрузочная диаграмма

Диаграмма 1



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин : Учебник для вузов.- М.: ИД Альянс,2010.- 640 с.
2. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование : Учебное пособие.-М.:ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ,2008.- 263 с.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин.-М.: Наука, 1975.- 638 с.
4. Артоболевский С.И. Теория механизмов и машин.-М.: Высшая школа,1968. – 366 с.
5. Теория механизмов и машин : Учеб.для втузов / К.В.Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.- М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
6. Теория механизмов и машин : учеб.пособие для студ. высш. учеб. заведений/ М.З. Козловский, А.Н. Евграфов. Ю.А. Семёнов,А.В. Слоущ.- М.: Академия, 2006.- 560 с.
7. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. Коренько А.С. и др.-Киев: Виша школа, 1970.-332 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА .....	3
2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА .....	4
2.1. Цель и задачи структурного анализа .....	4
2.2. Структура плоских механизмов. Рычажные механизмы .....	4
2.3. Структурный анализ механизма щековой камнедробилки .....	6
2.4. Структурный анализ механизма строгального станка .....	9
3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА .....	12
3.1. Цель и задачи кинематического анализа .....	12
3.2. Построение плана положений механизма .....	14
3.3. Кинематический анализ методом планов .....	19
3.4. Кинематический анализ методом диаграмм .....	34
4. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА .....	41
4.1. Цель и задачи силового анализа .....	41
4.2. Силы, действующие на механизм .....	42
4.3. Статическая определимость механизма как объекта силового расчета .....	43
4.4. Силовой расчет структурной группы II класса 2-го порядка второго вида .....	45
4.5. Силовой расчет структурной группы II класса 2-го порядка первого вида.....	52
4.6. Силовой расчет структурной группы II класса 2-го порядка третьего вида.....	56
4.7. Силовой анализ входного звена .....	60
5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ОТЧЕТУ ПО КП .....	62
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	64
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Типовые задания к курсовому проекту .....	65
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Схема размещения графического материала проекта .....	84
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Образец оформления титульного листа пояснительной записки .....	85
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Образец оформления задания на курсовой проект.....	86

*Учебное пособие*

*РОДИОНОВ Леонид Федорович  
ПИДОДНЯ Владимир Григорьевич  
ВОЛОШКО Геннадий Иванович*

**Теория механизмов и машин**

Редакторы:

*Е.С. Захарова  
И. А. Назарова*

Подписано в печать 29.06.16 г.  
Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная  
Усл. п. л. 5,2 Уч.-изд. л. 3,3  
Тираж 100 экз. Рег. № 8/16sf

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Самарский государственный технический университет»  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус

Отпечатано в типографии  
Самарского государственного технического университета  
Филиал в г. Сызрани, 446001, г. Сызрань, ул. Советская 45