



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

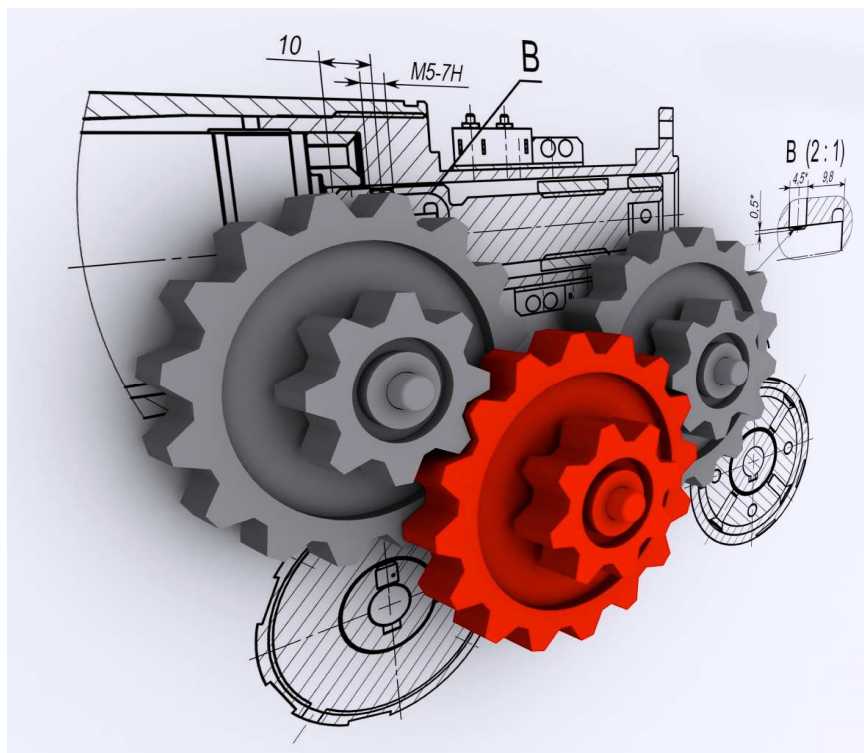
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Техническая механика»

Л. Ф. РОДИОНОВ, Г. И. ВОЛОШКО

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ

*Учебное пособие*



Самара

Самарский государственный технический университет

2016

Печатается по решению редакционно-издательского совета СамГТУ

УДК 621.01(075.8)

**Родионов Л.Ф.**

**Проектирование механизмов:** учеб. пособие / Л. Ф. Родионов, Г. И. Волошко. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2016. – 140с. ил.

Учебное пособие предназначено для изучения курса теории механизмов и машин студентами заочной формы обучения, по направлению подготовки бакалавров 15.03.02, 15.03.05.

В пособии изложено вопросы связанные с исследованием стержневых механизмов, основами проектирования зубчатых и кулачковых механизмов, а также динамический анализ и синтез механизмов. Учебное пособие может быть полезно для производственных работников и студентов других технических направлений.

УДК 621.01(075.8)

Рецензенты: заведующий кафедрой общетехнических дисциплин филиала ВУНЦ ВВС «ВВА» канд. техн. наук, доцент *В.Я.Судаков*;

заведующий кафедрой ТЭиРТС филиала ФГБОУ ВО «СамГТУ» в г. Сызрани *А. А. Уютов*

© Л.Ф.Родионов, Г. И. Волошко 2016

© Самарский государственный  
технический университет, 2016

# ВВЕДЕНИЕ

## История развития теории машин и механизмов Роль русских и советских ученых в развитии теории машин и механизмов

ТММ – наука, изучающая строение, кинематику и динамику механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

ТММ появилась с возникновением машинного производства. В конце 18-го столетия зародилась ТММ как наука. К тому времени потребность машинного производства поставили перед наукой ряд задач:

1. Большие потери на трение в приводимых механизмах заставили более глубоко исследовать законы трения.
2. Уменьшение неуравновешенности движения машины заставили создать теорию маховика.
3. Увеличение скоростей движения потребовали создания теории зубчатых зацеплений.

Подлинное развитие ТММ получило в 19 столетии в связи с бурным развитием машинного способа производства.

Основоположником русской школы ТММ является известный русский ученый математик-механик академик Чебышев. Он создал и построил множество оригинальных новых механизмов. Впервые вывел формулу, связывающую количество звеньев, входящих в механизм и количество кинематических пар, образуемых, этими звеньями, с движениями, которые данный механизм может совершать.

Большой вклад внес профессор Вишнеградский. Он разработал теорию автоматического регулирования. Его разработки сводятся к тому, что автоматическое регулирование происходящие описываются не линейными дифференциальными уравнениями (метод малых колебаний).

Профессор Петров (дважды отмечен премией Ломоносова Академией Наук) впервые обратил внимание на то, что трение смазанных тел по совершенно другим законам, чем трение сухих тел. Свои теоретические предположения он проверял с помощью железнодорожных буксов и вывел формулу для определения коэффициента трения смазанных тел, с учетом вязкости масел.

В этой формуле он впервые показал, что трение смазанных тел зависит от смазывающей жидкости.

Жуковский Н.Е. создал теорию жесткого рычага, которая позволяет задачи динамики для механизмов любой сложности сводить к решению равновесия жесткого рычага называется метод рычага Жуковского.

Профессор Ассур предложил сложные механизмы расчленять на части – отдельные группы звеньев и вместо исследования механизма в целом производить исследование групп.

Разработал правила расчленения и разложения механизмов на группы, классификацию этих групп и методы их кинематического исследования.

Советские ученые внесли и вносят большой вклад в развитие ТММ.

Профессор Добровольский предложил все механизмы разложить на 5 рядов, что позволило различные механизмы одного и того же рода исследовать однотипными приемами.

В настоящее время ведущим является академик Артоболевский. Он создал классификацию пространственных механизмов и разработал оригинальные методы их исследования.

Написал первую в СССР монографию по механизмам и создал 4-х томный справочник по механизмам, который находит широкое применение при проектировании.

# Глава 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

## 1.1. Классификация машин и механизмов по функциональному и конструктивному признакам

**Машина** – это устройство, созданное создаваемое человеком с целью использования законов природы для облегчения умственного и физического труда и повышения его производительности.

Машины по функциональному признаку делятся на следующие типы:

1. Энергетические – электродвигатели, турбины и т.д.
2. Транспортные – локомотивы, тракторы, транспортеры и т.д.
3. Технологические – металлорежущее оборудование, металлургическое и т.д.
4. Контрольно – управляющие – машины, управляющие процессами.
5. Логические – счетно – решающее, моделирующие.
6. Кибернетические – машины, способные выполнять некоторые физиологические способности человека: распознавание образа, воспроизведение речи по звуковым спектрам, замена некоторых органов.

**Механизм** – совокупность взаимосвязанных твердых тел, которая служит для получения по заданным движениям одного или нескольких тел вполне определенных движений других тел.

По функциональным признакам механизмы делятся:

1. Механизмы двигателей и преобразователей;
2. Передаточные;
3. Исполнительные;
4. Механизмы контроля и управления;
5. Механизмы подачи, транспортировки, питания и сортировки обрабатываемых сред и объектов;
6. Механизмы автоматического взвешивания, счета и упаковки готовой продукции.

## Классификация механизмов по конструктивному признаку:

1. Стержневые и рычажные;
2. Зубчатые механизмы;
3. Кулисные;
4. Фрикционные;
5. С гибкими звеньями (ременные, цепные);
6. Клиновые и винтовые;
7. Гидравлические и пневматические;
8. С электрическими устройствами;
9. Прочие механизмы.

### **1.2. Кинематические пары и их классификация**

**Звеном** механизма называется деталь или совокупность жестко связанных между собой деталей.

**Кинематической парой** называется соединение двух звеньев, обеспечивающее их относительную подвижность.

В зависимости от числа отнятых степеней свободы (или числа наложенных условий связи) кинематические пары делятся на 5 классов (табл. 1.1).

Поверхности, линии и точки, по которым происходит касание звеньев, образующих кинематическую пару, называются элементами кинематических пар.

В зависимости от вида элемента кинематической пары, последние делятся на низшие и высшие.

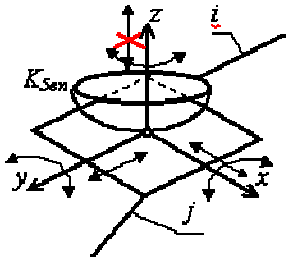
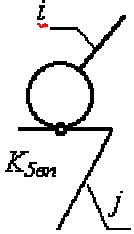
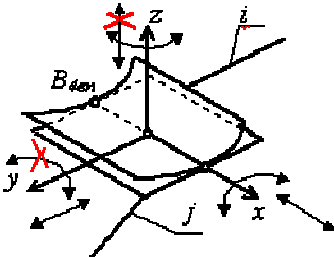
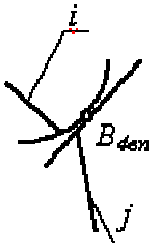
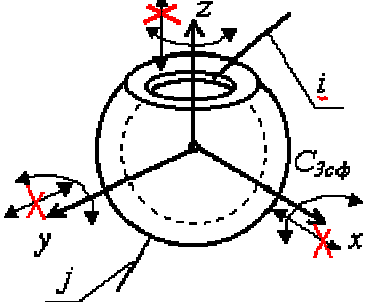

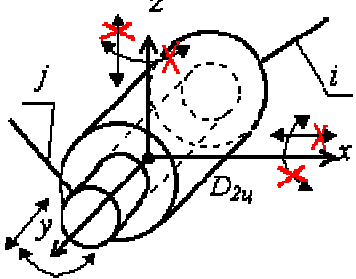

Если элементом кинематической пары является, точка или линия, то пара называется высшей.



Например в зубчатом зацеплении элементом пары зубьев является линия касания, т.е. высшая кинематическая пара.

Рис. 1.1

### Классификация кинематических пар по числу связей и подвижности

Класс пары	Число связей	Подвижность	Пространственная схема (пример)	Условные обозначения
I	1	5		
II	2	4		
III	3	3		
IV	4	2		

Класс пары	Число связей	Подвижность	Пространственная схема (пример)	Условные обозначения
V	5	2		<p>Вращательная КП</p> <p>Поступательная КП</p>

Если элементом кинематической пары является поверхность, то данная пара называется низшей кинематической парой.

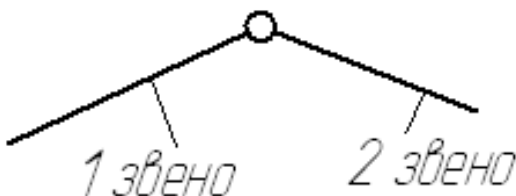
В зависимости от вида относительного движения звеньев, образующих кинематическую пару, последние делятся на вращательные и поступательные.

В зависимости от вида замыкания кинематические пары делятся на пары:

1. С геометрическим замыканием
2. С силовым замыканием

### Условные обозначения кинематических пар

Вращательная кинематическая пара



Поступательная кинематическая пара

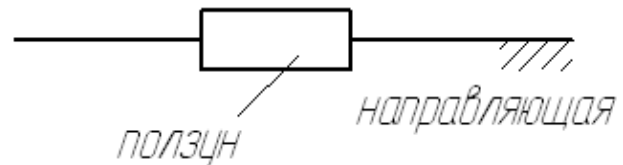


Рис. 1.2



## Звенья механизмов

Звено, имеющее нулевую подвижность, называется **стойка** (рис. 1.3).

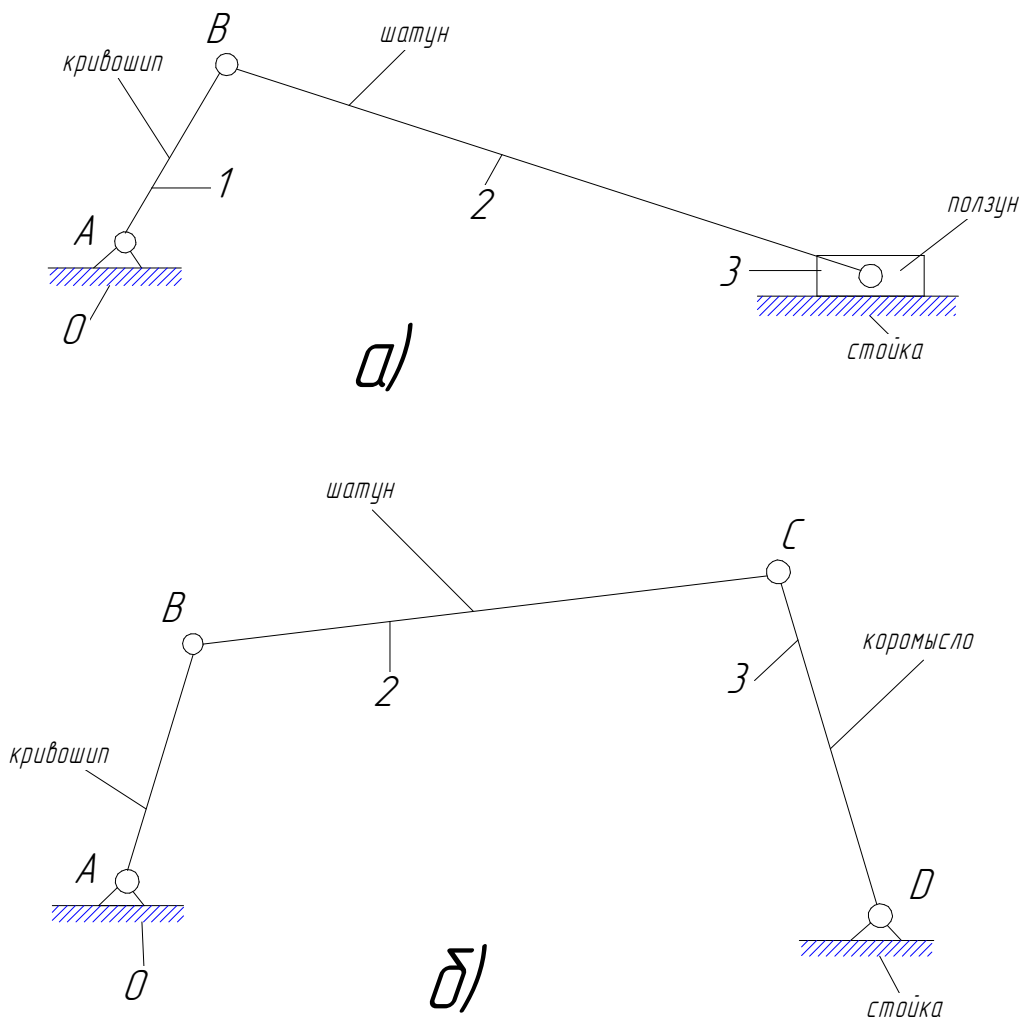


Рис. 1.3

В каждом механизме может быть только одно неподвижное звено.

Звено, совершающее не полный оборот, называется **кривошип**.

Звено, совершающее качательное (вращательное) движение называется **коромыслом**.

Звено, совершающее плоскопараллельное движение и образующее поступательную пару с подвижными звеньями называется **шатун**.

Звено, совершающее плоскопараллельное движение и образующее поступательную пару со стойкой называется **ползун**.

Звено, образующее вращательную пару со стойкой и поступательную пару с шатуном, называется **кулиса**. Шатун в этом случае называется **кулисным камнем** (рис.1.4).

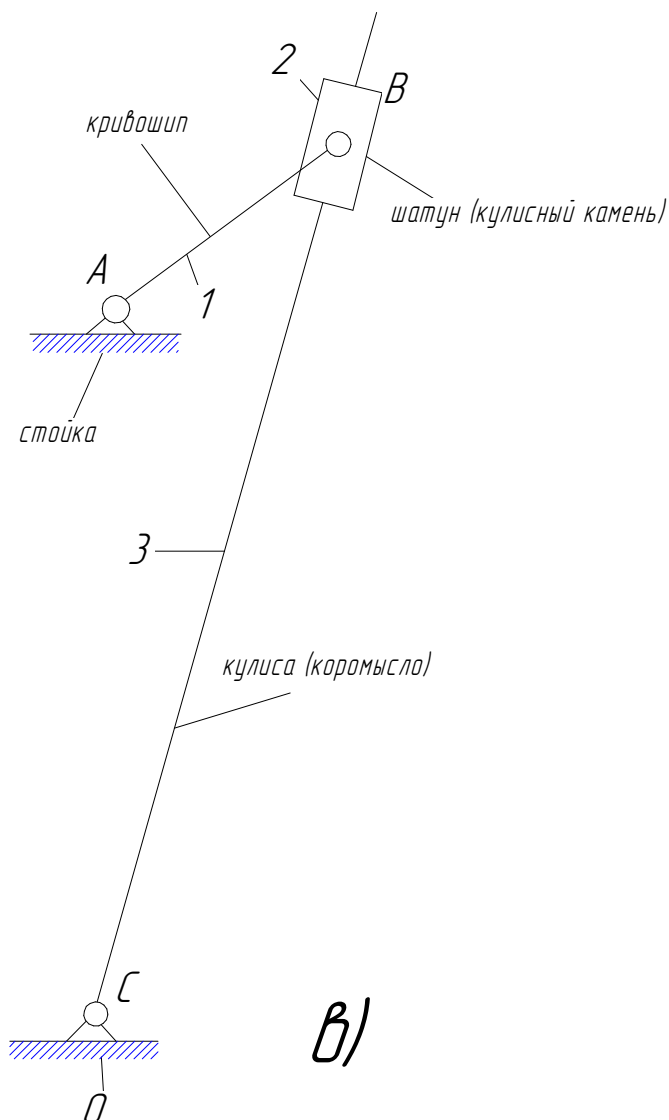


Рис. 1.4

Ведущее звено называется **входным звеном (ведущим)**.

Звено, совершающее движение, для получения которого предназначен механизм, называется **выходным звеном (ведомым)**.

Для входного звена элементарная работа действующих на него сил положительна, для выходного – отрицательна.

### 1.3. Кинематические цепи и их классификация

Кинематической цепью называется взаимосвязанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Кинематические цепи бывают: простые и сложные, замкнутые и не замкнутые, плоские и пространственные.

Простой кинематической цепью называется такая цепь, все звенья в которой входят не более чем в две кинематические пары (рис.1.5 а; Рис. 1.5 б).

Сложной кинематической цепью – в которой хотя бы одно звено входит более чем в две кинематическая пары ( Рис.1.5 в).

Замкнутой кинематической цепью называется такая кинематическая цепь, каждое звено которой входит не менее чем в 2-е кинематические пары (Рис.1.5 б; Рис. 1.5 в).

Не замкнутая – такая кинематическая цепь, в которой хотя бы одно звено входит только в одну кинематическая пары (Рис.1.5 а).

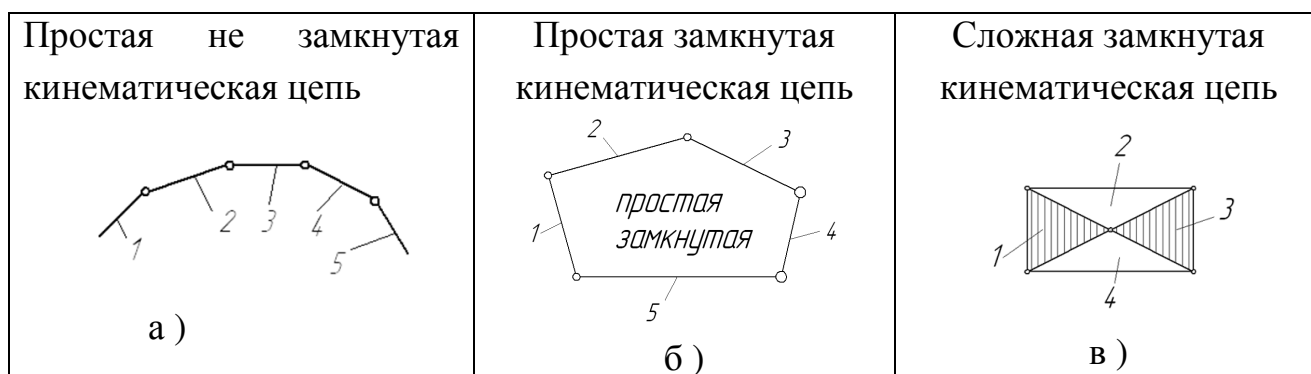


Рис. 1.5

#### Структурная формула кинематической цепи общего вида

Если звенья кинематической цепи совершают движения в одной плоскости или в параллельных плоскостях, то кинематическая цепь называется плоской.

Если звенья совершают движения в различных плоскостях – пространственной.

Пусть мы имеем в пространстве  $K$  звеньев, не соединенных в кинематическая цепь. До соединения,  $K$  звеньев имеют в общей сложности  $6K$  степеней свободы. Если соединить эти звенья в кинематическую цепь то в ней образуются:

$P_1$  – число пар 1 класса

$P_2$  – число пар 2 класса

$P_3$  – число пар 3 класса

$P_4$  – число пар 4 класса

$P_5$  – число пар 5 класса

Тогда степень подвижности этой цепи

$$H = 6RK - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 \quad (1.1)$$

При условии, что все звенья кинематической цепи подвижны.

Но на практике одно звено кинематической цепи неподвижно (стойка). Тогда число степеней свободы кинематической цепи, состоящей из  $K$  звеньев и имеющей в своем составе одно неподвижное звено определяется так

$$W = H - 6 \quad (1.2)$$

$W$  – степень подвижности кинематической цепи с одним неподвижным звеном.

Подставим  $H$

$$\begin{aligned} W = H - 6 &= 6K - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 = \\ &= 6(K - 1) - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 \end{aligned} \quad (1.3)$$

обозначим  $K - 1 = n$  - число подвижных звеньев и тогда получим Структурную формулу кинематической цепи общего вида (1.4).

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 \quad (1.4)$$

где  $W$  – число степеней подвижности кинематической цепи или число степеней свободы, или подвижность кинематической цепи. Если кинематическая цепь состоит только из пар пятого класса, тогда получим структурную формулу плоских механизмов (1.5).

$$W = 6n - 5P_5 \quad (1.5)$$

**Механизм** – кинематическая цепь, обеспечивающая по заданному движению одного звена (нескольких звеньев) вполне определенные движения остальных звеньев.

Звено, закон движения которого известен – ведущее звено.  
Остальные звенья ведомые.

Неподвижное звено механизма – стойка. Обозначается ноль (0).

Как и кинематические цепи, механизмы бывают плоские и пространственные.

На рис.1.6 показан плоский механизм (шарнирный четырёхзвенник).

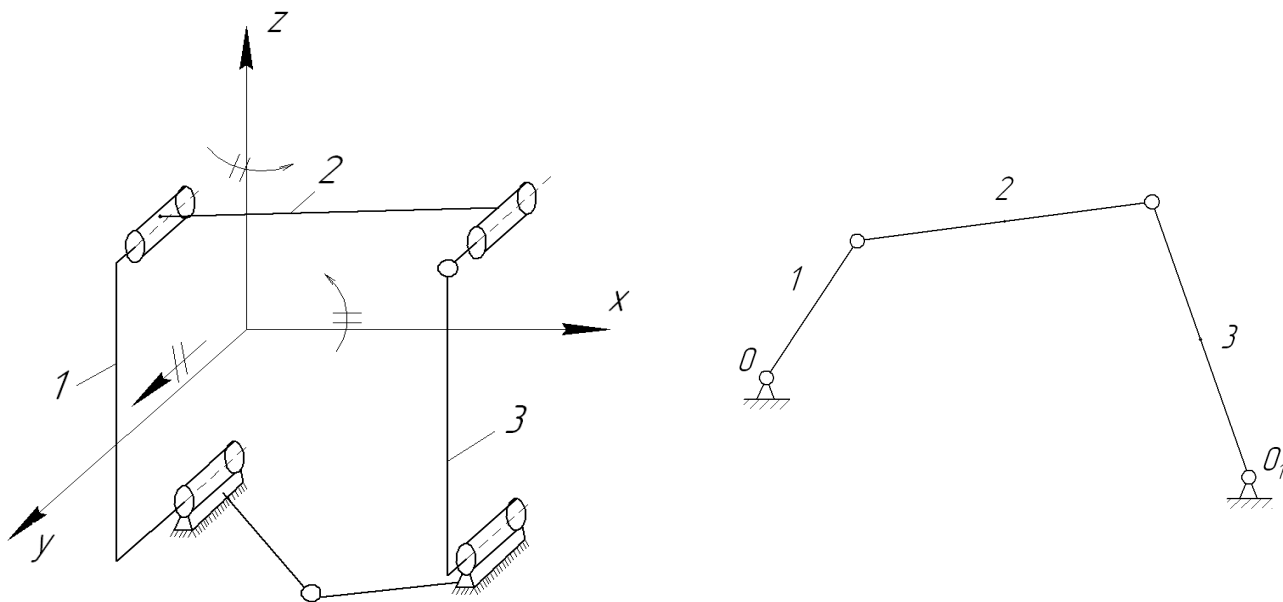


Рис. 1. 6

Оси кинематических пар (Рис. 1.6) параллельны ординате  $Y$ .

Условия параллельности осей вращения шарниров (кинематических пар) механизмов накладывают 3 общих условия связи

$$W = (6 - 3)n - (5 - 3)P_5 - (4 - 3)P_4 - 0 \quad (1.6)$$

Структурная формула плоского механизма Чебышева

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 \quad (1.7)$$

Вывод: в плоских механизмах могут существовать только пары 5-го и 4-го классов

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1$$

Кинематические пары, образованные звеньями: 01, 12, 23, 30 вращательные, 5-го класса.

Подвижность механизма показывает, сколько ведущих звеньев должно быть в этом механизме.

**Пример 1** (рис.1.7). Звенья 0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-0 образуют пять вращательных кинематических пар пятого класса

В этом механизме подвижность  $W=2$ , значит должно быть два ведущих звена или одному из звеньев нужно дать два независимых движения.

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 2$$

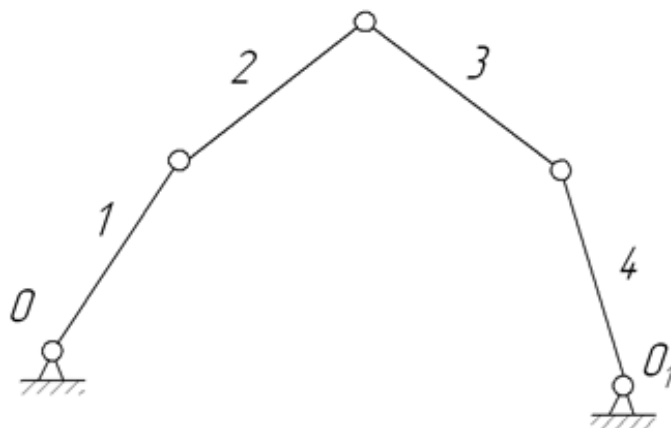


Рис. 1.7

**Пример 2.**(Рис.1.8). Звенья: 0-1, 1-2, 2-3, 3-0, 2-4 (пост.), 4-5, 5-0 (пост.) образуют пять вращательных пар пятого класса и две поступательных пары пятого класса. Подвижность  $W=1$

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

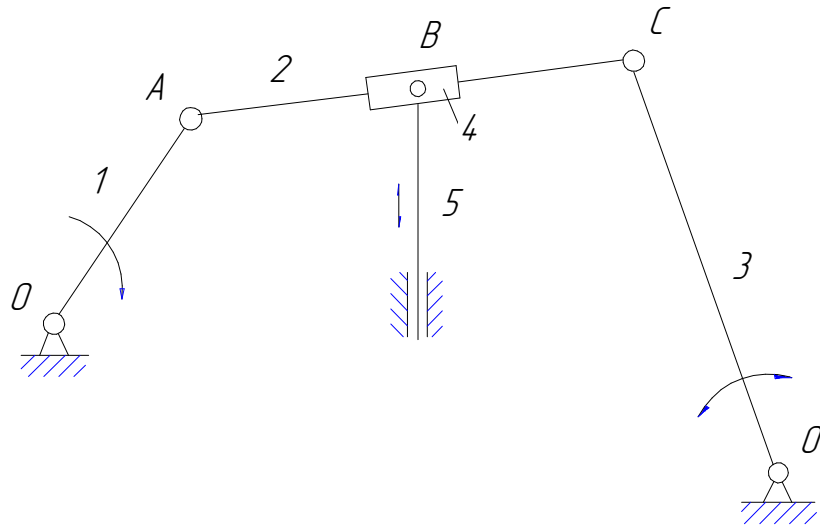


Рис. 1.8

**Пример 3.**(Рис.1.9). 0-1 (вр.), 1-2 (вр.), 2-3 (вр.), 3-0 (вр.), 2-4 (пост.), 4-5 (вр.), 5-0 (пост.). Все семь пар – пары пятого класса:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

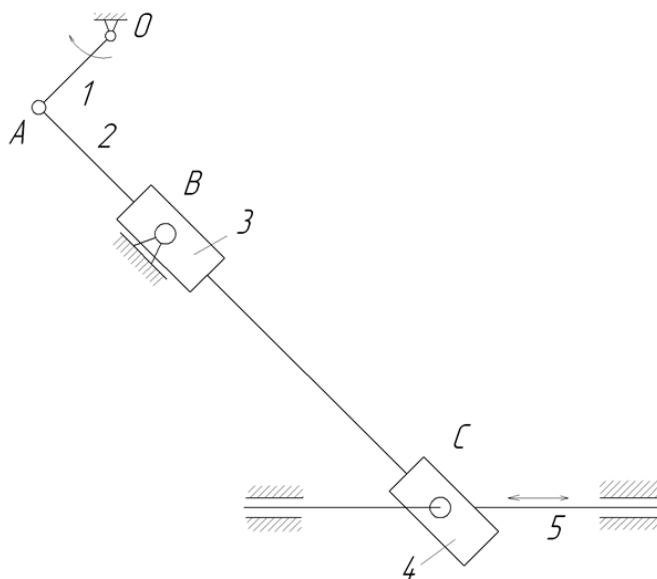


Рис. 1.9

## Замена высших кинематическая пар низшими

Производится с целью облегчения проведения кинематического анализа.

Замена высших кинематическая пар низшими должна производиться с таким расчетом, чтобы заменяющий механизм в данный момент времени обеспечивал такой же закон движения, как и заменяемый механизм.

На (Рис. 1.10):  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы кривизны профиля зубьев 1 и 2 колеса.

Замененный механизм состоящий из звеньев  $O_2O_3$ ,  $O_3O_4$ ,  $O_1O_4$  обеспечивает точке А, такое же направления движения, скорость и ускорение, т.е. такой же закон движения.

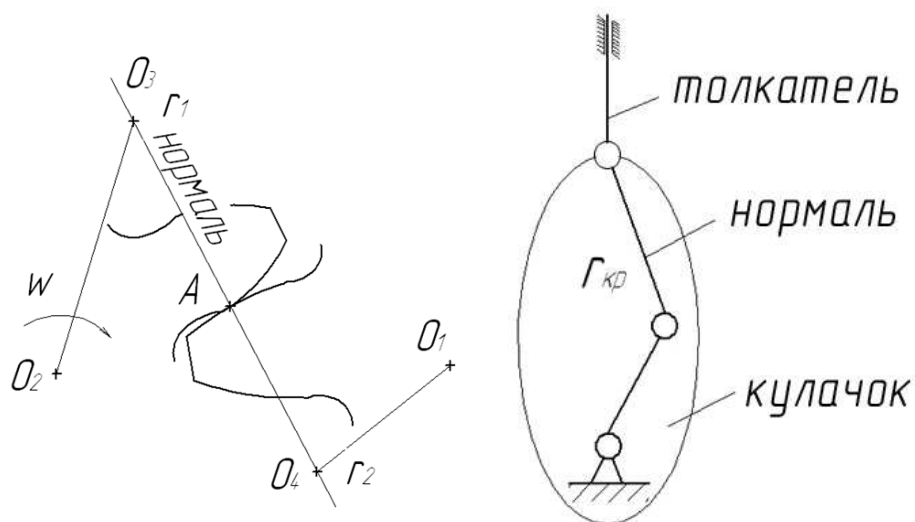


Рис.1.10

Подвижность заменяющего механизма:

$$W=2P_5 - 3n=1 \tag{1.8}$$

В заменяющем механизме число пар 5-го класса было равно:

$$P_5 = \frac{3n+1}{2}; \tag{1.9}$$



где  $n$  – число дополнительных звеньев

$P_5$  – число кинематических пар пятого класса.

### Механизмы с пассивными связями

Пассивными связями называют такие связи, устранение которых не влияют на кинематику механизма.

На рис. изображен механизм, в котором  $O-O_1 = AB = C-D$ .  
Подвижность механизма:

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0 \quad (1.10)$$

Это значит, что в механизме имеются лишние ( пассивные )связи

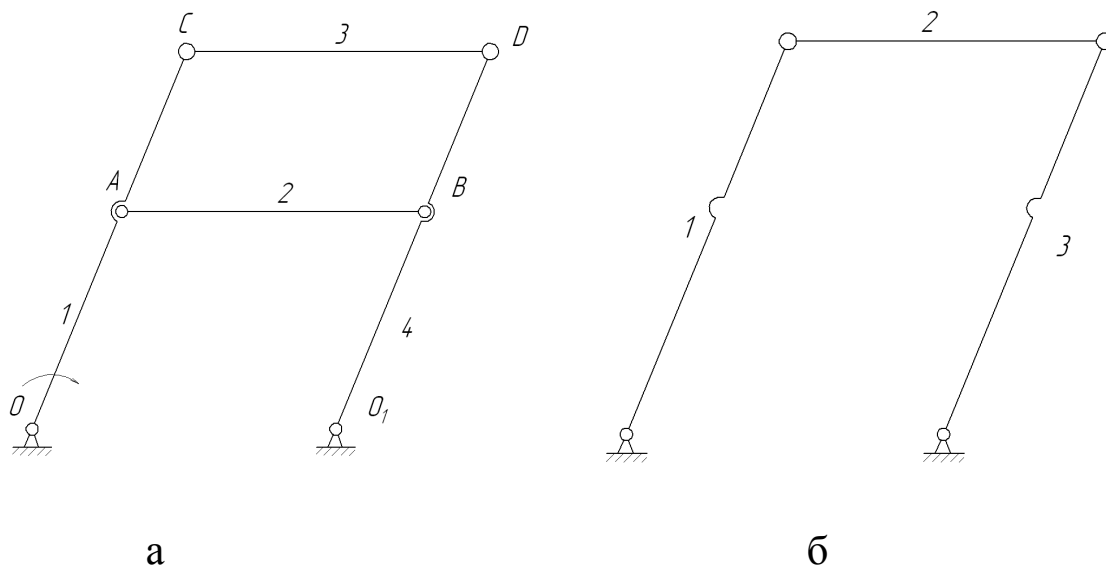


Рис. 1.11

Если отбросить второе звено кинематика механизма не изменится. Подвижность механизма в этом случае:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

### Механизмы с лишними степенями свободы

Лишними степенями свободы называют такие степени, устранение которых не изменяет кинематику движения механизма.

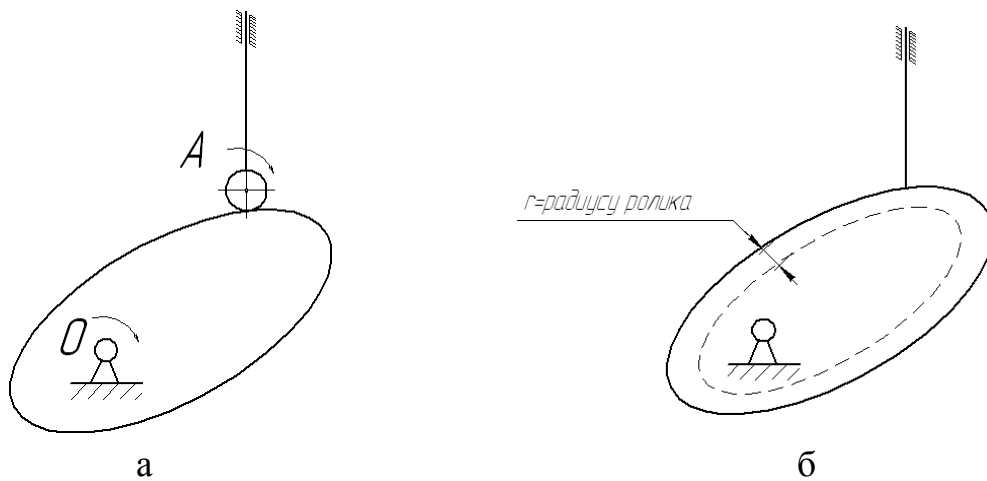


Рис. 1.12

Подвижность кулачкового механизма изображенного на Рис.1.12.

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$$

Это означает, что в механизме два ведущих звена, что невозможно. Значит имеется лишняя степень свободы ролик А на (рис. 1.12.а) эту подвижность сообщает ролик на толкателе. Удаление ролика (рис. 1.12б) приводит к подвижности равной 1.

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$$

#### 1.4.Классификация механизмов по структурному признаку

В 1914 году профессором Л. В. Ассуром было установлено правило образования механизмов, согласно которому новый механизм образовывался путем присоединения к ведущему звену и стойке групп звеньев, имеющих нулевую подвижность, т.е.  $W_{gp}=0$ .

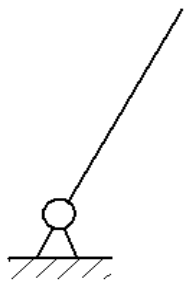


Рис. 1.13

Стойка и ведущее звено, образующие между собой кинематическую пару с подвижностью  $W=1$ , называются условно механизмом первого класса или начальным механизмом.

Стойка и ведущее звено, образующие между собой кинематическую пару с подвижностью  $W=1$ , называются условно механизмом первого класса или начальным механизмом.

Если подвижность группы равна нулю ( $W=3n - 3P_5 - P_4 = 0$ ), то число пар пятого класса в ней определяется отношением  $P_5 = \frac{3n}{2}$

Группы Ассура существуют при следующих сочетаниях подвижных звеньев  $n$  и кинематических пар пятого класса  $P_5$

n	2	4	6	8	.....
$P_5$	3	6	9	12	.....

Структурной группой называется часть кинематической цепи или группа звеньев (рис.), которая, после присоединения свободными элементами кинематических пар к стойке, имеет подвижность, равную нулю(рис.1.14).

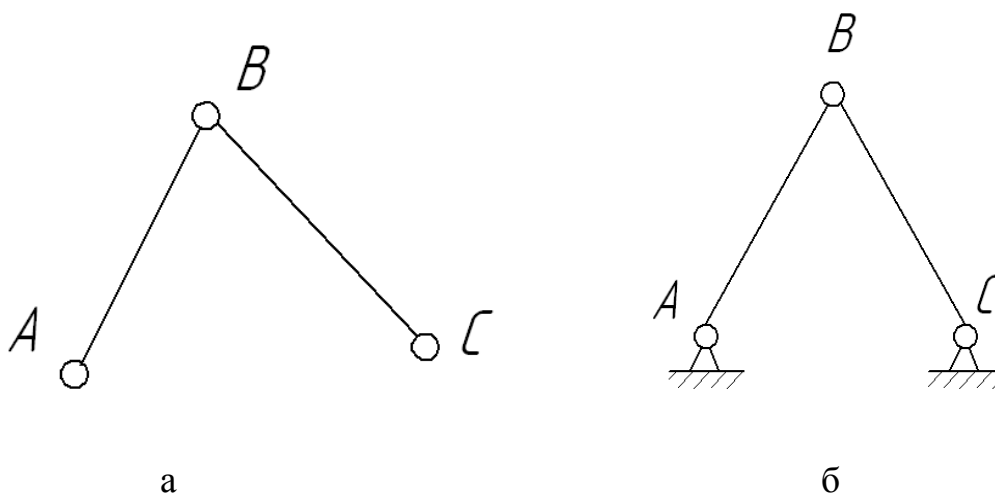


Рис. 1.14

Кинематическая пара А и С называются – свободными. Если присоединить их к стойке получим подвижность равную нулю.

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$$

Кинематическая пара В называется внутренней кинематической парой.

Класс структурной группы определяется классом наивысшего контура, входящего в данную структурную группу.

Класс контура определяется числом кинематических пар замыкающих данный контур (рис. 1.15).



Рис. 1.15

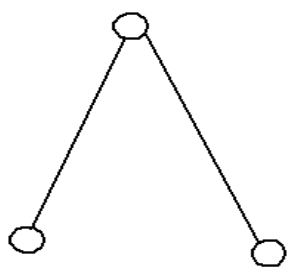


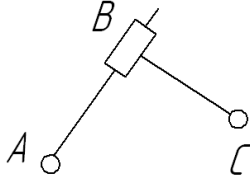
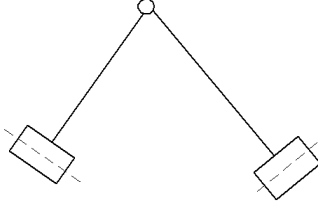
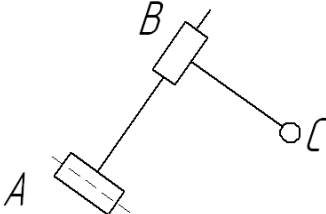
Рис. 1.16

Порядок структурной группы определяется числом свободных кинематических пар, с помощью которых данная структурная группа может быть присоединена к другим звеньям механизма. На рисунке 1.16 изображена структурная группа второго класса второго порядка.

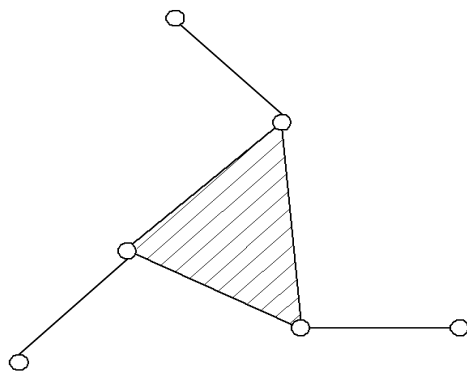
Структурные группы II класса II порядка имеют 5 видов табл. 1.2.

Таблица 1.2

<p>II класс 2 порядок 1-го вида</p>	<p>Исходная группа второго класса второго порядка ( 1-й вид)</p>
<p>II класс 2 порядок 2-ой вид</p>	<p>Замена одной крайней вращательной пары на поступательную (2-ой вид)</p>

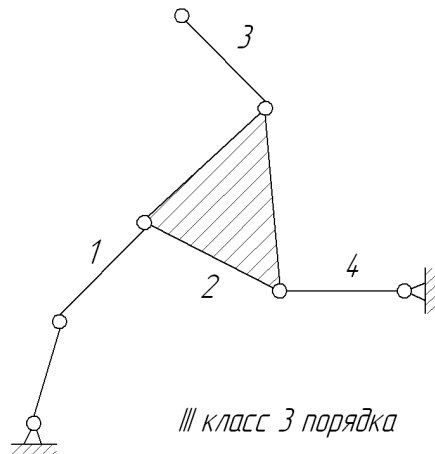
 <p>II класс 2 порядок 3-ий вид</p>	<p>Замена средней (внутренней) вращательной пары на поступательную (3-ий вид)</p>
 <p>II класс 2 порядок 4-ый вид</p>	<p>Замена крайних кинематических пары А и С вращательных пар поступательными (4-ый вид)</p>
 <p>II класс 2 порядок 5-ый вид</p>	<p>Замена одну крайней и одной средней (внутренней) вращательных пар на поступательные (5-ый вид)</p>

### Примеры структурных групп



III класс 3 порядка

а



III класс 3 порядка

б

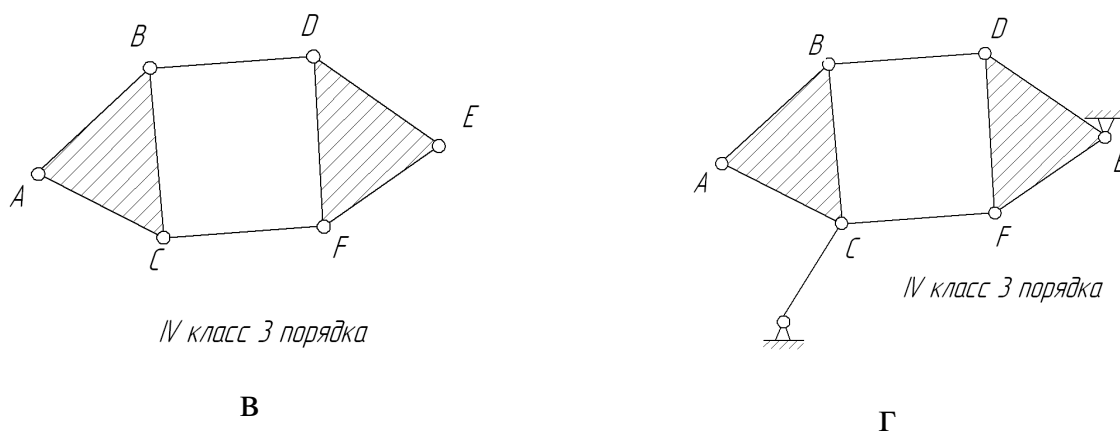


Рис.1.17

Замыкающаяся 3-мя кинематическими парами – группа III класса 3 порядка (Рис.1.17 а). В ней 4 подвижных звена ( $n=4$ ), шесть вращательных пар пятого класса ( $P_5=6$ ), подвижность группы равна нулю ( $W=3 \cdot 4 - 2 \cdot 6=0$ ).

### Структурный анализ плоских механизмов

Структурным анализом называется исследование строения существующих механизмов.

Цель структурного анализа:

1. Определение подвижности механизма
2. Определение класса механизма путем разложения его на структурные группы
3. Выявление формулы строения механизма, показывающей порядок присоединения структурных групп к ведущему звену.

Структурный анализ проводится в следующем порядке:

1. Освобождение от пассивных связей и лишних степеней свободы.
2. Замена высших кинематических пар низшими.
3. Разложение механизма на структурные группы (начинать со звеньев наиболее удаленных по кинематической цепи от ведущего)

4. Вначале выделяются структурные группы 2-го класса, если это не удастся, - переходить к структурной группе 3-го класса и т.д.

Подвижность выделенной группы должна быть равна нулю.

Подвижность оставшейся части механизма равна подвижности исходного механизма. После выделения всех структурных групп остаётся начальный механизм.

**Пример 1** Выполнить структурный анализ механизма изображенного на рисунке 1.18.

В механизме:  $n=5$ : 1-кривошип, 2-кулисный камень, 3-кулиса, 4-шатун, 5-ползун.

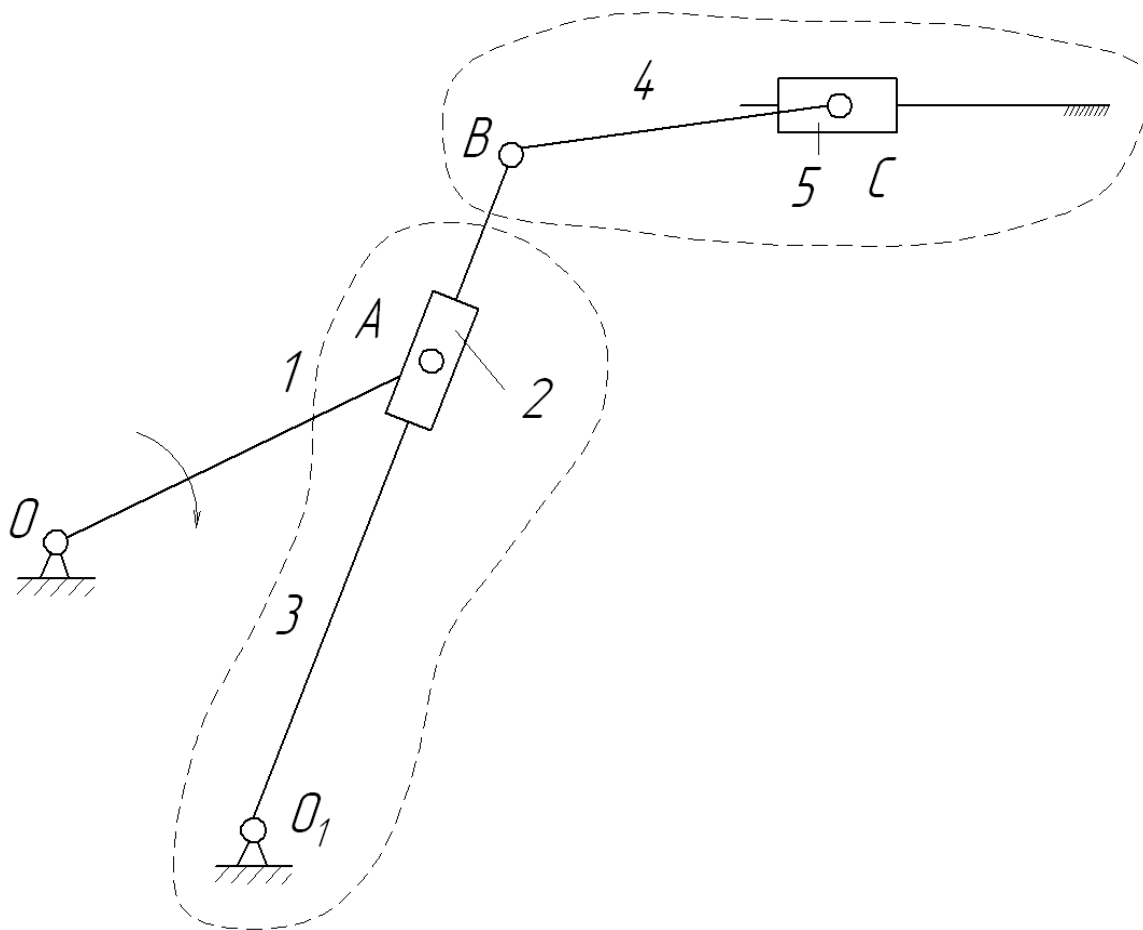


Рис. 1.18

Подвижность механизма:

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

Таблица 1.3

Выделим группу, состоящую из звеньев 4 и 5.	
 <p><i>II класс 2 порядок 2-ой вид</i></p>	<p>Подвижность группы:  <math>W = 3n - 2P_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0</math></p> <p>Подвижность оставшейся части  <math>W_{ост.части} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1</math> (не изменилась)</p>
Выделим группу, состоящую из звеньев 3 и 2	
 <p><i>II класс 2 порядок 3-ий вид</i></p>	<p>Подвижность группы  <math>W = 3 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 0</math></p> <p><math>W_{ост.части} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1</math> (не изменилась)</p>
Оставшаяся часть	
	<p>Начальный механизм. Подвижность:  <math>W_{ост.части} = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1</math></p>

Формула строения механизма I

$$I(0,1) \rightarrow II_2(2,3) \rightarrow II_2(4,5) \quad (1.11)$$

Для каждой структурной группы записываем: класс группы (I, II, III, и т.д.); порядок структурной группы и в скобках - звенья, образующие группу

**Пример 2.** Подвижность изображенного механизма  $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$  (рис. 1.19).



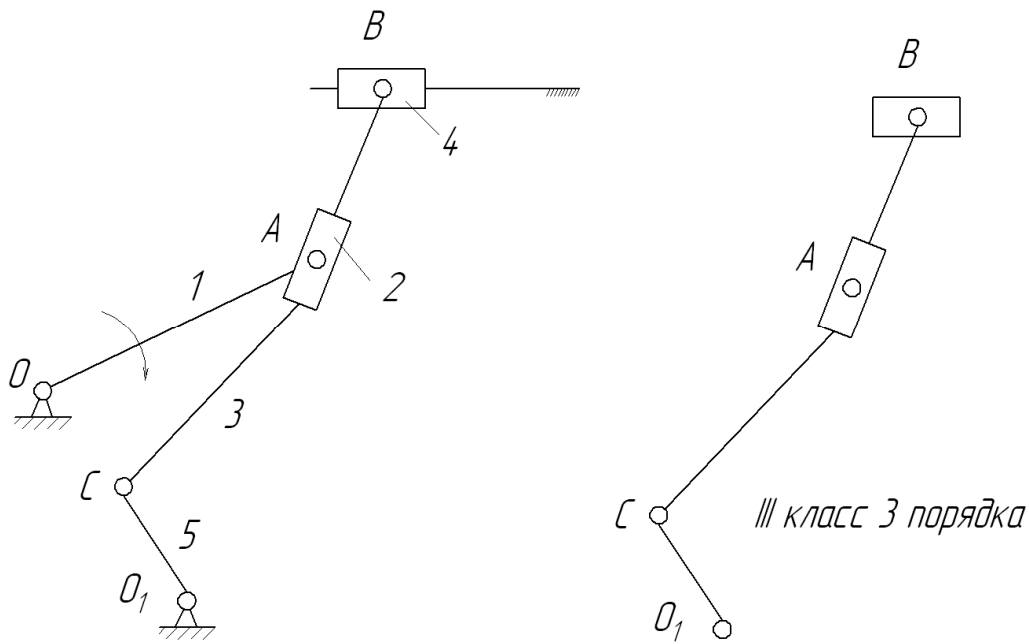


Рис. 1.19

Предварительный анализ показал, что структурную группу II класса выделить невозможно. Выделим структурную группу третьего класса. Подвижность группы:

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$$

Классифицируем выделенную структурную группу: III класс 3 порядок

Остается начальный механизм

$$W_{\text{ост}} = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$$

Формула строения механизма: I(0,1) → III<sub>3</sub>(2,3,4,5)

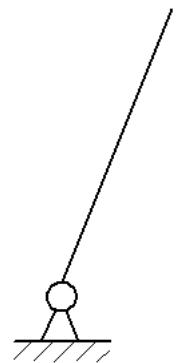


Рис. 1.20

### Структурный синтез механизмов

Структурный синтез механизмов – проектирование кинематических схем новых механизмов.

Основной задачей синтеза является обеспечение требуемого закона движения исполнительного звена.

Целью структурного синтеза является создание (проектирование) кинематической схемы механизма.

Кинематическая схема механизма создается путем присоединения к ведущему звену и стойке структурной группы и далее наложением структурных групп к полученному механизму.

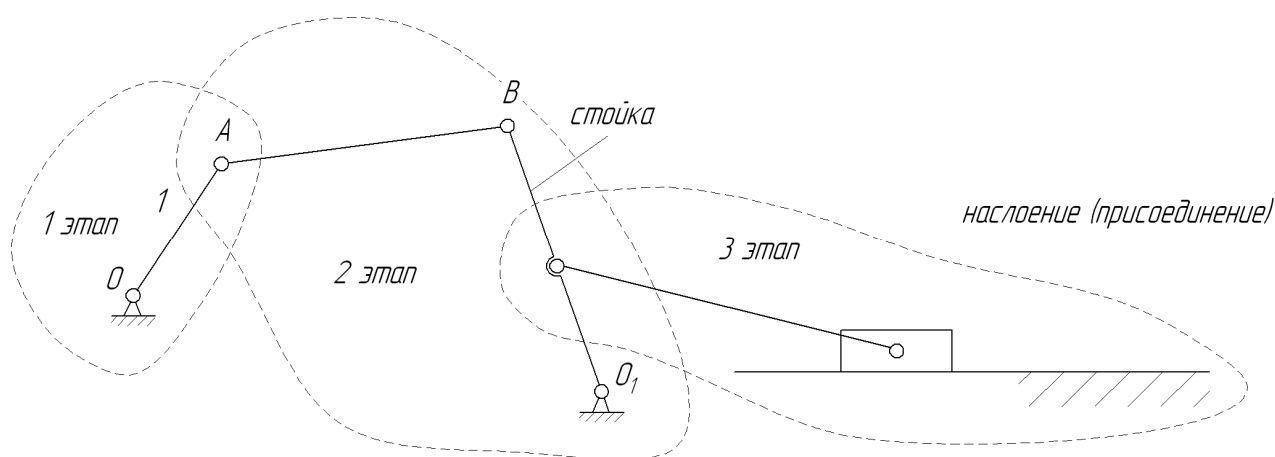


Рис. 1.21

При создании кинематической схемы механизма должны быть выполнены следующие условия:

1. Условие существования кривошипа (для стержневых механизмов)
2. Обеспечение заданной траектории движения исполнительного звена
3. Условие передачи сил
4. Ход (размах) исполнительного звена
5. Коэффициент увеличения средней скорости
6. Величины и характер изменения скоростей и ускорений точек звеньев.

**1). Условие существования кривошипа определяется теоремой Грасгофа.**

Наименьшее звено стержневого механизма является кривошипом, если сумма длины наименьшего и любого другого звена меньше суммы длин двух оставшихся звеньев (Рис.1.22).

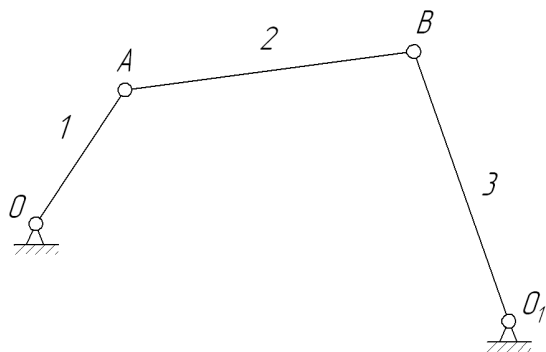


Рис. 1.22

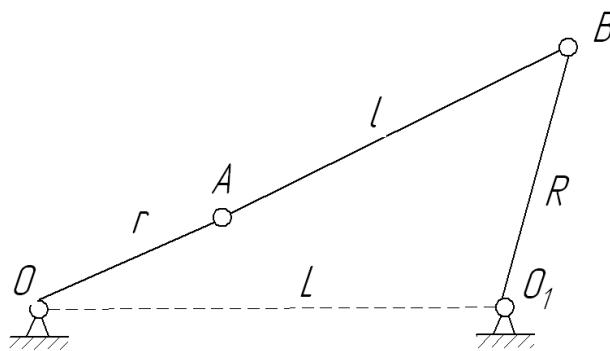


Рис. 1.23

из  $\Delta OBO_1$  (Рис.1.23)

$$R < L + (l - r) \quad (1.12)$$

$$L < R + (l - r). \quad (1.13)$$

Где  $r$  считаем наименьшим. Перенесем  $r$  в левую часть:

$$R + r < L + l \quad (1.14)$$

$$L + r < R + l \quad (1.15)$$

$$r + l < R + L \quad (1.16)$$

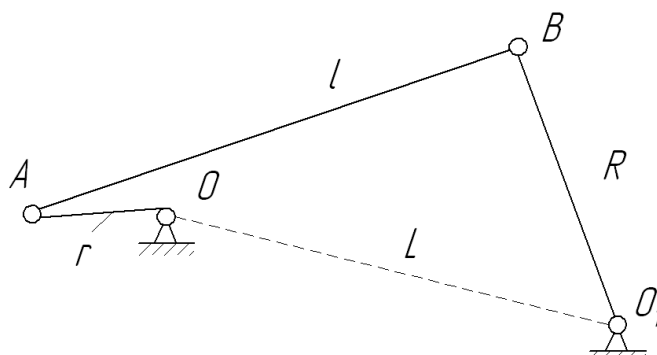


Рис. 1.24

Сложим почленно: (1.14) и (1.15)  $\rightarrow r < l$

$$(1.14) \text{ и } (1.16) \rightarrow r < L$$

$$(1.15) \text{ и } (1.16) \rightarrow r < R$$

Значит данное звено (1) – кривошип т.е. может совершать вращательное движение.

В случае, если:  $r+l=L+R$ , то и звено 3 – кривошип, т.е. получим 2-х кривошипный механизм (рис. 1.25).

Условие существования кривошипа – проворачиваемость. Это условие для механизма КШМ –  $l+r < e$

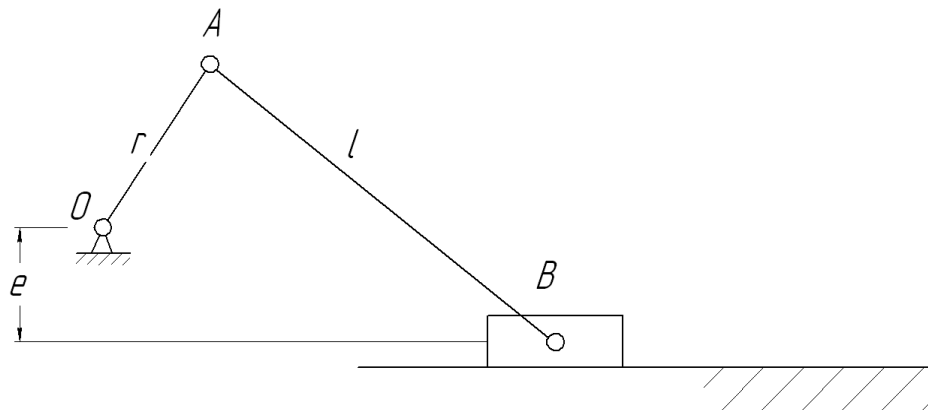


Рис. 1.25

2). Пунктирами обозначены траектории движения звеньев (2-е условие) рис. 1.26.

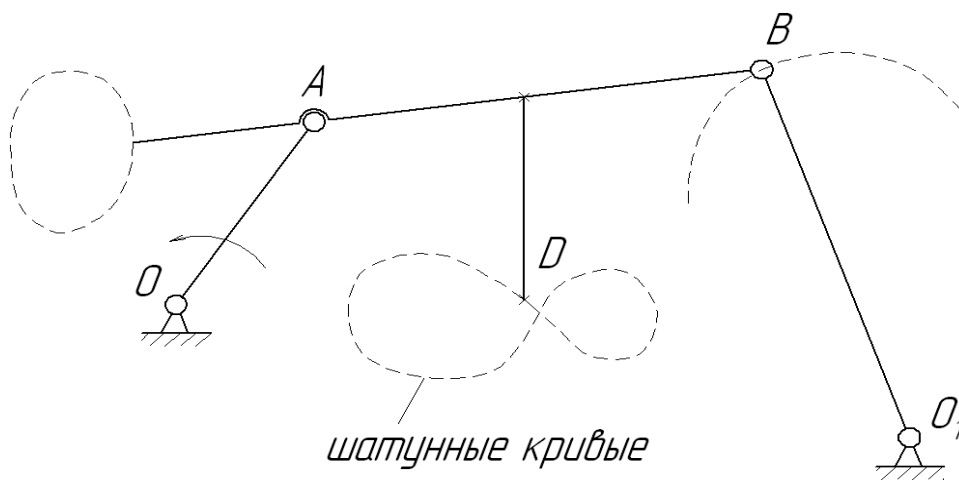


Рис. 1.26

3). Условие передачи сил определяется углом передачи сил. Угол передачи сил – угол между вектором движущей силы, приложенной к ведомому звену и вектором скорости точки приложения этой силы (рис. 1.27).

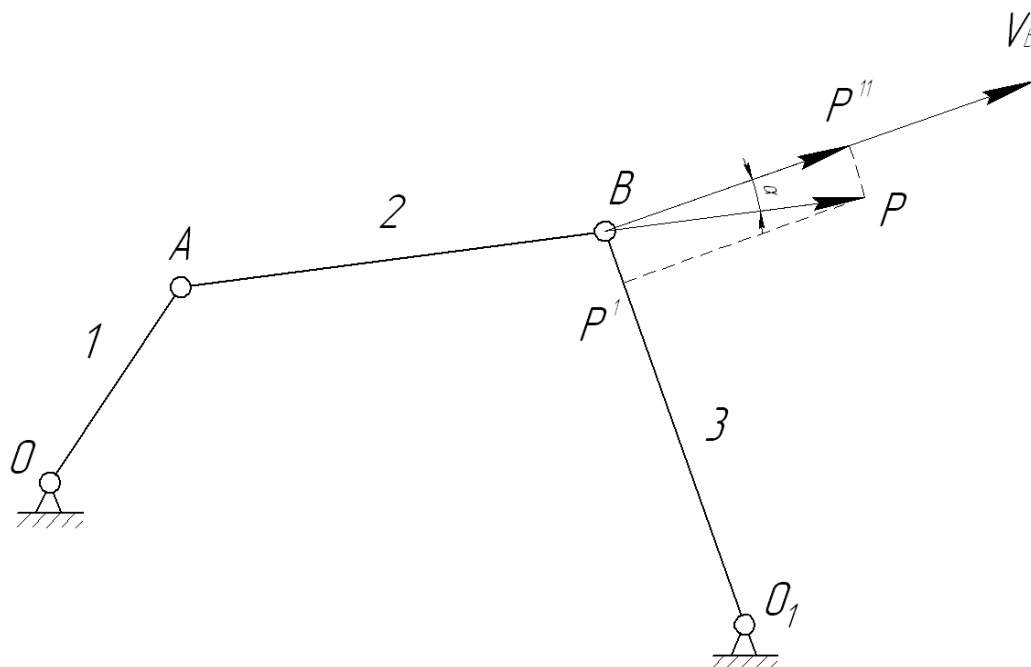


Рис. 1.27

$P$  – движущая сила;  $V_b$  – скорость т.В;  $\alpha$  – угол передачи силы

Наибольший КПД механизма, когда  $P$  совпадает с направлением скорости ( $P$  – рабочая сила.)

Механизму надо обеспечить такие углы передачи сил, чтобы КПД механизма был максимален.

4). **Ход** – расстояние между крайними положениями исполнительного звена. Крайнее положение – такое положение исполнительного звена, в котором его скорость равна нулю.

$S$  – ход (при поступательном движении) мм.

$\varphi^0$  – размах (при вращательном движении).

5). Коэффициент увеличения средней скорости влияет на характер работы механизма (рис. 1.28)

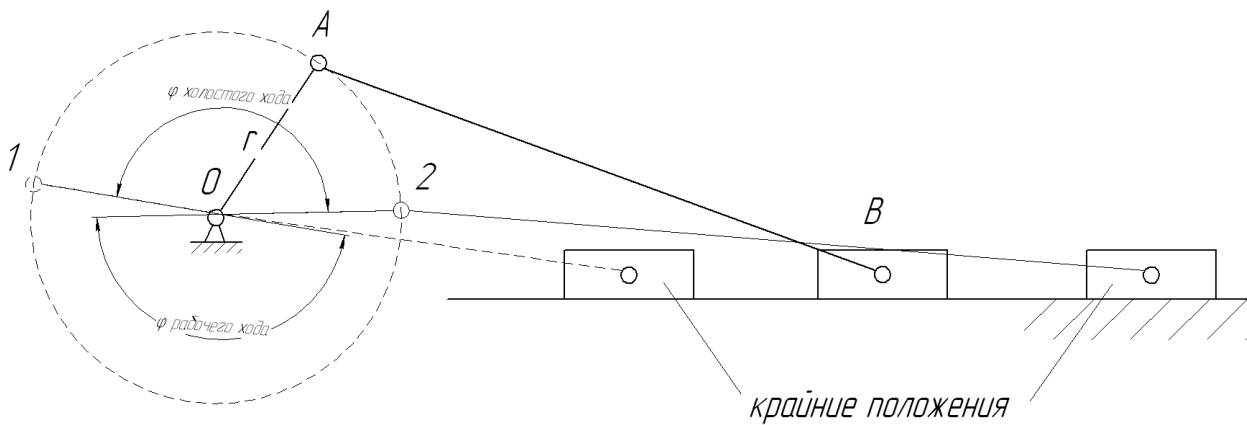


Рис. 1.28

$\varphi_{\text{холостого хода}}$  – меньший угол

$$\frac{\varphi_{xx}}{\varphi_{px}} < 1 \quad \frac{t_{xx}}{t_{px}} < 1$$

Умножим числитель и знаменатель на ход ( $S$ )

$$\frac{t_{xx}S}{t_{px}S} = \frac{V_{x.x}}{V_{p.x}} < 1 \quad K = \frac{V_{p.x}}{V_{x.x}} > 1$$

$K$  – коэффициент увеличения средней скорости.

6. Величины и характер изменений скоростей и ускорений. От величины и характера изменения скорости и ускорения зависят инерционные нагрузки, действующие на звенья механизма.

## Глава 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТЕРЖНЕВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Кинематический анализ – изучение движения звеньев механизмов без учета сил, вызывающих это движение.

Целью кинематического анализа является:

1. Определение положений звеньев и построение траекторий движения точек звеньев.
2. Определение линейных скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев.
3. Определение линейных ускорений точек звеньев и угловых ускорений звеньев.

### 2.1. Определение положений звеньев и построение траекторий движения точек звеньев

Определение положения звеньев и построение траекторий движений точек звеньев производится методом засечек (рис.2.1).

Проведя касательные через точку касания найдем крайние положения исполнительного звена.

1. Определяем крайние положения механизма на рис.2.2. и разделим положения кривошипа на 8 частей ( $n=8$ )

2. От одного из крайних положений разбиваем траекторию движения рабочего звена на  $n$ - равных частей  $n=6,8,10,12,12,24$  и т.д.

3. Методом засечек строим положение 3-го звена.

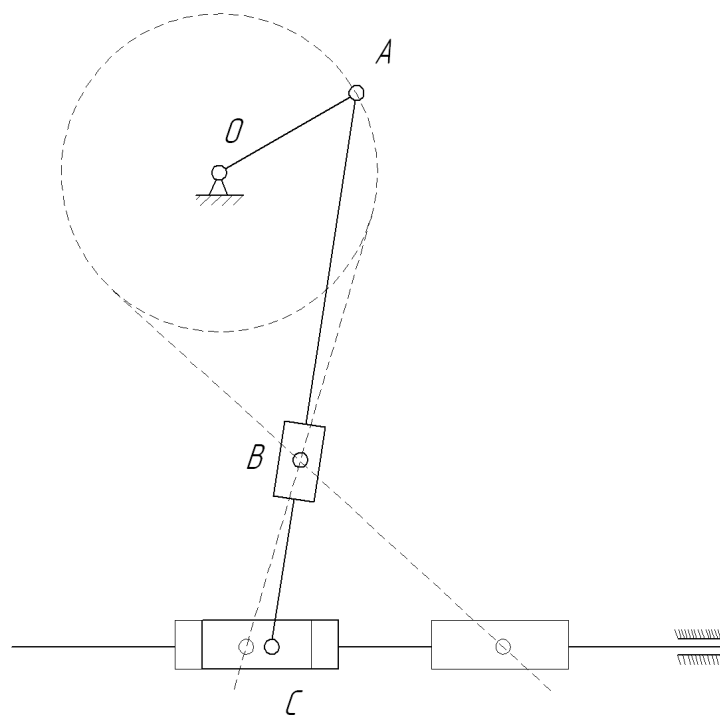


Рис. 2.1.

## 2.2. Исследование движения точки исполнительного звена механизма методом кинематических диаграмм.

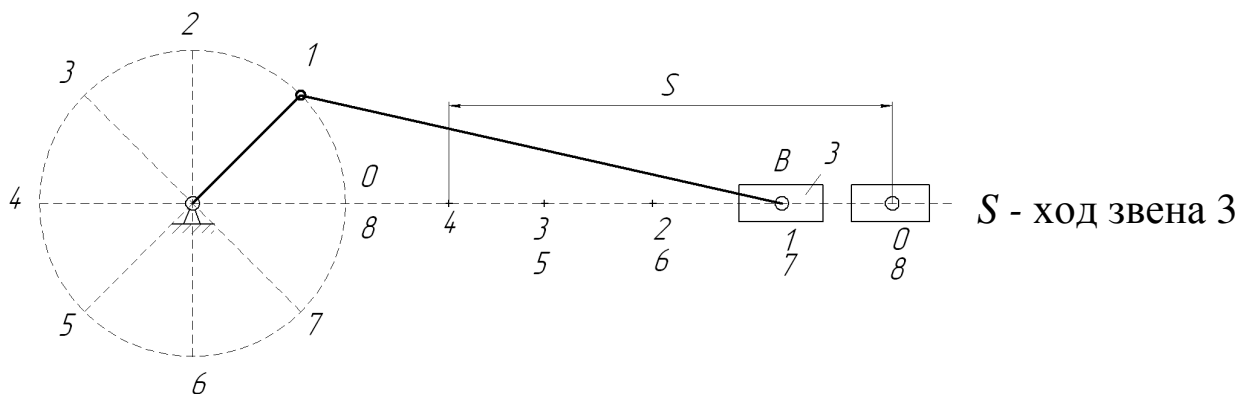


Рис 2.2.

Диаграмму движения  $m.B$  (Рис.2.2) строят в координатах. Ход движения  $m.B$  будем откладывать в масштабе равным  $\mu_s$ .



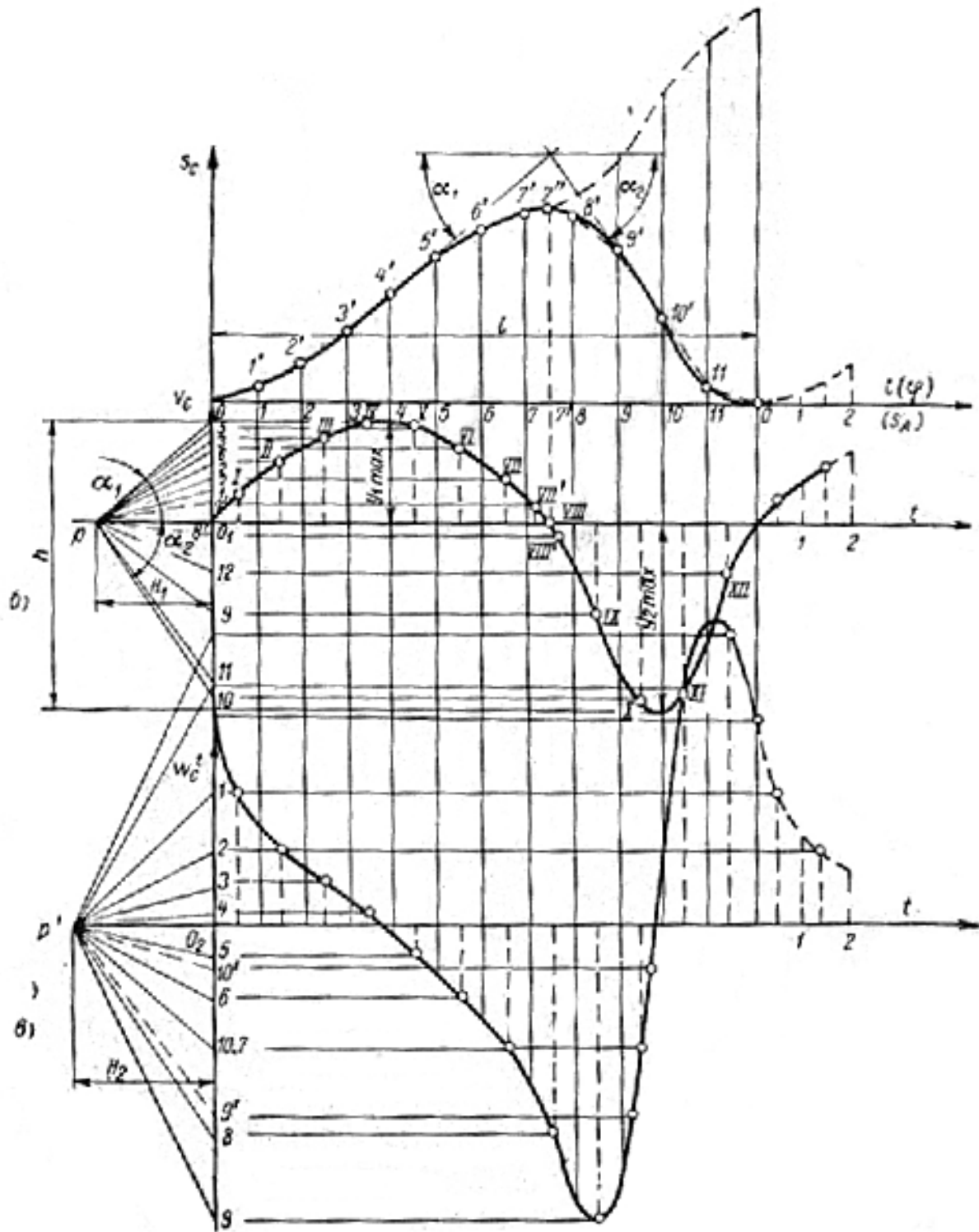


Рис.2.3

Масштаб перемещения  $\mu_s = \text{истинный ход}/\text{отрезок диаграммы } S$ .

Время  $t$  откладывается в масштабе  $\mu_t$

$$\mu_t = T / L \text{ отрезка (с/мм)}$$

где  $T = \frac{60}{n}$  (с/об мин) время одного оборота ведущего звена (кривошипа);

$n$  - число оборотов ведущего звена в минуту.

Для каждого положения откладываем ход в масштабе  $\mu_s$

Графически продифференцируем график движения  $m.B$

$$V_b = \frac{d(\Delta S)}{d(\Delta t)}$$

Выделим на чертеже  $\Delta x$  и  $\Delta y$

Выразим через масштаб

$$V_b = \frac{d(\Delta S)}{d(\Delta t)} = \frac{\mu_s d(\Delta y)}{\mu_t d(\Delta x)} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha$$

но

$$\frac{d(\Delta y)}{d(\Delta x)} = \operatorname{tg} \alpha$$

Графическое дифференцирование будем производить методом хорд. Проводится хорда между положением  $O - I^1$  и посередине ее проводится линии параллельные  $OS$ .

$H_v$  - полюсное расстояние.

Параллельно хорде проводим линию. Скорость т.В равна;

$$V_b = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha \frac{H_v}{H_v} = \frac{\mu_s}{\mu_t H_v} \cdot O_1 - I''$$

Масштаб скорости и полюсное расстояние;  $\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_v}$ ;  $H_v = \frac{\mu_s}{\mu_t \mu_v}$

Скорость т.В:  $V_b = O_1 - I'' \mu_v$

Порядок проведения графического дифференцирования (2.3):

1. Проводим хорду на графике пути между точками  $O_1 - I^1$
2. Из середины хорды проводим линию параллельную оси  $S$
3. Выбираем полюсное расстояние  $H_v$  для графика скорости  $m.B$
4. Из полюса (т.О диаграммы скорости) проводим линию  $O - I''$  параллельной хорде до пересечения с осью  $V_b$
5. Из т.  $I''$  проводим линию параллельной оси  $t$ . До пересечения с вертикальной линией, опущенной из середины хорды в  $m.A$

Отрезок  $a-m=O-I''$  и будет изображать в масштабе скорость  $t.B$  для данного положения механизма. И так далее с каждой точкой.

Для ускорения: умножим числитель и знаменатель на произвольно выбранное полюсное расстояние

$$\alpha_B = \frac{d(\Delta V_B)}{dt} = \frac{\mu_v d(\Delta y)}{\mu_t d(\Delta x)} = \frac{\mu_v}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_v}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha \frac{H_a}{H_a} = \frac{\mu_v}{\mu_t H_a} \text{отрезок}(O_2 - I''')$$

где  $\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_a}$  - масштаб ускорения

### 2.3. Определение линейных скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев методом планов

В основу этого метода заложено 2 принципа:

1. Принцип разложения сложного движения на 2 простых .

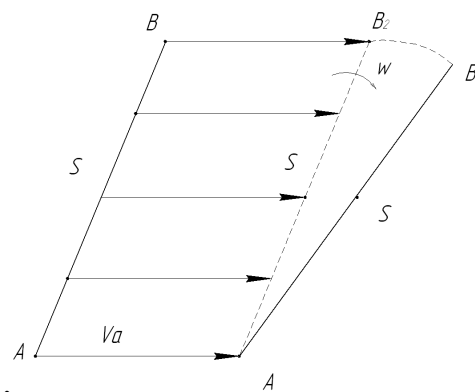


Рис 2.4.

Звено АВ (рис.2.4). совершает сложное движение, которое можно разложить на два простых: поступательное или переносное (положение  $AB_1$ ) и вращательное ( положение  $AB_2$ )

Определим скорость т.В

В переносном движении все точки звена АВ двигаются с одинаковой скоростью  $V_{\text{пер}}$  т.е. скорость всех точек звена одинакова и скорость точки В равна скорости точки А ( $V_B = V_A$ ).

Во вращательном движении скорость т.В равна скорости В относительно А ( $V_{BA}$ )

2. Принцип подобия. На планах скоростей (ускорений) получаются фигуры, подобные фигурам на кинематической схеме механизма значит соответствующие отрезки пропорциональны.

$$\frac{V_{BA}}{V_{SA}} = \frac{AB}{AS}$$

$V_{BA}$  - скорость т.В вокруг т.А во вращательном движении

$V_{SA}$  – скорость т.С относительно т.А

### Построение плана скоростей для шарнирного 4-х звенника

Дано: кинематическая схема механизма со всеми размерами (Рис2.4),  $\omega_1 = const$

Определить:  $V_A, V_B, V_{S2}, V_{S3}, \omega_2, \omega_3$

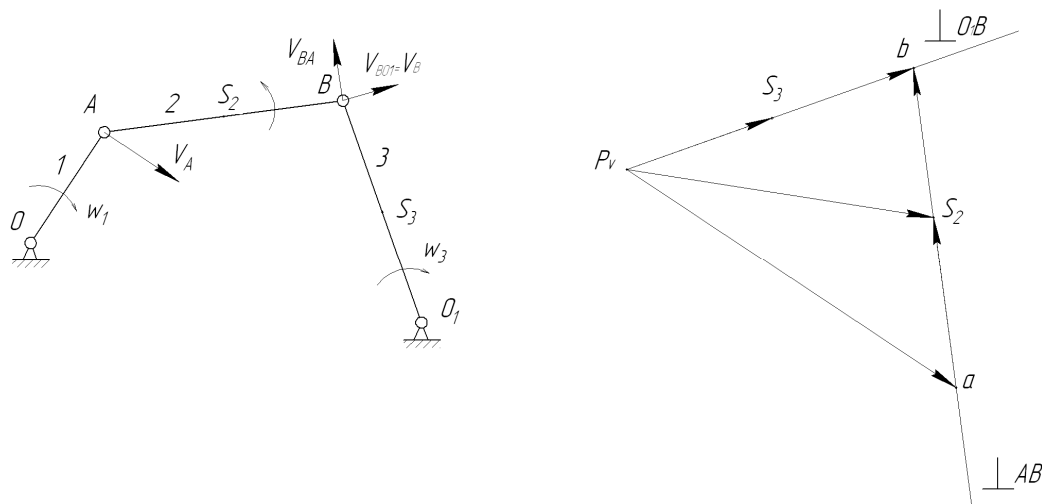


Рис. 2.5

$$V_A = \omega_1 \cdot l \quad (\text{м/с}) \quad \omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} \quad (1/\text{с})$$

где  $n_1$  - число оборотов в минуту звена 1

$P_v$  - полюс плана скоростей

Строим в масштабе

$$\mu_v = \frac{V_A}{P_v a} \left[ \frac{\text{м}}{\text{сек} \cdot \text{мм}} \right] \quad P_v a = \frac{V_A}{\mu_v} \quad [\text{мм}] \quad (\perp OA)$$

Рассмотрим движение т.В. Эта точка принадлежит звену 2 и звену 3.

Определим скорость т.В на втором звене:

$$V_B = V_{\text{переносное}} + V_{\text{относительное}} = V_A + V_{BA}$$

или

$$V_B = V_A + V_{BA} (\perp AB)$$

где  $V_{BA}$  - скорость т.В относительно т.А.

Определим скорость т.В на втором звене:

Движение точки В относительно точки  $O_1$

$$V_B = V_{O_1} (\text{равно} \text{ - нулю}) + V_{BO_1} (\perp O_1B)$$

Таким образом построение планов скоростей выполняется определением скоростей решением системы уравнений в векторной форме:

$$V_B = V_A + V_{BA} (\perp AB)$$

$$V_B = V_{O_1} (\text{равно} \text{ - нулю}) + V_{BO_1} (\perp O_1B)$$

Скорости точек  $S_2$  и  $S_3$  определим с помощью второго условия- принципа подобия.

$$\text{Для } S_2: \frac{ab}{as_2} = \frac{AB}{AS_2} \quad as_2 = \frac{ab \cdot AS_2}{AB} \text{ [мм]}; \text{ для } S_3: \frac{P_v b}{P_v S_3} = \frac{O_1 B}{O_2 S_3} \quad P_v S_3 = \frac{P_v b \cdot O_1 S_3}{O_1 B} \text{ [мм]}$$

Таким образом скорости равны

$$V_A = P_v \cdot a \cdot \mu_v$$

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_v$$

$$V_{S_2A} = S_2 \cdot a \cdot \mu_v$$

$$V_B = P_v \cdot b \cdot \mu_v = V_{BO_1}$$

$$V_{S_3} = P_v \cdot S_3 \cdot \mu_v$$

### Определение угловых скоростей

Угловые скорости второго и третьего звеньев:

$$\omega_2 = \frac{V_{ep}}{r_{ep}} ; \quad \omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} [c^{-1}]$$

Для определения направления скорости  $\omega_2$  нужно перенести в т.В схемы вектор  $ab$  с плана скоростей.

Находим модуль угловой скорости звена  $O_1B$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{O_1B}} = \frac{V_{BO_1}}{l_{O_1B}} \quad [c^{-1}]$$

Для определения направления  $\omega_3$  надо вектор  $P_v$ -b перенести в т.В с плана скоростей на схему механизма.

### Построение плана скоростей для КШМ (кривошипно-ползунного механизма)

Скорость т.А  $V_A = \omega_1 l_{OA} \left[ \frac{м}{сек} \right] \quad \omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} \left[ \frac{1}{с} \right]$

Скорость т.В  $V_B = V_A + V_{BA} (\perp AB)$   
 $V_B = V_{xx} (\text{равно } \_ \text{ нулю}) + V_{Bx-x} (// xx)$

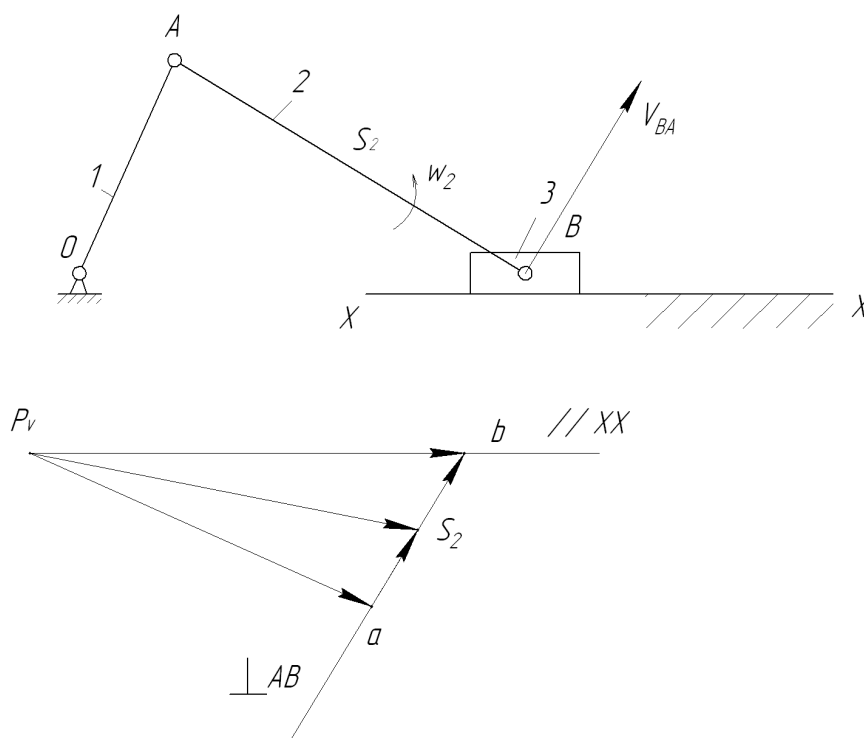


Рис. 2.6

Скорость точки  $S_2$ :

$$\frac{ab}{as_2} = \frac{AB}{AS_2} \quad as_2 = \frac{ab \cdot AS_2}{AB} \quad [мм]$$

Скорости точек механизма

$$V_B = P_v \cdot b \cdot \mu_v$$

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_v$$

$$V_{S2A} = S_2 \cdot a \cdot \mu_v$$

$$V_A = P_V \cdot a \cdot \mu_v = V_{BO1}$$

$$V_{S2} = P_V \cdot S_2 \cdot \mu_v$$

Угловая скорость второго звена:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} \left[ \frac{1}{c} \right]$$

### Построение плана скоростей для кулисного механизма

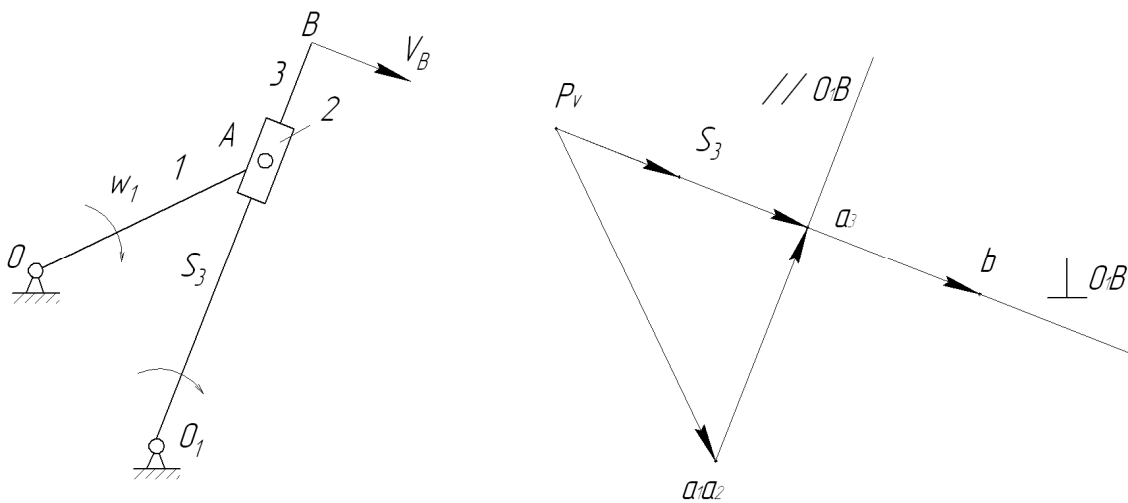


Рис. 2.7

1 звено:  $V_{A1} = \omega_1 \cdot l_{OA}$

2 звено:  $V_{A2} = V_{A2}$

3 звено:  $V_{A3} = V_{A2} + V_{A3A2} (\parallel O_1B)$

Рассмотрим движение т.  $A_3$  относительно  $A_2$

Рассмотрим движение т.  $A_2$  относительно  $O_1$

$$V_{A_3} = V_{O_1} (\text{равно } \_ \text{ нулю}) + V_{A_3O_1} (\perp O_1B)$$

$$\frac{V_B}{V_{AB}} = \frac{O_1B}{O_1A_3} = \frac{P_V b}{P_V a_3} \quad P_{Vb} = P_V a_3 \cdot \frac{O_1B}{O_1A_3} \quad [мм]$$

$$\frac{V_{S_3}}{V_{A_3}} = \frac{O_1S_3}{O_1A_3} = \frac{P_V S_3}{P_V A_3} \quad P_{VS_3} = P_V a_3 \cdot \frac{O_1S_3}{O_1A_3}$$

$$V_B = P_V \cdot b \cdot \mu_v$$

$$V_{A1A2} = P_V a_1 a_2 \cdot \mu_v$$

$$V_{A3A2} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \mu_v$$

$$V_{S3} = P_V \cdot S_3 \cdot \mu_v$$

$$\omega_3 = \frac{V_{A3}}{l_{O_1A}} = \frac{V_B}{l_{O_1B}} = \frac{V_{S3}}{l_{O_1S_3}} \left[ \frac{1}{c} \right]$$

## 2.4. Определение линейных ускорений точек звеньев и угловых ускорений звеньев методом планов

### Механизм шарнирного 4-х звенника

**Дано:** кинематическая схема механизма, план скоростей,  $w_1$

**Определить:**  $a_a$ ,  $a_b$ ,  $a_{s2}$ ,  $a_{s3}$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$

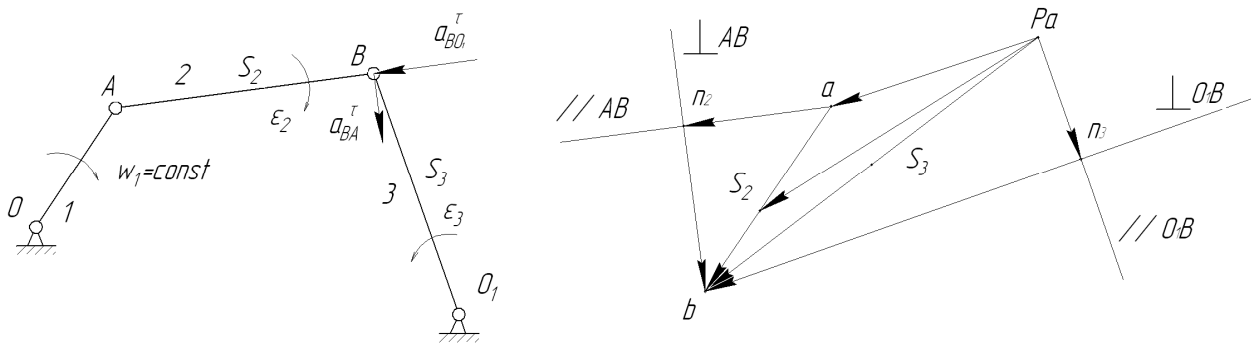


Рис. 2.8

Определим ускорение т.А. Нормальное ускорение направлено к центру, от А к О

$$a_A = a_A^n = \frac{V_A^2}{l_{OA}} \left[ \frac{m}{сек^2} \right]$$

Рассмотрим движение т.В относительно точки А

$$a_B = a_{\text{переносное}} + a_{\text{относительное}} = a_A + a_{BA} = a_A + a_{BA}^n + a_{BA}^\tau$$

$$a_B = a_{O_1} + a_{BO_1}^n (\parallel O_1B) + a_{BO_1}^\tau (\perp O_1B)$$

$$a_B = a_A + a_{BA}^n (\parallel AB) + a_{BA}^\tau (\perp AB)$$

$\mu_a$  - масштаб плана ускорений



$$\mu_a = \frac{a_A}{l_{\dot{\theta}\dot{\theta}}} = \frac{a_A}{P_a a} \left[ \frac{M}{c^2 MM} \right]$$

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} \quad a_{BO_1}^n = \frac{V_B^2}{l_{O_1B}}$$

$$\frac{ab}{as_2} = \frac{AB}{AS_2} = \frac{a_{BA}}{S_2 A} \quad as_2 = \frac{ab \cdot AS_2}{AB} [MM]$$

$$\frac{P_a S_3}{P_a b} = \frac{O_1 S_3}{O_1 B} \quad P_a S_3 = P_{ab} \cdot \frac{O_1 S_3}{O_1 B} [MM]$$

$$a_{BO_1}^\tau = n_3 \cdot b \cdot \mu_a$$

$$a_{BO_1}^n = P_a n_3 \mu_a$$

$$a_{BA} = ab \cdot \mu_a$$

$$as_2 = PaS_2 \mu_a$$

$$as_3 = PaS_3 \mu_a$$

$$a_A = Pa a \mu_a$$

$$\varepsilon_1 = 0, \text{ т.к. } w_1 = const$$

$$a_B = Pab \mu_a$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}$$

$$a_{BA}^n = an_2 \mu_a$$

$$a_{BA}^\tau = bn_2 \mu_a$$

Для определения направления углового ускорения необходимо вектор составляющей ускорения перенести в соответствующую точку на схеме механизма

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_1}^\tau}{l_{O_1B}}$$

### Кривошипно – шатунный механизм

$$a = \frac{V_A^2}{l_{OA}}$$

$$a_B = a_A + a_{BA}^n (// AB) + a_{BA}^\tau (\perp AB)$$

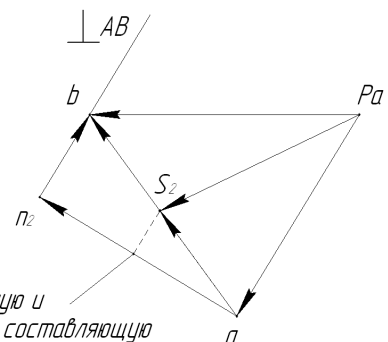
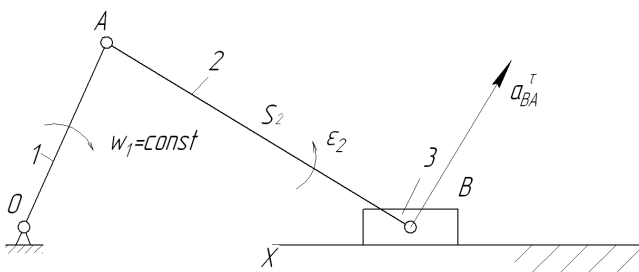


Рис. 2.9

$$a_B = a_{X-X}(\text{равно нулю}) + a_{BX-X}^n(\text{равно нулю}) + a_{BX-X}^\tau(\parallel x - x)$$

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}}$$

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB} = \frac{aS_2}{ab} \quad as_2 = \frac{ab \cdot AS_2}{AB}$$

$$a_A = Pa a \mu_a$$

$$a_{S_2A} = aS_2 \mu_a$$

$$a_B = Pab \mu_a$$

$$a_{S_2} = PaS_2 \mu_a$$

$$a_{BA}^n = an_2 \mu_a$$

$$a_{BA} = ab \mu_a$$

$$a_{BA}^\tau = bn_2 \mu_a$$

$$\varepsilon_1 = 0$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}$$

### Кулисный механизм

$$a_{A1} = \frac{V_{A1}^2}{l_{OA}} \quad a_{A2} = a_{A1}$$

$$a_{A3} = a_{A2} + a_{A3A2}(\parallel O_1B) + a_{A3A2}^k$$

$$a_{A3} = a_{O1}(\text{равен нулю}) + a_{A3O1}^n(\parallel O_1B) + a_{A3O1}^\tau(\perp O_1B)$$

$$a_{A3A2}^k = 2 \cdot w_3 \cdot V_{A3A2}$$

Для определения направления кориолисового ускорения необходимо вектор относительной скорости повернуть на  $90^\circ$  по направлению угловой переносной скорости.

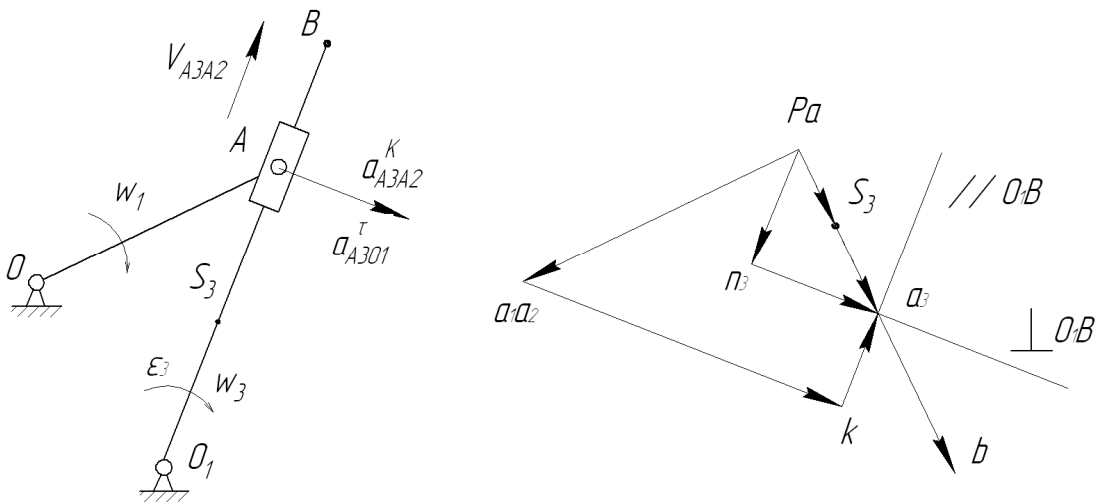


Рис. 2.10

Дано: кинематическая схема;  $w_1$ ; план скоростей

Определить:  $a_{A11}$ ;  $a_{A21}$ ;  $a_{A31}$ ;  $a_B$ ;  $a_{S3}$ ;  $\varepsilon_1$ ;  $\varepsilon_3$

$$a_{A3O1}^n = \frac{V_{A3}^2}{l_{O1A}}$$

$$\frac{P_a a_3}{P_a b} = \frac{O_1 A}{O_1 B}; \quad \frac{P_a S_3}{P_a a_3} = \frac{O_1 S_3}{O_1 A}$$

$$P_{ab} = P_a a_3 \cdot \frac{O_1 B}{O_1 A} [\text{мм}]; \quad P_a S_3 = P_a a_3 \cdot \frac{O_1 S_3}{O_1 A} [\text{мм}]$$

$$a_{A1A2} = P_a a_1 \mu_a$$

$$a_{A3O1}^n = P_a n_3 \mu_a$$

$$a_{A3} = P_a a_3 \mu_a$$

$$a_{A3A2}^r = n_3 a_3 \mu_a$$

$$a_{A3A2}^K = K a_3 \mu_a$$

$$a_B = P_a b \mu_a$$

$$a_{A3A2}^K = a_1 K \mu_a$$

$$a_{S3} = P_a S_3 \mu_a$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{A3O1}^r}{l_{O1A}} \quad \varepsilon_1 = 0 \text{ т.к. } w_1 = \text{const}$$

Пример

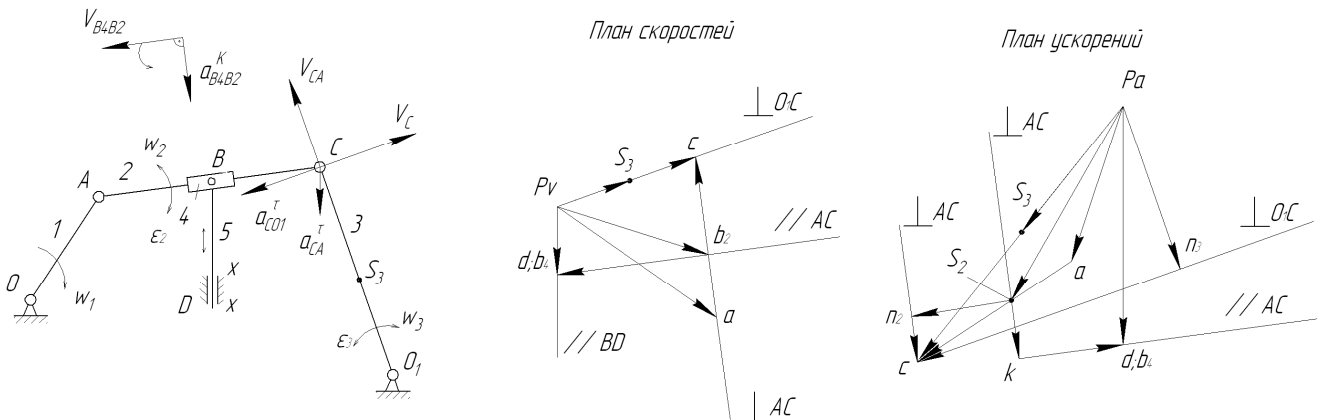


Рис. 2.11

Дано: схема механизма;  $w_1 = \text{const}$

Определить:  $V_A$ ;  $V_{B2}$ ;  $V_{B4}$ ;  $V_C$ ;  $V_D$ ;  $V_{S3}$ ;  $w_2$ ;  $w_3$ ;  $a_A$ ;  $a_{B2}$ ;  $a_{B4}$ ;  $a_C$ ;  $a_D$ ;

$a_{S3}$ ;  $\varepsilon_2$ ;  $\varepsilon_3$

$$V_A = w_1 \cdot l_{OA}$$

$$V_C = V_A + V_{CA} (\perp AC)$$

$$V_C = O_1 (=0) + V_{CO1} (\perp O_1 C)$$

Отложим в масштабе  $\mu_V$  скорость  $m.A$

$$\frac{V_C}{V_{S3}} = \frac{O_1C}{O_1S_3} = \frac{P_{VC}}{P_{VS3}}; \quad P_{VS3} = P_{VC} \cdot \frac{O_1S_3}{O_1C}$$

$$\frac{V_{CA}}{V_{BA}} = \frac{ac}{ab_2} = \frac{AC}{AB}; \quad ab_2 = ac \cdot \frac{AB}{AC}$$

$$V_{B4} = V_{B2} + V_{B4B2}(//AC)$$

$$V_{B4} = V_{X-X}(=0) + V_{B4X-X}(//BD)$$

$$V_D = V_{B4}$$

$$w_2 = \frac{V_{CA}}{l_{AC}} = \frac{\mu_v \cdot ac}{l_{AC}}; \quad w_3 = \frac{V_C}{l_{O1C}} = \frac{\mu_v \cdot P_v c}{l_{O1C}}$$

План ускорений:

$$a = \frac{V_A^2}{l_{OA}} = w_1^2 \cdot l_{OA}$$

$$a_C = a_A + a_{CA}^n(//AC) + a_{CA}^\tau(\perp AC)$$

$$a_C = a_{O1}(\text{равен нулю}) + a_{CO1}^n(//O_1C) + a_{CO1}^\tau(\perp O_1C)$$

$$a_{CA}^n = \frac{V_{CA}^2}{l_{AC}}; \quad a_{CO1}^n = \frac{V_C^2}{l_{O1C}}$$

Найдем ускорение  $m.S_3, \mu_a$  – масштаб

$$\frac{a_C}{a_{S3}} = \frac{O_1C}{O_1S_3} = \frac{P_a c}{P_a S_3}; \quad P_{aS3} = P_a c \cdot \frac{O_1C}{O_1S_3}$$

$$\frac{a_{CA}}{a_{BA}} = \frac{ac}{ab_2} = \frac{AC}{AB}; \quad ab_2 = ac \cdot \frac{AB}{AC}$$

$$a_{B4} = a_{B2} + a_{B4B2}(//AC) + a_{B4B2}^K(\perp AC)$$

$$a_{B4B2}^K = 2w_2 V_{B4B2}$$

$$a_{B4} = a_{X-X}(\text{равно нулю}) + a_{B4X-X}(//X-X)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CA}^\tau}{l_{AC}} = \frac{\mu_a \cdot n_2 c}{l_{AC}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{CO1}^\tau}{l_{O1C}} = \frac{\mu_a \cdot n_3 c}{l_{O1C}}$$

## Глава 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

В задачу силового анализа механизмов входит решение 3-х основных вопросов:

1. Определение сил и моментов, действующих на звенья механизма
2. Определение давлений в кинематических парах
3. Определение уравнивающего момента или уравнивающей силы

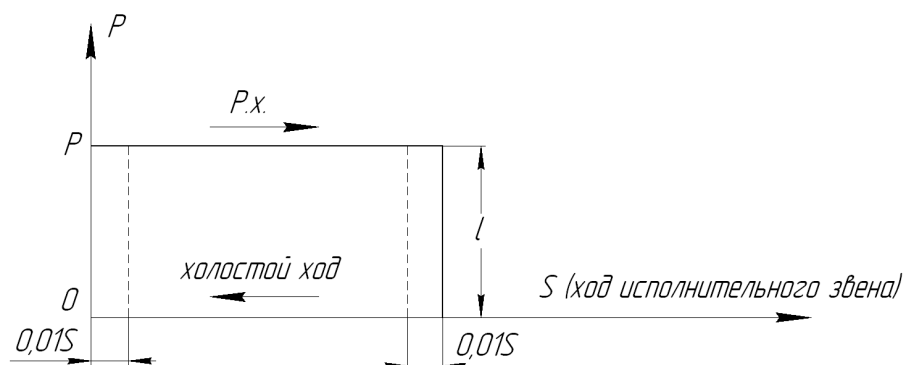
### 3.1. Силы действующие на звенья механизма

На механизм действуют силы полезных и вредных сопротивлений.

1. Силами полезных сопротивлений называют такие силы, ради преодоления которых и создается механизм

Силы полезного сопротивления прикладываются к исполнительному органу механизма.

Величина и направление этих сил задаются.



$$\mu_p = \frac{P}{l} \left[ \frac{кг}{мм} \right]$$

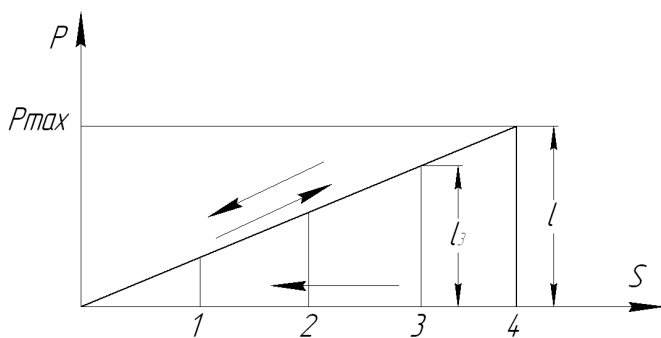


Рис. 3.1

Масштаб силы:

$$\mu_P = \frac{P_{\max}}{l} \left[ \frac{\text{кГ}}{\text{мм}} \right]$$

$P_{П.С.З}$  – сила полезного сопротивления в положении 3

$$P_{П.С.З} = l_3 \mu_P$$

2. На звенья механизма действуют силы веса.

Силы веса распределены по всему звену, но для простоты решения мы их условно прикладываем в центре тяжести звеньев.

Вес определяется расчетом или взвешиванием.

$$G_i = K_i l_i$$

где  $K_i$  – вес одного погонного метра звена (детали).

Для каждого типа в методическом указании даются свои коэффициенты

$l_i$  – длина  $i$ -го звена

3. Силы вредного сопротивления – (силы трения)

4. Силы и моменты инерции

$$P_{Иi} = -a_{Si} \cdot m_i$$

где  $a_{Si}$  – ускорение центра тяжести  $i$ -го звена

$m_i$  – масса  $i$ -го звена в ТЭМ-ах

$$m_i = \frac{G_i}{g}$$

Если звенья совершают поступательное движение, то на них действуют только силы инерции. А на звенья, совершающие плоскопараллельное движение действуют и силы инерции и моменты инерции.

$$P_{ui} = -a_{Si} \cdot m_i \text{ – сила инерции}$$

$$M_{ui} = -J_{Si} \cdot \varepsilon_i \text{ – момент инерции}$$

где  $J$  – массовый момент инерции относительно центра тяжести звена

$\varepsilon$  – угловое ускорение  $i$ -го звена

(-) – показывает, что  $M_{ui}$  – направлен в сторону, противоположную  $\varepsilon$ .

(Для курсового проекта можно принять  $J_{Si} = 0,1 \cdot G_i l_i^2$  [нм·с<sup>2</sup>])

где  $G$  – вес звена

$l$  – длина звена в метрах

5. Движущие силы - это силы, преодолевающие силы полезного и вредного сопротивления.

### 3.2. Определение давления в кинематических парах

Решение этой задачи основано на 2-х принципах:

1. Принцип Даламбера
2. Принцип использования статики

Если к механической системе помимо внешних сил приложить силы инерции, то данную систему можно рассматривать в данный момент, как систему, находящуюся в равновесии. Т.е. это позволяет задачи динамики решать методами статики.

$$\sum F_i = 0 \quad (3.1)$$

Составим расчетную схему для определения давления в кинематических парах.

1. Определить все силы и моменты, действующие на звенья механизма и приложить их в соответствующие точки
2. Разложить механизм на структурные группы
3. Решение задачи начинать со структурной группы, наиболее удаленной по кинематической цепи от начального механизма (с последней структурной группы в формуле строения механизма).

$$I (0, 1) - II_2 (2, 3) - II_2 (4, 5)$$

4. Действие отброшенных связей (звеньев) заменить реакциями
5. Пользуясь уравнениями статики и уравнениями Даламбера определить неизвестные реакции

Рассмотрим решение структурной группы II класса 2 порядка 1-го вида (рис. 3.2).

$M_{u1} = 0$  так как  $\varepsilon_1 = 0$  (центр тяжести лежит на оси, следовательно равен нулю)

В следствии не знания направления реакций, раскладываем их на 2-е составляющие: нормальную и тангенциальную.

Например,  $R_{12}^n$  - реакция 1-го звена на второе, нормальная.

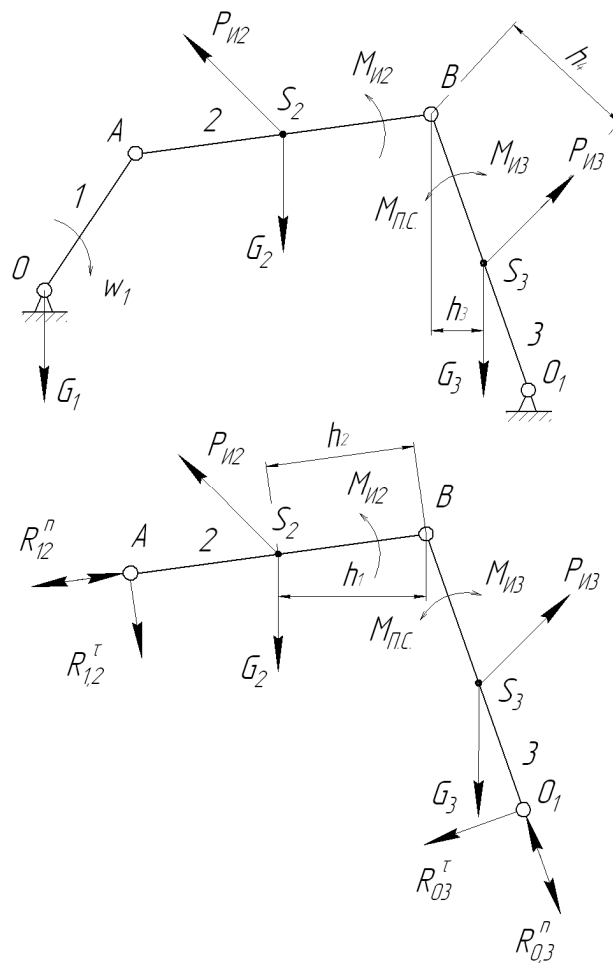


Рис. 3.2

Для определения  $R_{12}^t$  найдём сумму моментов всех сил, действующих на 2-е звено относительно  $m.B$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$-R_{12}^t \cdot AB \cdot \mu_1 - G_2 \cdot h_1 \mu_1 + P_{i2} \cdot h_2 \cdot \mu_1 - M_{i2} = 0$$

$$R_{12}^t = \frac{-G_2 \cdot h_1 \mu_1 + P_{i2} \cdot h_2 \cdot \mu_1 - M_{i2}}{AB \cdot \mu_1}$$

Если  $R_{12}^t$  - со знаком (+) – выбрана правильно.

Для третьего звена

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_{03}^t \cdot O_1 B \cdot \mu_1 - G_3 \cdot h_3 \mu_1 + P_{i3} \cdot h_4 \cdot \mu_1 + M_{i3} - M_{i3} = 0$$



$$R_{03}^{\tau} = \frac{-G_3 \cdot h_3 \mu_l + P_{\dot{E}3} \cdot h_4 \cdot \mu_l - M_{\dot{E}3} + M_{i\bar{N}}}{O_1 B \cdot \mu_l}$$

Для определения  $R_{12}^n$  и  $R_{03}^n$  напишем уравнение Даламбера для выделенной структурной группы.

$$R_{12}^n + R_{12}^{\tau} + P_{\dot{E}2} + G_2 + G_3 + P_{\dot{E}3} + R_{03}^n + R_{03}^{\tau} = 0$$

Построение ведем в масштабе  $\mu_P$

$$\mu_P = \frac{\text{сила}}{\text{отрезок\_плана}} \left[ \frac{\text{н}}{\text{мм}} \right] \text{ (по самой большой силе.)}$$

Построения осуществляются из полюса  $P_P$ . (рис. 3.3).

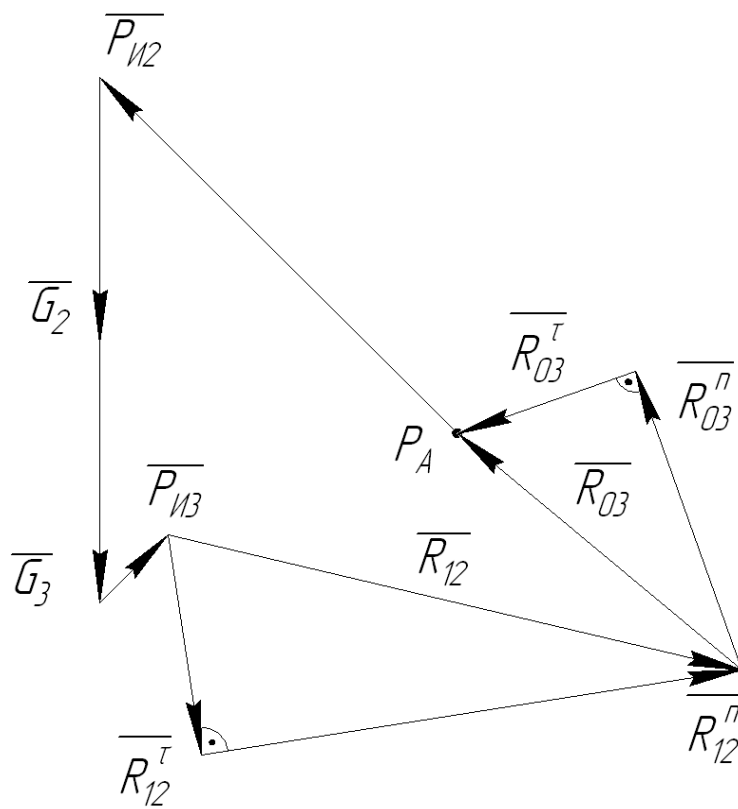


Рис. 3.3

Считаем  $R_{03}^{\tau}$  последней силой. Складываем и переносим на план направление сил. Для определения реакции 2-го звена на 3-е ( $R_{23}$ ) рассмотрим равновесие второго звена.

$$R_{23} = -R_{32}$$

Запишем математическое выражение принципа Даламбера

$$R_{12} + P_{\dot{E}2} + G_2 + R_{32} = 0$$

Берем полюс  $P_P$  и в масштабе  $\mu_P$  строим план сил:

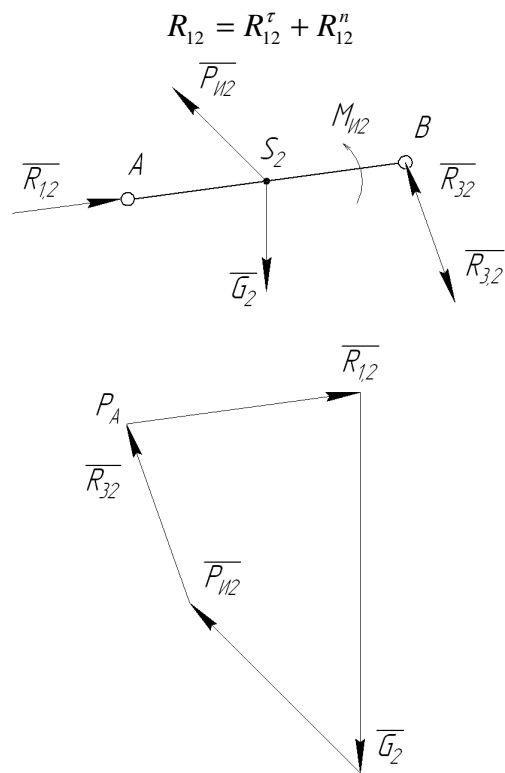


Рис. 3.4

Структурная группа II класса II порядка 2 вида

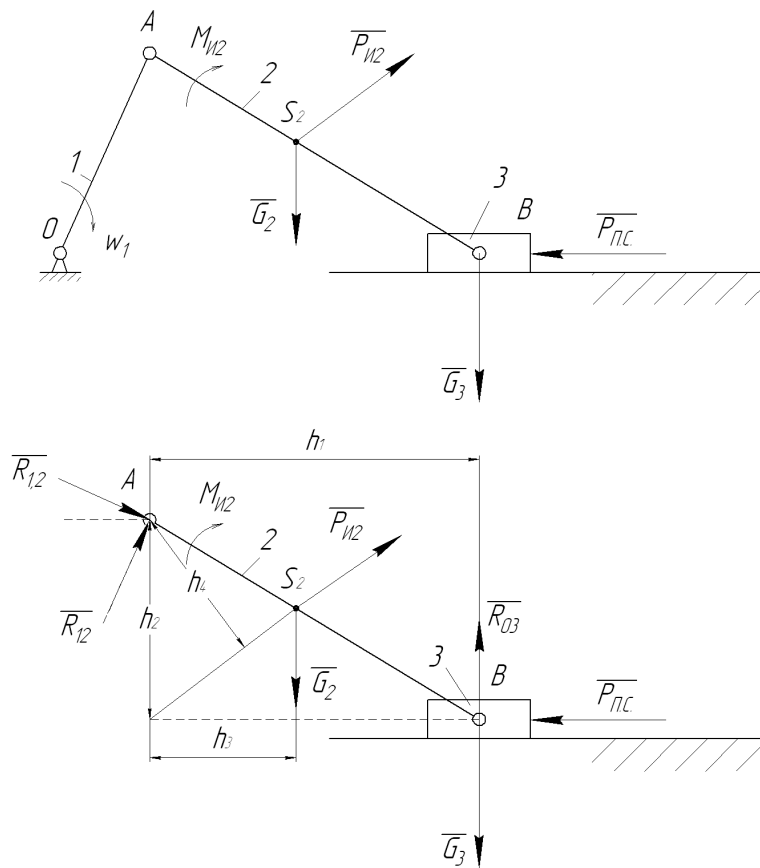


Рис. 3.5

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-R_{03} \cdot h_1 \cdot \mu_l + G_3 \cdot h_1 \cdot \mu_l + P_{i.\tilde{N}} \cdot h_2 \cdot \mu_l + G_2 \cdot h_3 \cdot \mu_l - P_{\dot{E}2} \cdot h_4 \cdot \mu_l + M_{\dot{E}2} = 0$$

$$R_{03} = \frac{G_3 \cdot h_1 \cdot \mu_l + P_{i.\tilde{N}} \cdot h_2 \cdot \mu_l + G_2 \cdot h_3 \cdot \mu_l - P_{\dot{E}2} \cdot h_4 \cdot \mu_l + M_{\dot{E}2}}{h_1 \cdot \mu_l}$$

Для определения  $R_{12}$  составим уравнение принципа Даламбера

$$R_{12} + G_3 + P_{п.с.} + G_2 - P_{И2} + R_{03} = 0$$

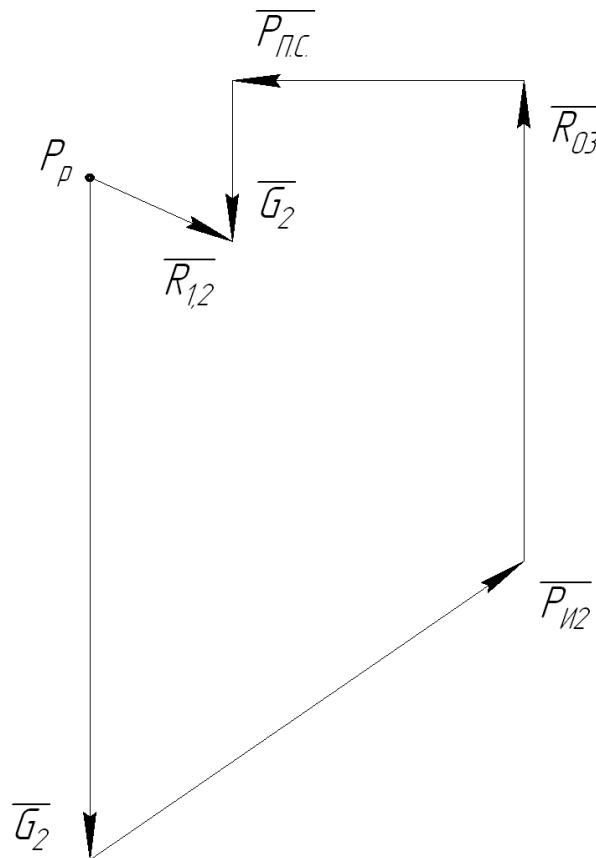


Рис. 3.6

Для определения  $R_{23}$  рассмотрим равновесие звена 3

$$R_{23} + G_3 + P_{i.\tilde{N}} + R_{03} = 0$$

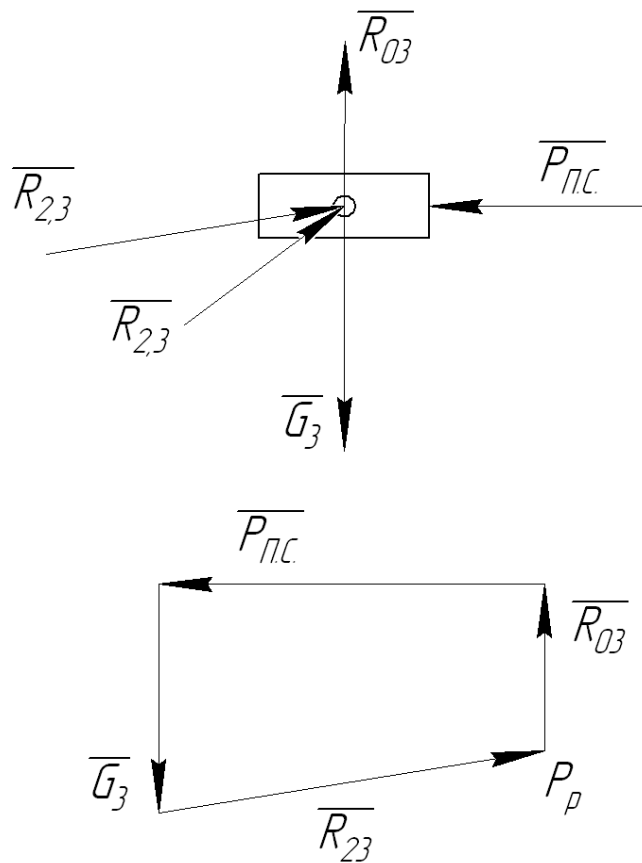


Рис. 3.7

Структурная группа II класса II порядка 3 вида

Рассматриваем частный случай, когда на 2 звено действуют только 2- силы:  $R_{12}$  и  $R_{23}$ . Силой веса второго звена ( $G_2=0$ ) пренебрегаем.

$R_{12} = R_{32}$ , т.к. звено находится в равновесии.

В силу того, что  $R_{23}$  перпендикулярна  $O_1B$ , то и  $R_{12}$  должна быть перпендикулярна  $O_1B$ .

Для определения величины реакции возьмем

$$\Sigma M_{O1}=0$$

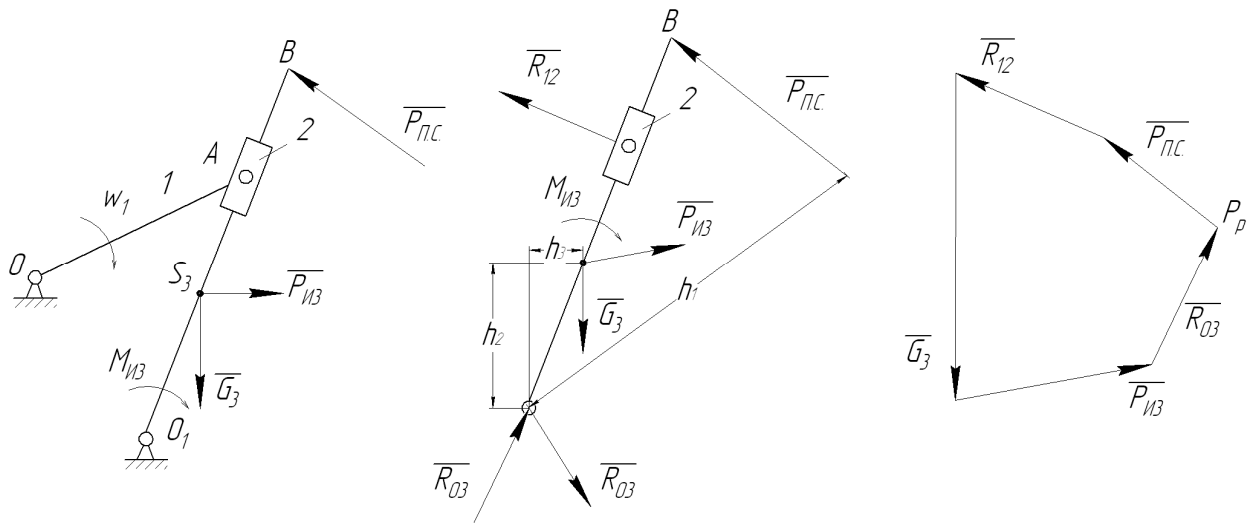


Рис. 3.8

$$-R_{12} \cdot O_1A + G_3 \cdot h_3 - P_{I.N.} \cdot h_1 + P_{E3} \cdot h_2 + \frac{M_{E3}}{\mu_1} = 0$$

$$R_{12} = \frac{G_3 \cdot h_3 - P_{П.С.} \cdot h_1 + P_{ИЗ} \cdot h_2 + \frac{M_{ИЗ}}{\mu_1}}{O_1A}$$

$$R_{12} + G_3 + P_{П.С.} + P_{ИЗ} + R_{03} = 0$$

### Рассмотрим начальный механизм

Для того чтобы начальный механизм находился в равновесии, необходимо приложить к 1-ому звену уравновешивающий момент или уравновешивающую силу.

Приложим уравновешивающий момент ( $M_{УПАВ.}$ )

Уравнение Даламбера

$$R_{21} + G_1 + R_{01} = 0$$

Рассмотрим случай, когда к звену 1 приложены уравновешивающий момент и уравновешивающая сила.

$$P_{УР} \cdot OA = R_{21} \cdot h$$

$$P_{yp} = \frac{R_{21} \cdot h}{OA}$$

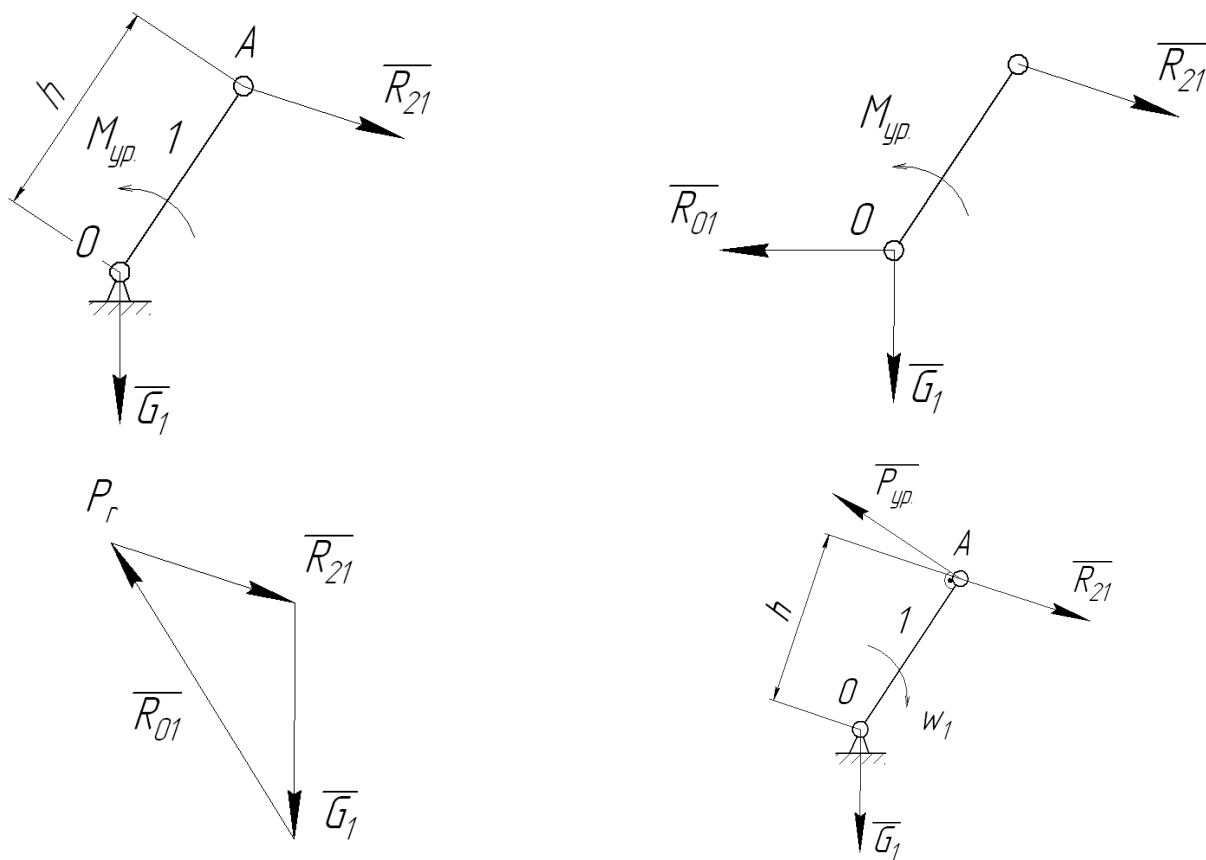


Рис. 3.9

Найдем давление в кинематической паре. Уравнение по принципу Даламбера

$$R_{21} + G_1 + R_{01} + P_{yp} = 0$$

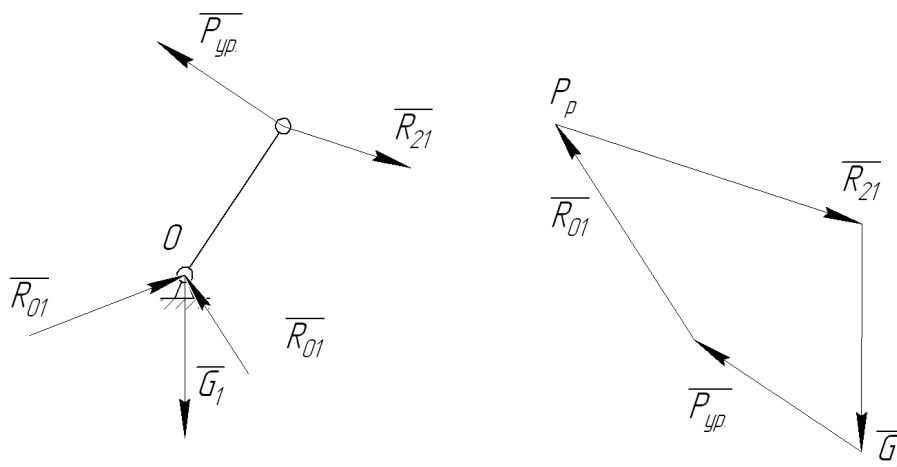


Рис. 3.10

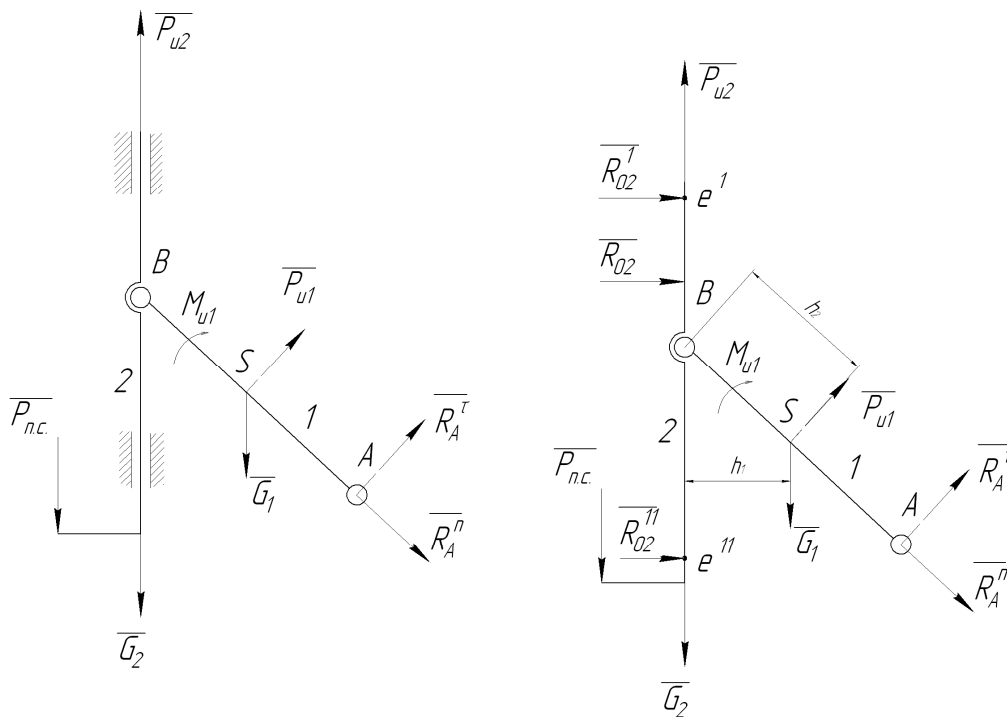


Рис. 3.11

Реакцию в  $m.A$  раскладываем на 2 составляющие: нормальную и тангенциальную

Звено 1

$$\Sigma M_B = 0$$

$$-R_A^\tau \cdot AB + G_1 \cdot h_1 + P_{E1} \cdot h_2 + \frac{M_{E1}}{\mu_1} = 0$$

$$R_A^\tau = \frac{G_1 \cdot h_1 + P_{E1} \cdot h_2 + \frac{M_{E1}}{\mu_1}}{AB}$$

Составим для групп звеньев 1, 2 уравнение Даламбера.

$$P_{И2} + P_{П.С.} + G_2 + G_1 + P_{И1} + R_A^\tau + R_A^n + R_{02} = 0$$

Считаем  $R_{02}$  полезной силой и пойдет в полюс.

Для того, чтобы найти точку приложения реакции  $R_{02}$  надо рассмотреть равновесие звена 2. Для того чтобы найти реакцию  $R_{12}$  нужно рассмотреть равновесие звена 1.

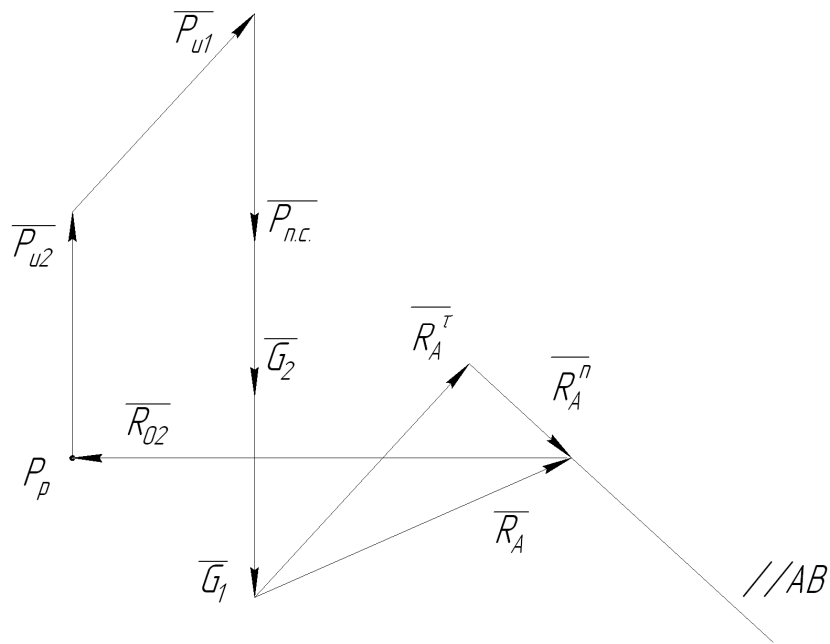


Рис. 3.12

Пример

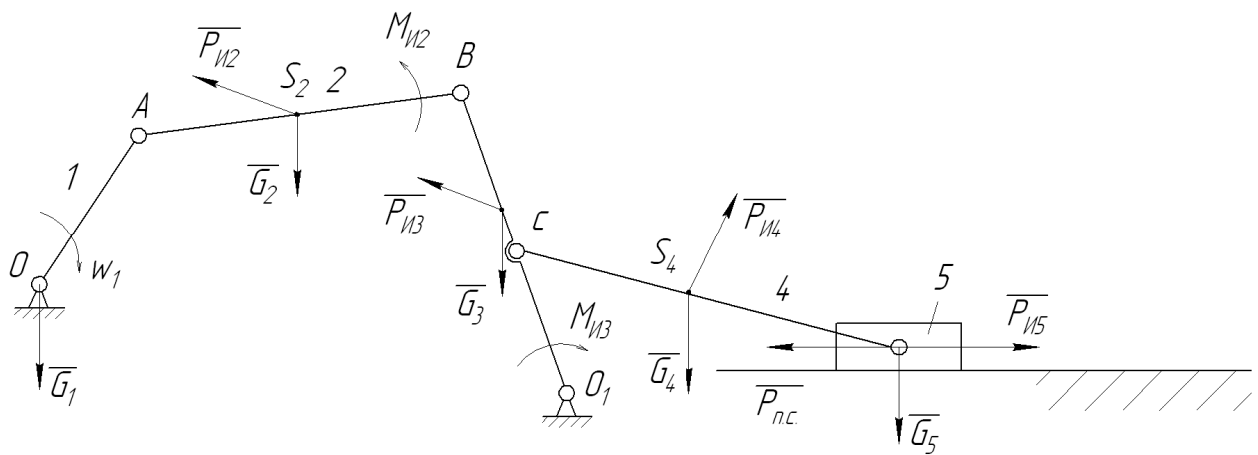


Рис. 3.13

Рассмотрим группу 4, 5

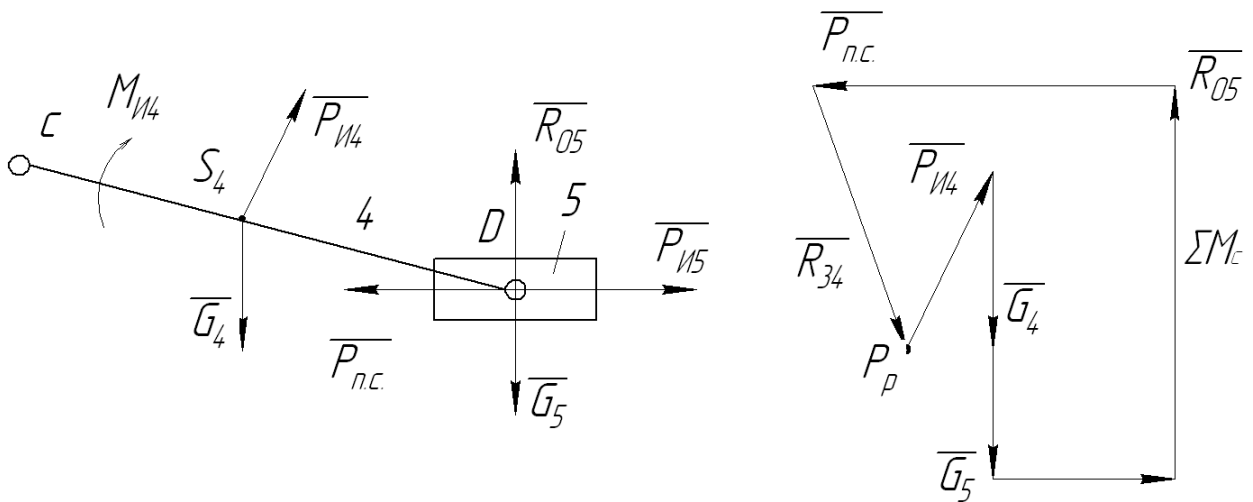


Рис. 3.13



1. Найдем реакцию  $R_{05}$   $\Sigma M_C=0$

2. Построением плана сил для групп 4, 5 найдем реакцию  $R_{34}$

$$R_{34} + P_{И4} + G_4 + R_{05} + G_5 + P_{И4} + P_{П.С.} = 0$$

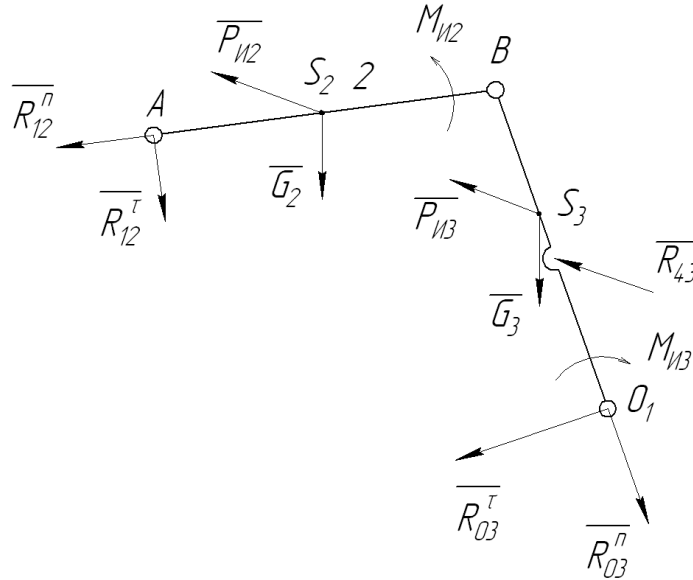


Рис. 3.14

Действие отброшенных звеньев нужно заменить реакциями

$$R_{43} = -R_{34}$$

1. Находим тангенциальные составляющие реакций ( $R_{12}^tau - \dot{e} - R_{03}^tau$ )

$$\Sigma M_B = 0$$

2. Построением плана сил для группы 2, 3 – найдем нормальную составляющую реакций ( $R_{12}^n - \dot{e} - R_{03}^n$ )

$$P_{\dot{E}2} + G_2 + R_{43} + P_{\dot{E}3} + G_3 + R_{12}^tau + R_{12}^n + R_{03}^tau + R_{03}^n = 0$$

Строим план:

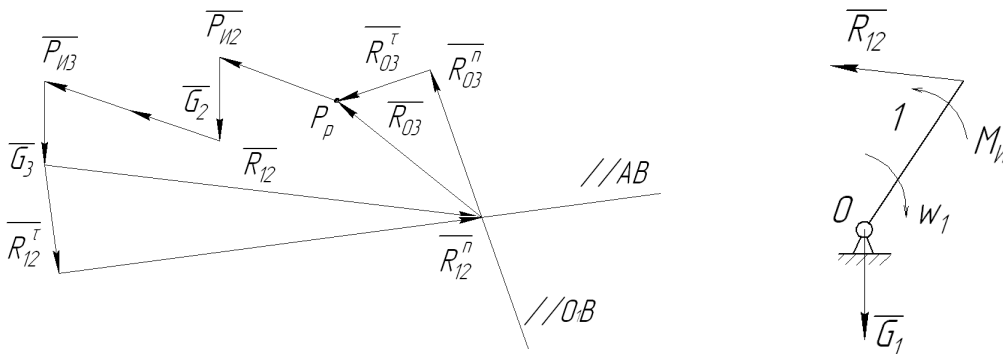


Рис. 3.15

## Приведение сил и моментов

Применение принципа возможных перемещений для определения приведенной или уравнивающей силы.

Если к звеньям механизма наложить все внешние силы и силы инерции и дать механизму возможное, для данного его состояния, перемещение, то сумму элементарных работ для данного перемещения будет равна нулю.

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i \delta S_i = 0$$

где  $A_i = P_i \delta S_i$  – элементарная работа  
 $\delta S_i$  – элементарное перемещение

или

$$\sum_{i=1}^{i=n} A_i = 0$$

или

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i \delta S_i = \sum_{i=1}^{i=n} A_i$$

разделим на  $\delta t$

$$\frac{\sum_{i=1}^{i=n} P_i \delta S_i}{\delta t} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} A_i}{\delta t}$$

тогда

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i V_i = \sum_{i=1}^{i=n} N_i$$

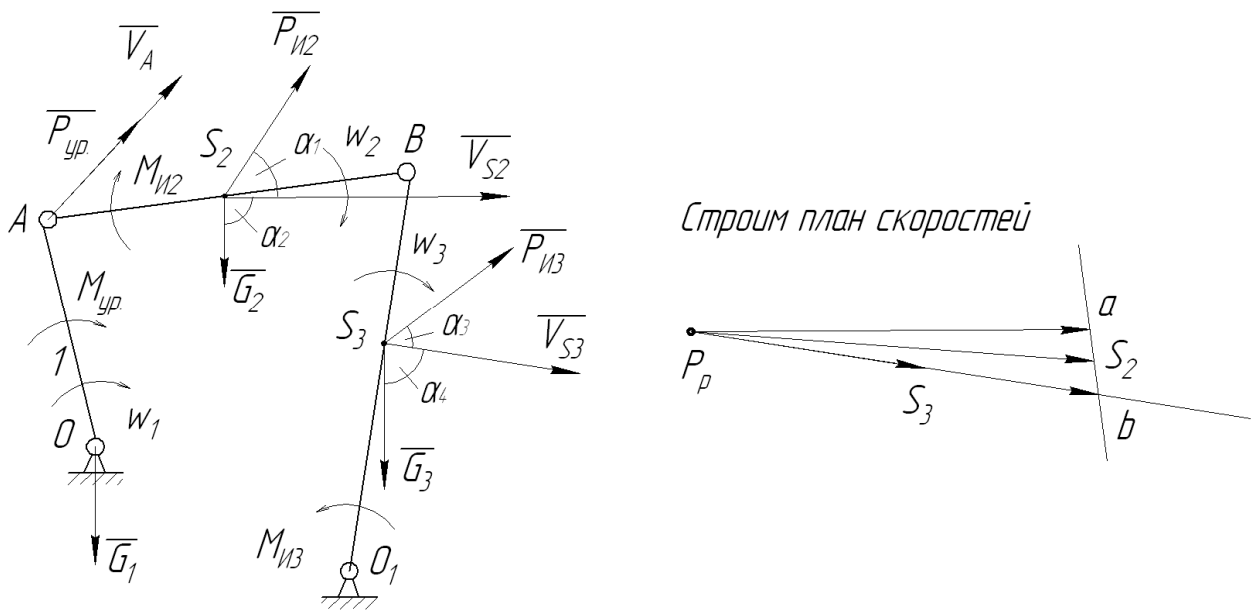


Рис. 3.16

Переносим вектора скоростей в соответствующие точки на механизм. Если угол тупой – между силой и скоростью: знак (-)

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i V_i = P_{\dot{E}2} \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_1 - G_2 \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_2 + P_{\dot{E}3} \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_3 + G_3 \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_4 + M_{\dot{E}2} \cdot \omega_2 - M_{\dot{E}3} \cdot \omega_3 + P_{\dot{\omega}} \cdot V_a = 0$$

$$P_{yp.} = \frac{-P_{И2} \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_1 + G_2 \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_2 - P_{И3} \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_3 - G_3 \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_4 - M_{И2} \cdot \omega_2 + M_{И3} \cdot \omega_3}{V_a}$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i V_i = P_{И2} \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_1 - G_2 \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_2 + P_{И3} \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_3 + G_3 \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_4 + M_{И2} \cdot \omega_2 - M_{И3} \cdot \omega_3 + M_{yp.} \cdot \omega_1 = 0$$

$$M_{\dot{\omega}} = \frac{-P_{\dot{E}2} \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_1 + G_2 \cdot V_{S2} \cdot \cos \alpha_2 - P_{\dot{E}3} \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_3 - G_3 \cdot V_{S3} \cdot \cos \alpha_4 - M_{\dot{E}2} \cdot \omega_2 + M_{\dot{E}3} \cdot \omega_3}{\omega_1}$$

Уравновешивающую силу или уравновешивающий момент можно определить с помощью рычага Жуковского.

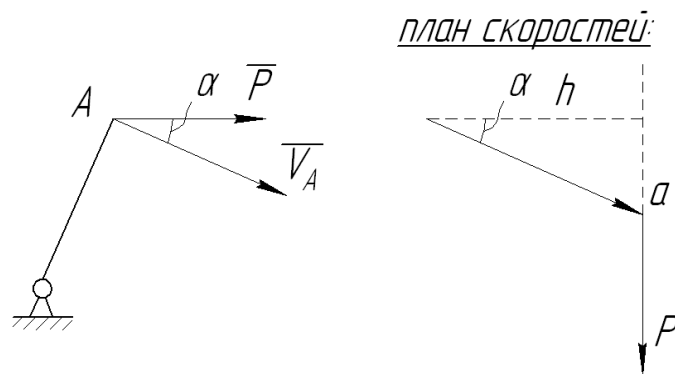


Рис. 3.17

Отрезок  $P_{Va}$  повернут относительно звена  $OA$  на  $90^\circ$ . Силу  $P$  повернем на  $90^\circ$  из *т.а.*

Момент этой силы относительно плана скоростей:

$$M = P \cdot h = P \cdot P_{Va} \cdot \cos \alpha$$

$$\Sigma M_{PV} = 0$$

На основе этого выражения строится рычаг Жуковского

За рычаг Жуковского берется план скоростей.

Уравновешивающую силу или уравновешивающий момент определяется так:

1. Определяются все внешние силы и силы инерции, действующие на звенья механизма.

2. Строится план скоростей для данного механизма.

3. Перенести в соответствующие точки на плане скоростей все силы, предварительно повернув их на  $90^\circ$  в любую сторону (в одну).

4. На соответствующие отрезки плана скоростей перенести приведенные моменты инерции

5. Считая план скоростей жесткой фермой составить сумму моментов всех сил относительно полюса плана скоростей, приравнять эту сумму к нулю и определить неизвестную уравновешивающую силу или уравновешивающий момент.

Вместо  $M_{I2}$  пара сил  $P \cdot P'$

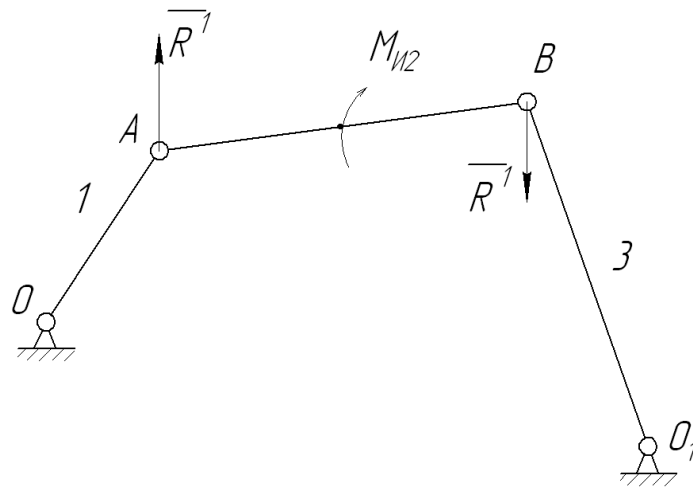


Рис. 3.18

$$P' = \frac{M_{И2}}{l_{AB}}$$

$$P' = \frac{M'_{И2}}{ab}$$

Пара сил  $P'P'$  дает момент  $P'_{И2}$

$$\frac{M_{И2}}{l_{AB}} = \frac{M'_{И2}}{ab}$$

Отсюда

$$M'_{И2} = M_{И2} \frac{ab}{l_{AB}} = M_{И2} \cdot k$$

$$k = \frac{ab}{l_{AB}}$$

где  $K$  – коэффициент приведения

Для определения направления  $M'_{E2}$  (приведенного момента инерции) необходимо момент инерции, действующий на звено разложить на пару сил (мысленно) и одну из пар сил перенести в соответствующую точку плана скоростей.

Ее направление покажет направление приведенного момента инерции.

Силу  $P'$  поворачивать на  $90^\circ$  в ту же сторону, что и внешние силы и силы инерции.

Рассмотрим на примере:

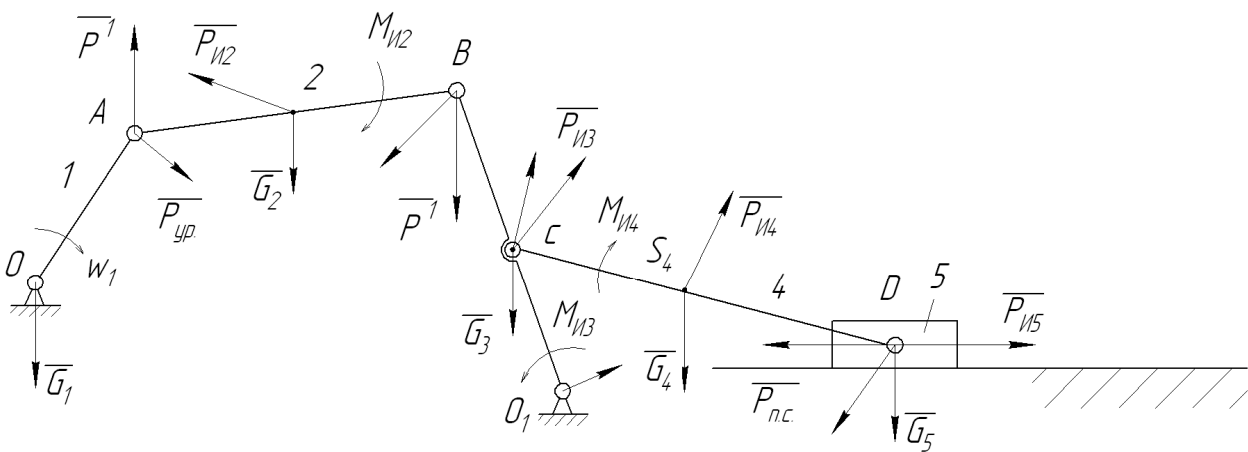
$$M'_{И2} = M_{И2} \frac{ab}{l_{AB}}$$

$$M'_{И3} = M_{И3} \frac{P_V b}{l_{O1B}}$$

$$M'_{И4} = M_{И4} \frac{cd}{l_{CD}}$$

Составим сумму моментов всех сил относительно полюса плана скоростей.

$$-G_3 h_1 + P_{И3} h_2 - G_4 h_3 + P_{И4} h_4 + (P_{И5} - P_{п.с.}) P_V d + G_2 h_5 - P_{И2} h_6 + P_{УР} P_V a - M'_{Э3} + M'_{Э4} - M'_{Э2} = 0$$



Определить уравновешивающую силу

Рис. 3.19

## Глава 4. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Передача вращательного движения с помощью звеньев, имеющих зубчатый профиль, называется зубчатой передачей.

### 4.1. Основной закон зацепления

Нормаль, проведенная в точку касания зацепляющихся профилей делит межцентровое расстояние на части обратно пропорциональные угловым скоростям.

Проведем в точке касания нормаль. Она пересекает межцентровое расстояние  $O_1 O_2$  в  $m.P$

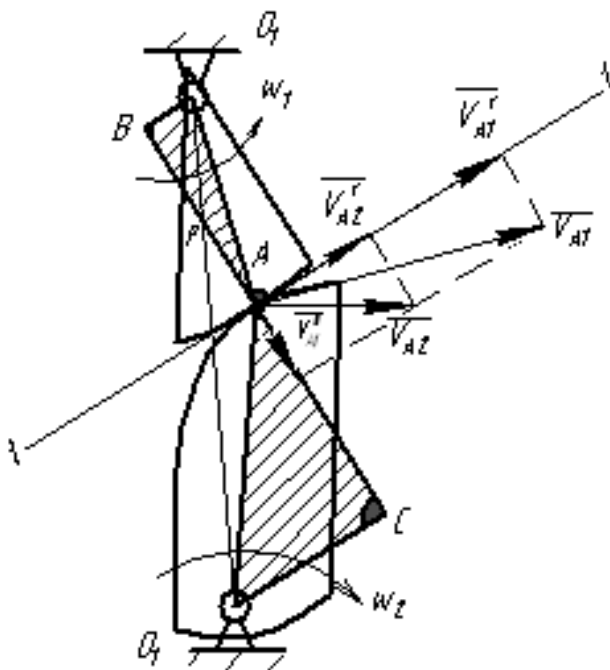


Рис. 4.1

Надо доказать что:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P}$$

Соединяем  $O_1$  с  $A$  и  $O_2$  с  $A$ .

$$V_{A1} = \omega_1 O_1 A$$

Разложим  $V_{A1}$  на две составляющие

$$V_{A2} = \omega_2 O_2 A$$

$V_{A1}^n = V_{A2}^n$  т.к. все время должен обеспечиваться контакт между первым и вторым звеном;

если  $V_{A1}^n > V_{A2}^n$ , то первое звено врезается во второе

если  $V_{A1}^n < V_{A2}^n$ , то второе звено уходит от первого и контакт нарушается

А этого быть не должно.

$$V_{A1}^n = V_{A2}^n = V_A^n$$

Проведем перпендикуляры из т.  $O_1$  и  $O_2$  на нормаль

$$w_1 = \frac{V_{A1}^n}{O_1B} ; w_2 = \frac{V_{A2}^n}{O_2C}$$

Рассмотрим треугольники  $O_2CP$  и  $O_1BP$

$$\frac{O_1B}{O_2C} = \frac{O_1P}{OP}$$

Разделим  $w_1$  на  $w_2$ :

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{O_2C}{O_1B}$$

Подставим в (1)

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{O_1P}{O_2P}$$

Т.к.  $V_{A1}^\tau \neq V_{A2}^\tau$ , то между сцепляющимися профилями существует скольжение. Это скольжение характеризуется коэффициентом скольжения.

$$\lambda_{12} = \frac{V_{A1}^\tau - V_{A2}^\tau}{V_{A1}^\tau} ; \lambda_{21} = \frac{V_{A2}^\tau - V_{A1}^\tau}{V_{A2}^\tau}$$

$i = \frac{w_1}{w_2} = const$  - передаточное число

Этому условию наиболее полно удовлетворяет эвольвентный профиль.



Отношение угловой скорости ведущего звена к угловой скорости ведомого – передаточное число.

Передаточное отношение – отношение угловых скоростей любых звеньев.

Эвольвентой называется кривая, которую описывает все точки прямой, катящиеся по окружности без скольжения.

прямая  $AM' = AM$        $AM = r(\alpha + \theta)$

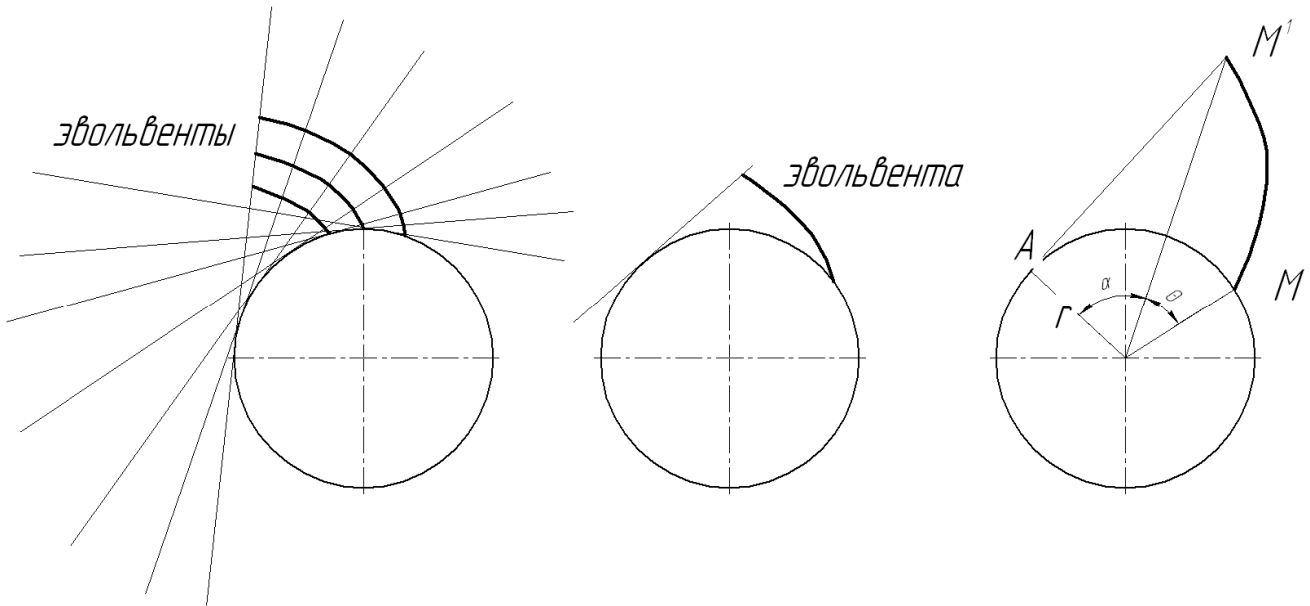


Рис. 4.2

$$AM' = r \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$  – эвольвентная функция угла  $\theta$

$\theta = \operatorname{inv} \alpha$  – инволюта угла  $\alpha$

#### 4.2. Геометрические параметры зубчатого зацепления и их расчет

$P$  – полюс зацепления

$$\lambda_{12} = \lambda_{21} = 0$$

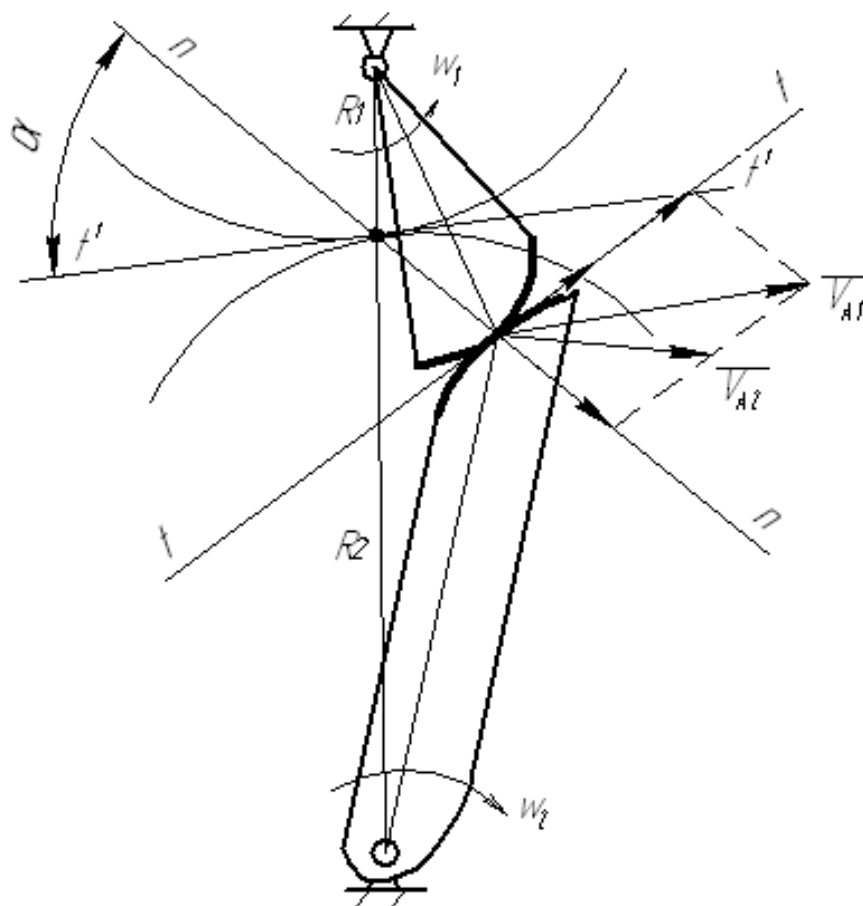


Рис. 4.3

Окружности, проходящие через полюс зацепления и катящиеся друг по другу без скольжения называются начальными окружностями.

За основу берется начальная окружность  $\alpha$  – угол зацепления

Окружность ограничивающая выступы зубьев окружностью выступов  $R_{e2}$ .

Окружность, ограничивающая впадины называется окружностью впадин.

Часть зуба, лежащей выше начальной окружности – головка, ниже – ножка.

Окружность, с которой начинается эвольвентный профиль зуба называется основной окружностью.

Дуга начальной окружности, вмещающая в себя  $l$  зуб и  $l$ -у впадину называется шагом зубчатого соединения по начальной окружности  $t$ .

Дуга начальной окружности, вмещающая в себя  $1$  зуб называется толщиной зуба  $S$ .

Дуга начальной окружности вмещающая одну впадину называется шириной впадины.

$$S+a=t$$

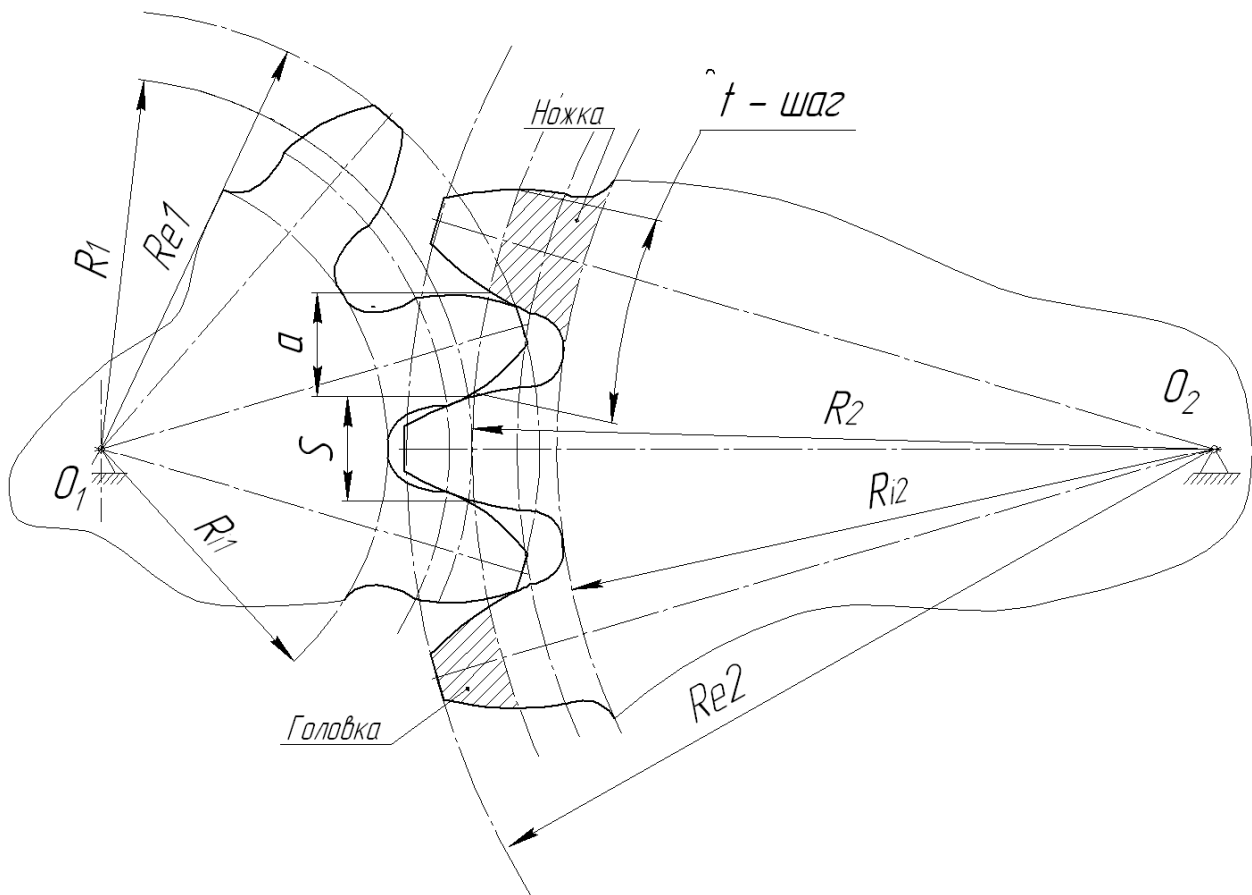


Рис. 4.4

Для расчетов применяется модуль  $m$

$$m = \frac{t}{\pi}$$

$$R = \frac{mz}{2} \quad D = mz$$

Высота головки зуба принимается равной модулю

$$h' = m$$

Радиус окружности выступов

$$R_e = R + m = \frac{mz}{2} + m = m\left(\frac{z}{2} + 1\right)$$

Высота ножки зуба ( $h''$ )

$$h'' = 1,25m$$

впадин

$$R_i = R - h'' = \frac{mz}{2} - 1,25m$$

$C$  – радиальный зазор:  $C = h'' - h' = 0,25m$

Угол между касательной, проведенной в точке касания начальных окружностей и нормалью проведенной в точке касания профилей – угол зацепления.

$$\alpha = 20^\circ$$

Нормаль –  $nn$  – линия зацепления

Построение геометрической картины зацепления пары зубчатых колес

Предположим, что пара зубьев касается в  $m.P$

Для получения эвольвентного профиля зуба перекатим линию зацепления по основной окружности без скольжения. И  $m.P$  лежащая на линии зацепления опишет эвольвенту, ограничивающую одну сторону зуба.

Отложим на основной окружности от  $m.M$  дугу ( $MP'$ ) равную отрезку  $MP$ .

Делим дугу  $MP'$  на нескольких частей. В  $m.1, 2$  проводим касательную к основной окружности.

На касательной, проведенной в новую точку отложим отрезок длиной дуги  $IP'$

На касательной, проведенной в  $m.2$ , отложим отрезок равной дуге  $2P'$

Соединяем плавной кривой полученные точки.

Вторую сторону зуба строим по шаблону.

Профиль зуба  $1$ -го колеса строится путем перекатывания линии зацепления по основной окружности  $1$ -го колеса в таком же порядке.

Отрезок  $AB$  линии зацепления – действительная (практическая длина линии зацепления).

Для определения рабочего участка профиля зуба второго колеса из  $m.A$  радиусом  $O_2A$  проводим дугу до пересечения с профилем зуба.

Часть профиля зуба, лежащая выше точки пересечения и будет являться рабочим участком профиля.

Найдем дугу зацепления. Для этого переместим профиль зуба построенного в  $m.B$  и  $m.A$

Дуга  $cd$  – дуга зацепления.

$$R_{01} = R_1 \cos \alpha - \text{радиус основной окружности}$$

$$R_{02} = R_2 \cos \alpha$$

### 4.3. Качественные показатели

1. Коэффициент перекрытия: равен отношению длину дуги зацепления к шагу. Он показывает, сколько пар зубьев одновременно находятся в зацеплении.

$$\varepsilon = \frac{cd}{t} > 1$$

2. Коэффициент удельного скольжения

$$\lambda_{12} = \frac{V_{K1}^{\tau} - V_{K2}^{\tau}}{V_{K1}^{\tau}} = 1 - \frac{V_{K2}^{\tau}}{V_{K1}^{\tau}}$$

$$V_{K1}^{\tau} = V_{K1} \sin \alpha_1 = w_1 O_1 K \sin \alpha_1 = w_1 KN$$

$$V_{K2}^{\tau} = V_{K2} \sin \alpha_2 = w_2 O_2 K \sin \alpha_2 = w_2 KN$$

Обозначим  $MK = x$ , т.к. все время меняется  $MN = l$ , т.к. постоянная

$$V_{K1}^{\tau} = w_1(l-x); \quad V_{K2}^{\tau} = w_2 x$$

Подставим в уравнение (1)

$$\lambda_{12} = 1 - \frac{w_2 x}{w_1(l-x)} = 1 - i_{21} \frac{x}{l-x}$$

$$\frac{w_2}{w_1} = i_{21}; \quad \lambda_{21} = 1 - i_{12} \frac{l-x}{x}$$

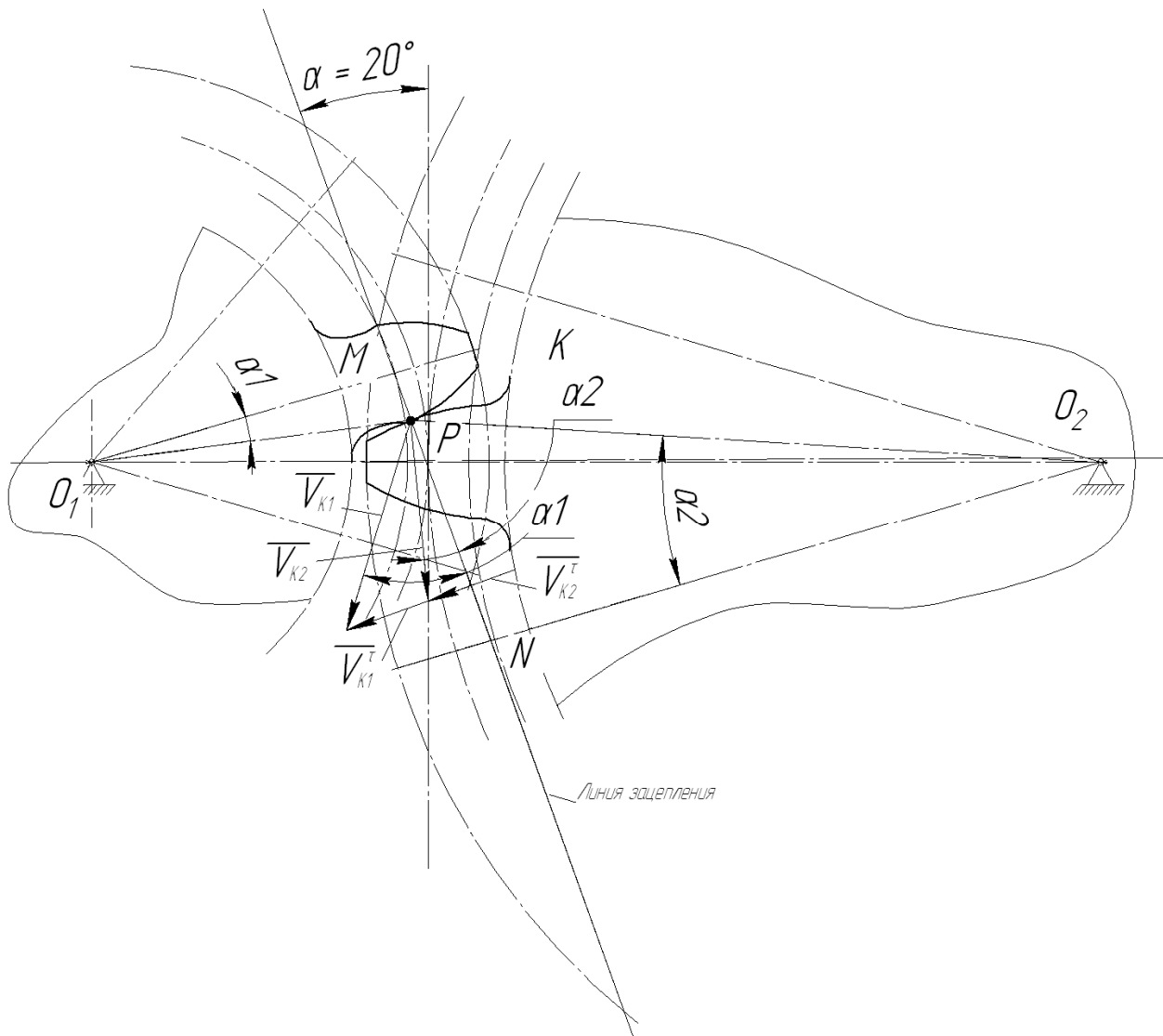


Рис. 4.5

Некоторые сведения о методах изготовления (нарезания) зубчатых колес

Существуют 2-а принципиальных метода:

1. Метод копирования
2. Метод обкатки

## 1. Зубофрезерование, штамповки, литье.

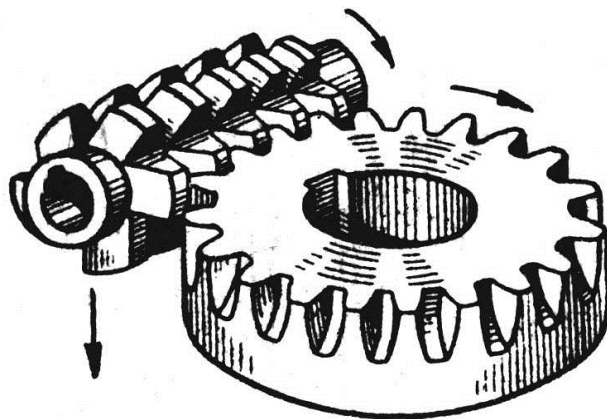


Рис. 4.6

Преимущество: не требует специального зуборезного оборудования. Недостатки: - малая производительность - большие погрешности, как по шагу, так и по профилю - для нарезания зубчатых колес одного модуля, но с разным числом зубьев требуется различные инструменты (свои модульные фрезы)

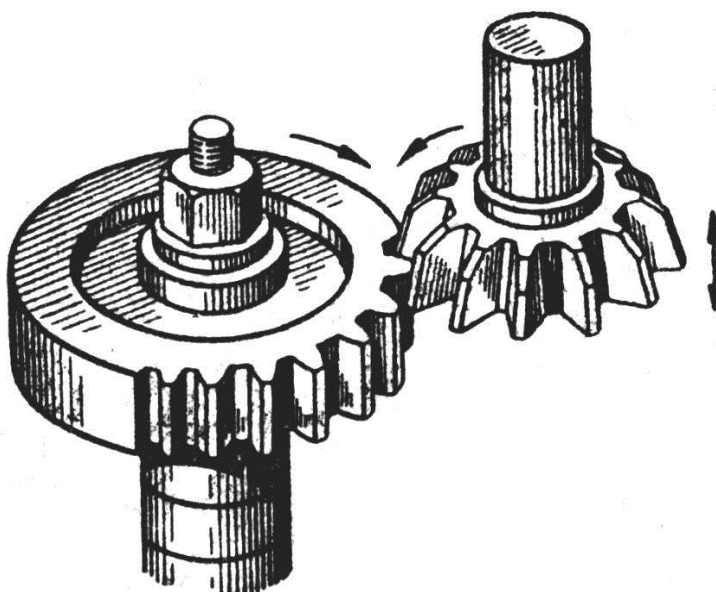


Рис. 4.7

2. Смысл заключается в том, что заготовке и инструменту дается согласованное движение, т.е. имитируется зацепление нарезаемого зубчатого колеса и инструмента.

Способ зубофрезерования:

1. Червячной фрезой
2. Зубодолблением – инструмент долбяк
3. Зубострогание – с помощью зуборезных гребенок (инструментальных реек)

Преимущества метода обкатки:

- высокая производительность
- высокая точность
- инструментом одного модуля можно изготавливать зубчатые колеса данного модуля с любым числом зубьев

Недостатки: требует специальное оборудование

- Геометрия инструментальной рейки  
Она изготавливается с прямыми зубьями

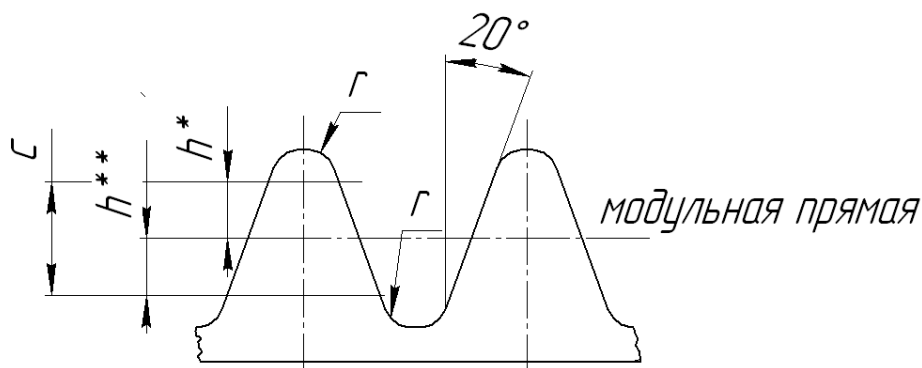


Рис. 4.8

На модульной прямой толщина зуба равна ширине впадины  
Угол профиля зуборезной гребенки: стандарт равный  $20^\circ$

$h^*$  - высота головки

$h^{\text{**}}$  - высота ножки

$m$  – модуль

$h^* = h^{\text{**}}$

$r = 0,25m$

$C = 0,25m$



## 4.4. Корригирование зубчатых колес

Для внешнего зацепления можно нарезать зубчатые колеса с числом не менее 17

Для внутреннего, не менее 22

Если менее 17, то происходит подрезание ножки зуба

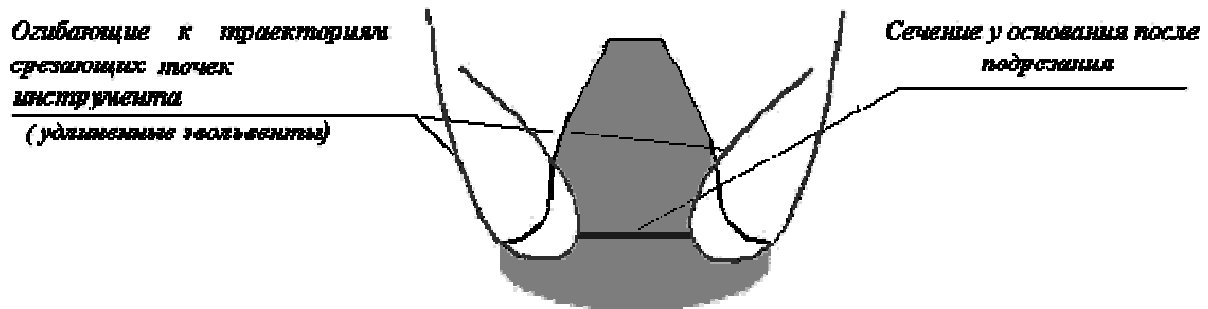


Рис. 4.9

$$Z_{\min} = \frac{2f}{\sin^2 \alpha}$$

где  $f$  – коэффициент высоты зуба

$f=1$  – нормальный зуб,  $Z_{\min}=17$

$f=0,8$  – укороченные зуб,  $Z_{\min}=14$

$\alpha=20^\circ$  - угол зацепления

Чтобы не было явления подрезания, производят корригирование (исправление) зубчатых колес.

Смещение инструментальной рейки – корригирование. Можно нарезать до 7-8 (толстые короткие зубья).

Если смещаем от центра колеса – положительное корригирование. Если к центру – отрицательным.

(+) (-)

Если  $b=0$ , нулевые колеса.

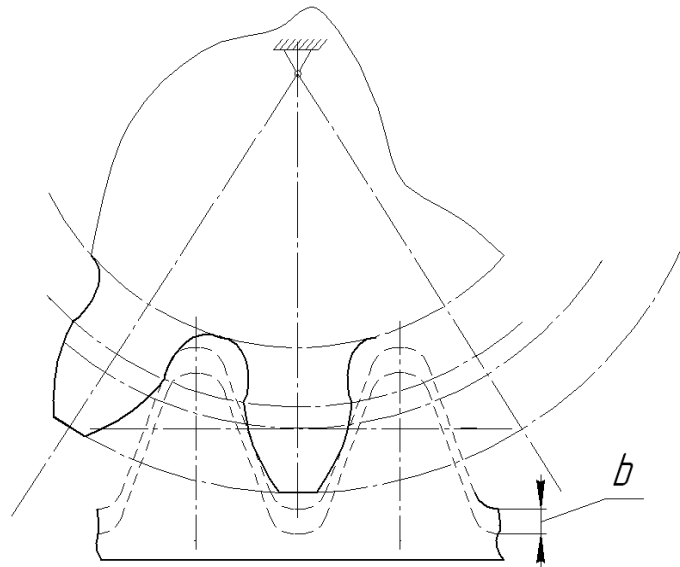


Рис. 4.10

Для оценки коррекции применим коэффициент

$$\xi = \frac{b}{m}$$

Целью коррегирования является:

1. Исключение явления подрезания ножки зуба
2. Обеспечение заданного передаточного числа при заданном межцентровом расстоянии
3. Уменьшение габаритов зубчатой передачи
4. Уменьшение относительного скольжения
5. Повышение изгибной прочности зуба

### Виды (способы) коррегирования

**Линейное** (смотри выше) – смещается инструментальная рейка со стандартным профилем. Угол зацепления не равен  $20^\circ$  и называется углом сборки

$\alpha_{сб.}$  = угол сборки – угол

$$inv\alpha_{сб} = \frac{2tg d_p (\xi_1 + \xi_2)}{Z_1 + Z_2} + inv\alpha_p$$

$$inv\alpha_{c\bar{o}} = tg \alpha_{c\bar{o}} - \alpha_{c\bar{o}}$$

где  $\alpha_p$  – угол  $\alpha$  рейки

**Угловой** корригирование: меняется угол зацепления инструментальной рейки

**Смешанные** – линейные и угловые

## Расчет основных элементов корригированных зубчатых колес

1. Коэффициенты сдвига или смещения рейки

$$\xi_1 = \frac{17 - Z_1}{17}; \quad \xi_2 = \frac{17 - Z_2}{17}$$

Радиусы делительных окружностей (на которых модуль (шаг) равен стандартному) и в корригированных колесах начальные и делительные окружности не совпадают.

В нулевых – совпадают

$$r_{\delta 1} = \frac{mz_1}{2}; \quad r_{\delta 2} = \frac{mz_2}{2}$$

3. Радиус основных окружностей

$$\alpha = 20^\circ$$

$$r_{01} = r_{\delta 1} \cos \alpha$$

$$r_{02} = r_{\delta 2} \cos \alpha$$

4. Толщина зуба по делительной окружности

$$S_{\delta 1} = m \left( \frac{\pi}{2} + 2\xi_1 \operatorname{tg} \alpha \right); \quad S_{\delta 2} = m \left( \frac{\pi}{2} + 2\xi_2 \operatorname{tg} \alpha \right)$$

$$\alpha = 20^\circ$$

5. Угол зацепления (сборки)

6. Радиусы начальных окружностей

$$r_1 = \frac{r_{01}}{\cos \alpha_{\tilde{N}\tilde{A}}}; \quad r_2 = \frac{r_{02}}{\cos \alpha_{\tilde{N}\tilde{A}}}$$

7. Межцентровое расстояние  $A$

$$A = r_1 + r_2 = \frac{m \cos \alpha}{2 \cos \alpha_{\tilde{N}\tilde{A}}} (Z_1 + Z_2)$$

### 8. Радиусы окружностей впадин

$$R_{i1} = r_{\delta 1} - (f + c)m + \xi_1 m; \quad R_{i2} = r_{\delta 2} - (f + c)m + \xi_2 m$$

### 9. Радиусы окружностей выступов

$$R_{e1} = A - R_{i2} - c_m$$

$$R_{e2} = A - R_{i1} - c_m$$

### 10. Толщина зуба по начальной окружности

$$S_1 = r_1 \left[ \frac{S_{\delta 1}}{r_{\delta 1}} + 2(\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{\tilde{N}\tilde{A}}) \right]; \quad S_2 = r_2 \left[ \frac{S_{\delta 2}}{r_{\delta 2}} + 2(\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{\tilde{N}\tilde{A}}) \right]$$

### 11. Модуль по начальной окружности

$$m_n = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{\tilde{N}\tilde{A}}}$$

где  $t_H = m_H \pi$  – шаг по начальной окружности

12. Толщина зуба по окружности выступов (проверка зубьев на заострение)

$$S_{e1} = R_{e1} \left[ \frac{S_{\delta 1}}{r_{\delta 1}} + 2(\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \gamma_{e1}) \right]; \quad S_{e2} = R_{e2} \left[ \frac{S_{\delta 2}}{r_{\delta 2}} + 2(\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \gamma_{e2}) \right]$$

13. Угол давления для верхней точки зуба

$$\cos \gamma_{e1} = \frac{r_{01}}{R_{e1}}; \quad \cos \gamma_{e2} = \frac{r_{02}}{R_{e2}}$$

## 4.5. Зубчатые механизмы

Зубчатые механизмы имеют широкое применение в технике.

Основное достоинство – постоянство передаточного числа (нет скольжения). Они могут передавать любые мощности при достаточно высоких скоростях

Зубчатые механизмы делятся на:

1. Механизмы с неподвижными осями
2. Механизмы с подвижными осями

В свою очередь механизмы с подвижными осями бывают планетарными и дифференциальными.

Планетарные это те механизмы, у которых степень подвижности равно единице.

У дифференциальных – равно двум и более.

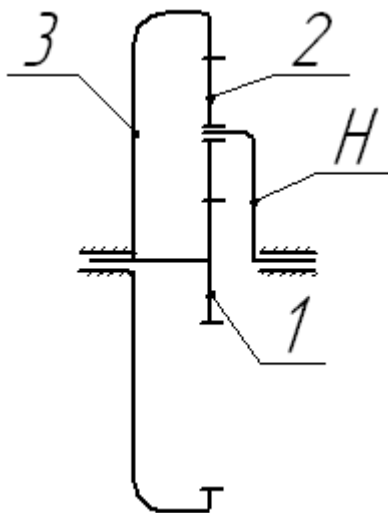


Рис. 4.11

1 – центральное (солнечное колесо); 2 – сателлит (спутник);  
3 – неподвижное Н – водило

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$$

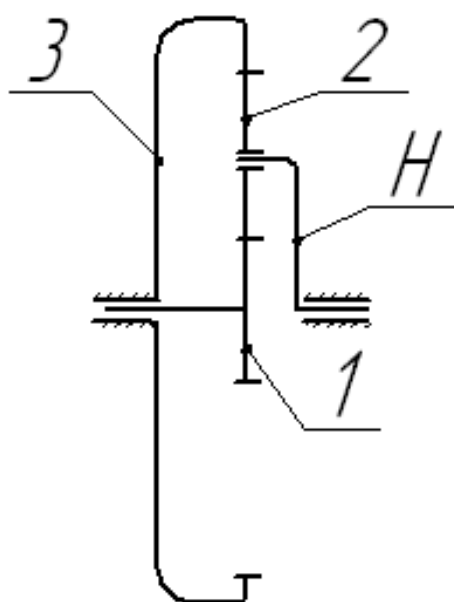


Рис. 4.12

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 - 1 = 2$$

Механизмы с неподвижными осями бывают рядовые и ступенчатые.

Все зубчатые механизмы бывают простые и сложные.

Простые – их невозможно разделить на самостоятельный зубчатый механизм.

Сложные – можно разделить.

Определение передаточного числа в рядовых и ступенчатых зубчатых механизмах

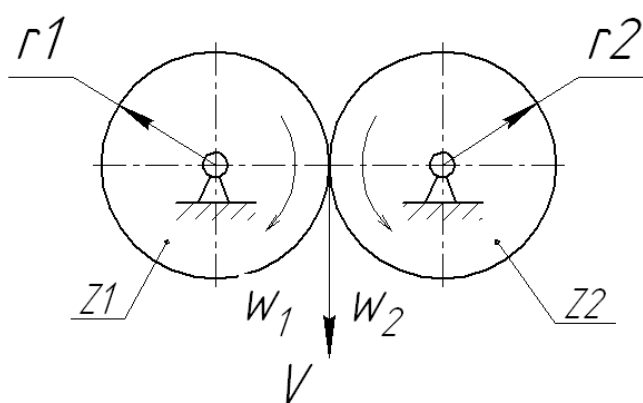


Рис. 4.13

$$i_{12} = -\frac{w_1}{w_2} = -\frac{Vr_2}{Vr_1} = -\frac{r_2}{r_1}$$

(+) – внешнее зацепление

(-) – внутреннее зацепление

Выразим  $w_1$  и  $w_2$  через линейную скорость и радиусы колес.

Выразим радиусы через число зубьев:

$$r_1 = \frac{mz_1}{2}; \quad r_2 = \frac{mz_2}{2}$$

Подставим в формулу (1)

$$i_{12} = -\frac{mz_2}{2mz_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

Передаточное число обратно пропорционально (+; -) относительно числа зубьев зубчатых колес.

### Рядовая передача

Если  $i_{12} > 1$ , то механизм называется редуктором.

Если  $i_{12} < 1$ , то механизм называется мультипликатором

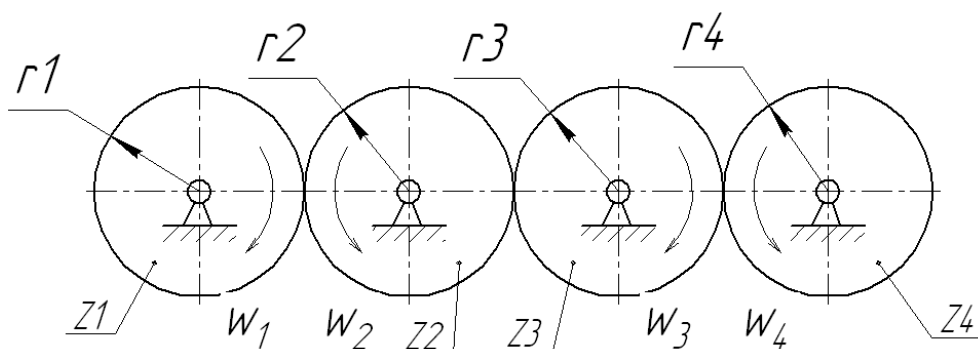


Рис. 4.14

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{23} = -\frac{z_3}{z_2}; \quad i_{34} = -\frac{z_4}{z_3}$$

$$i_{12} = -\frac{w_1}{w_2}; \quad i_{23} = -\frac{w_2}{w_3}; \quad i_{34} = -\frac{w_3}{w_4}$$

$$i_{12}i_{23}i_{34} = -\frac{w_1w_2w_3}{w_2w_3w_4} = -\frac{w_1}{w_4} = i_{14}$$

Выразим  $i_{14}$  через число зубьев

$$i_{14} = -\frac{z_2z_3z_4}{z_1z_2z_3} = -\frac{z_4}{z_1}; \quad i_{14} = -\frac{z_4}{z_1}$$

Передаточное число в рядовом механизме не зависит от числа зубьев в промежуточных колесах.

Промежуточные колеса применяются:

1. Для изменения направления угловой скорости
2. Для увеличения расстояния на котором передается крутящий

МОМЕНТ

### Ступенчатая передача

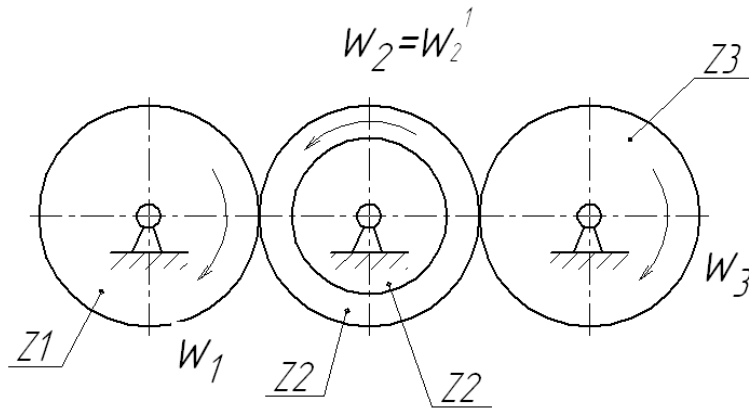


Рис. 4.15

1. Выразим передаточные числа через угловые скорости

$$i_{12} = -\frac{w_1}{w_2}; \quad i_{2'3} = -\frac{w_2}{w_3}; \quad i_{12} \cdot i_{2'3} = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_2 \cdot w_3} = \frac{w_1}{w_3}$$

Передаточное отношение в ступенчатом механизме

$$i_{13} = \frac{w_1}{w_3}$$

2. Через число зубьев

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{2'3} = -\frac{z_3}{z_2'}; \quad i_{13} = i_{12} \cdot i_{2'3} = \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2'}$$

Промежуточные колеса играют роль и в изменении передаточного числа.



## Планетарные зубчатые передачи

Это механизмы с подвижными осями. Степень подвижности равен единицы.

### Достоинства:

Обеспечивают большие передаточные числа при малых габаритах.

### Недостатки:

1. Сложность изготовления и сборки, т.к. требует повышенной точности.

2. Малый коэффициент полезного действия при больших передаточных числах, т.к. много пар трения.

Существует 4 основных схемы планетарного механизма

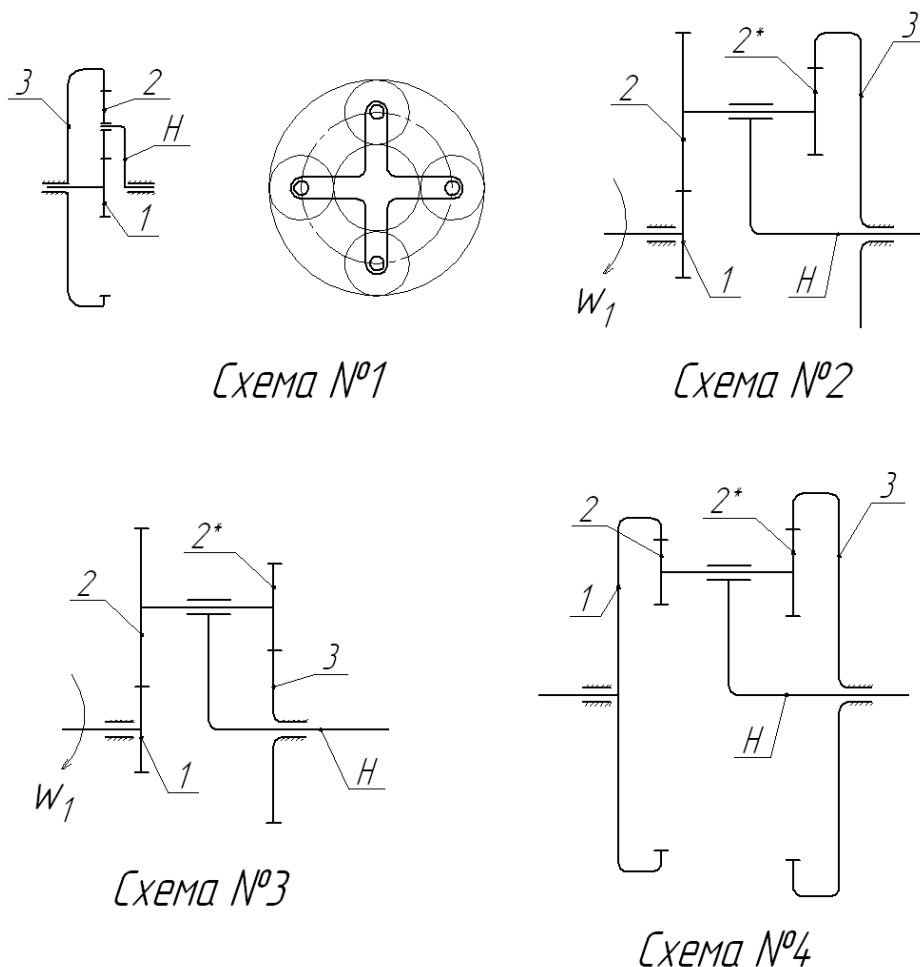


Рис. 4.16

## Определение передаточного числа планетарных механизмов

### 1. Метод обращенного механизма (метод Виллиса)

Всему механизму даем вращение с угловой скоростью  $w_H$  (делаем водило неподвижным)

Таблица 4.1

Номера звеньев	1	2	2'	3	H
Действительная угловая скорость	$w_1$	$w_2$	$w_2$	0	$w_H$
Угловые скорости во вращательном движении	$w_1 - w_H$	$w_2 - w_H$	$w_2 - w_H$	$-w_H$	0

$i_{1H}^3 = \frac{w_1}{w_H}$  Передаточное число от первого колеса к водилу при остановке оси 3

Во вращательном движении: передаточное число от 1-го колеса к 3-ему при остановке водила:

$$i_{13}^H = \frac{w_1 - w_H}{-w_H} = -\frac{w_1}{w_H} + 1$$

$$i_{1H}^3 = 1 - i_{13}^H$$

Формула пригодна для всех 4-х схем

### 2. Выразим передаточное число через число зубьев

Для 1-ой схемы:

$$i_{1H}^3 = 1 - i_{13}^H = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right) = 1 + \frac{z_3}{z_1}; \quad i_{1H}^3 = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

Для 2-ой схемы:

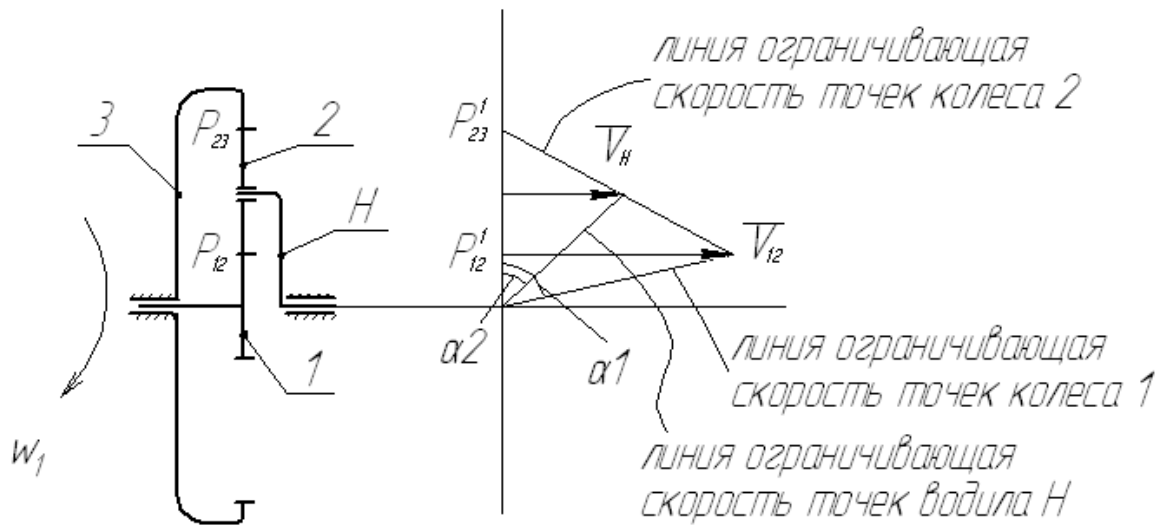
$$i_{1H}^3 = 1 - i_{13}^H = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right); \quad i_{1H}^3 = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$$

Для 3-й и 4-й схем:

$$i_{1H}^3 = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$$

**Кинематическое исследование планетарных механизмов  
методом планов(метод Смирнова)**

*Картина (план) линейных скоростей*



*Картина (план) угловых скоростей*

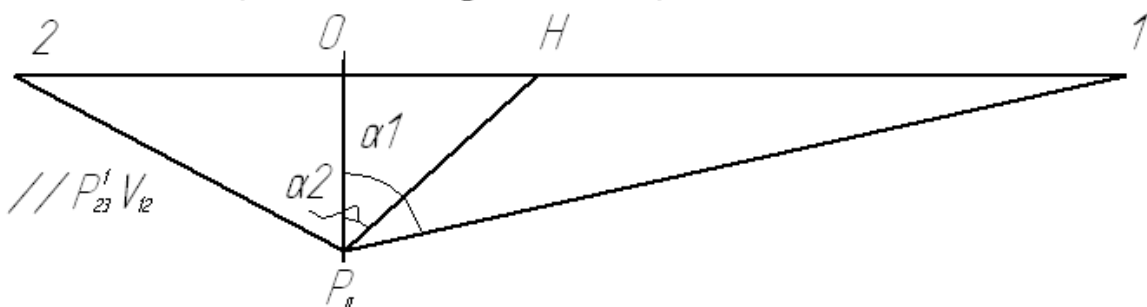


Рис. 4.17

Найдем линейную скорость в  $m.P_{12}$

$$V_{P_{12}} = w_1 r_1$$

Из  $m.P_{12}$  в масштабе  $\mu_v$  отложим скорость  $V_{P_{12}}$

Скорость  $V_{P_{23}} = 0$

Отрезок  $0I$  изображает угловую скорость  $1$ -го колеса в масштабе  $\mu_n$

$$\mu_n = \frac{n}{\text{отрезок}_{01}}$$

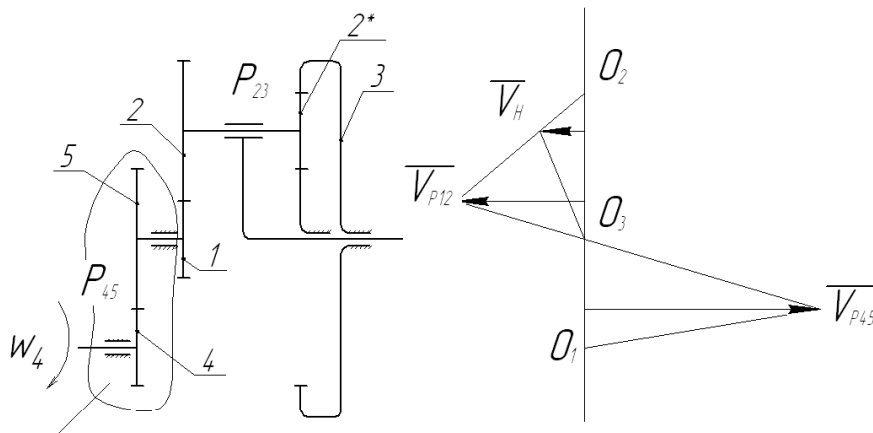
Для получения угловой скорости водила проведем под углом  $\alpha_2$

$$n_H = \text{отрезок}_{0H} \cdot \mu_n$$

$$n_2 = \text{отрезок}_{01} \cdot \mu_n$$

$$\mu = \frac{n_4}{\text{отрезок}_{04}}$$

*Картина (план) линейных скоростей*



*простая ступень,  
остальная - планетарная ступень*

*Картина (план) угловых скоростей*

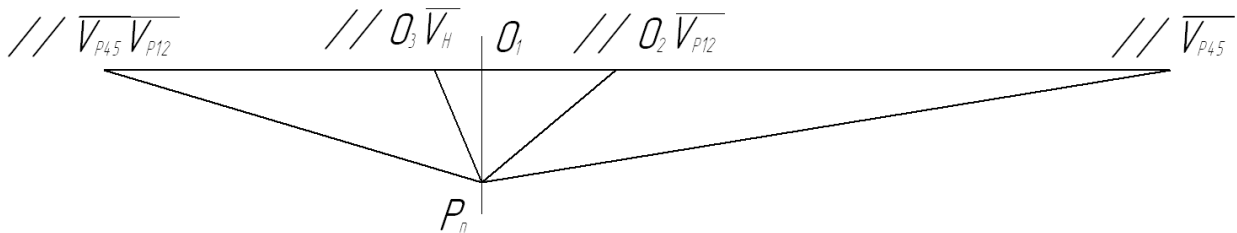


Рис. 4.18

$$n_4 = 04\mu_n$$

$$n_{2,2} = 022\mu_n$$

$$n_H = 0H\mu_n$$

$$n_{15} = 015\mu_n$$

## 4.6. Синтез планетарных механизмов

При проектировании планетарных механизмов необходимо выполнить 3 условия

1. Условие соосности
2. Условие соседства
3. Условие сборки

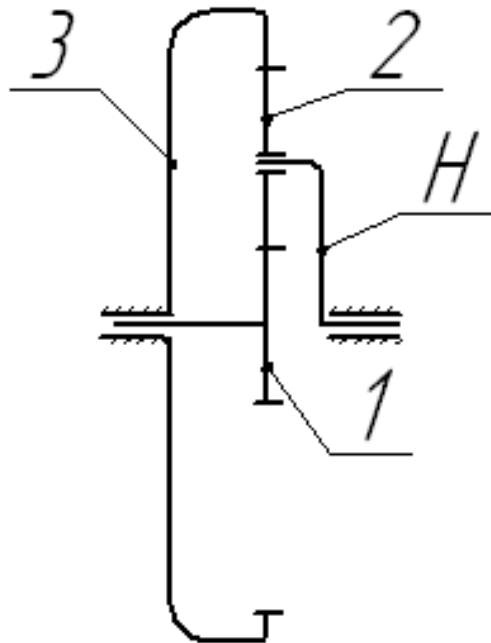


Рис. 4.19

Условие соосности требует, чтобы оси 1, 3 и водила лежали на одной линии

$$R_H = R_1 + R_2$$

$$R_H = R_3 - R_2$$

$$R_1 + R_2 = R_3 - R_2$$

$$R_1 + 2R_2 = R_3$$

Выразим  $R$  через число зубьев

Условие соосности для 1-й схемы:  $z_1 + 2z_2 = z_3$

Выразим условие соосности 2-й схемы

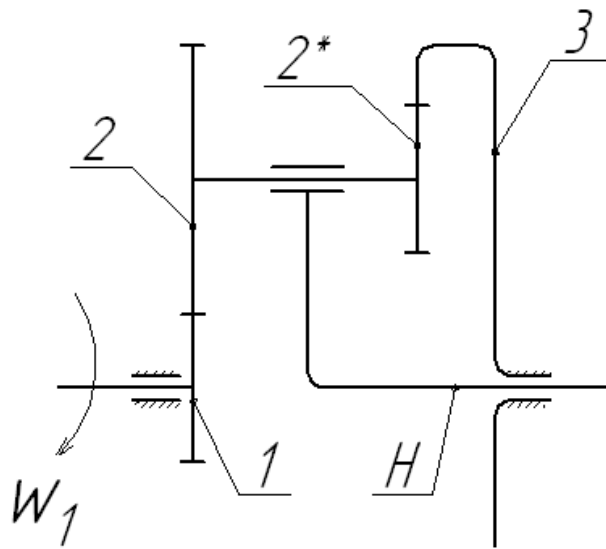


Рис. 4.20

$$R_H = R_1 + R_2$$

$$R_H = R_3 - R_2$$

$$R_1 + R_2 = R_3 - R_2$$

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2$$

Для третьей схемы:  $z_1 + z_2 = z_3 + z_2$

Для четвертой схемы:  $z_1 - z_2 = z_3 - z_2$

Условие соседства

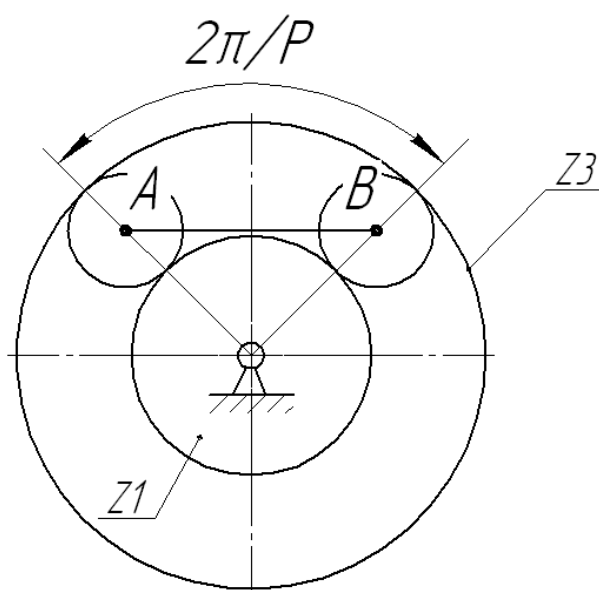


Рис. 4.21

где  $P$  – число сателлитов

$$AB > D_{e\_САТЕЛЛИТОВ}$$

$$AB = (R_1 + R_{САТ.}) \cdot \sin \frac{\pi}{P} \cdot 2 > D_{e\_САТЕЛЛОВ}$$

Выразим  $R$  и  $D$  через число зубьев

$$(z_1 + z_{САТ.}) \cdot \sin \frac{\pi}{P} > z_{САТ.} + 2 \text{ - условие соседства}$$

Условие сборки

$$\frac{z_1 + z_3}{P} = K$$

где  $K$  – целое число

При внешнем зацеплении: если  $Z_{min}$  равен или превышает 17, то заклинивание не произойдет.

При внутреннем зацеплении: если  $Z_{САТ.}$  равен или превышает 27, то возможна интерференция (головка зуба сателлита вдавливается в головку зуба коренного колеса).

Подбор чисел зубьев для зубчатых колес планетарных механизмов

$$\mu_v = \frac{V_1}{\text{отрезок}(P_{12}V_{12})} \left[ \frac{м}{сек \cdot мм} \right]$$

$$\mu_n = \frac{n_1}{\text{отрезок}(O1)} \left[ \frac{об}{мин \cdot мм} \right]$$

Подбор чисел зубьев колес редуктора

$$i_{общ} = \frac{n_{дв}}{n_{раб}} = \frac{n_5}{n_1} = i_{пл} \cdot i_{пр}$$

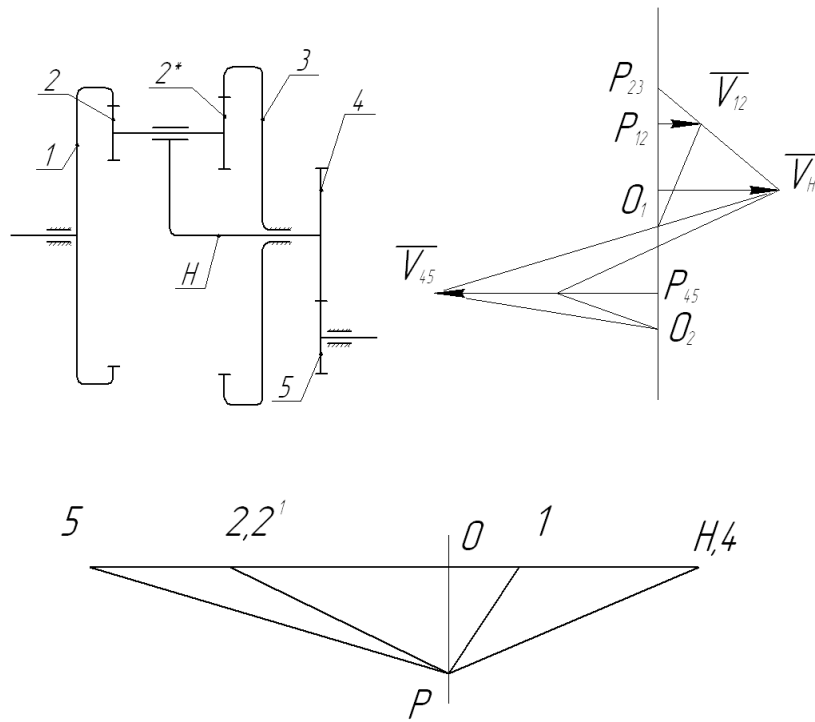


Рис. 4.22

$$i_{i\delta} = \frac{z_4}{z_5} = 1,5 \dots 2,5$$

$$z_4 = z_5 i_{i\delta}$$

$z_5 > 17$  – задаемся  $i_{i\delta} = \frac{i_{i\delta}^{\text{зад}}}{i_{i\delta}}$

Данная схема планетарного редуктора может применяться в качестве ступенчатого редуктора только при ведущем водиле «H», поэтому

$$i_{i\delta} = i_{H,1}^3 = \frac{1}{i_{1,H}^3}; \quad i_{1,H}^3 = \frac{1}{i_{i\delta}} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$$

Обозначим:  $\frac{z_2}{z_1} = x$

$$\frac{z_3}{z_2'} = y; \quad i_{1,H}^3 = 1 - xy$$

задаемся  $1 < y < 5$



$$x = \frac{1 - \frac{1}{i_{nl}}}{y}; \quad z_1 = \frac{z_2}{x}$$

$z_2 > 20$  – задаемся При одном сателлите и  $m_1 = m_2 = m_2' = m_3$  имеем

$$z_1 - z_2 = z_3 - z_2'$$

$$z_1(1-x) = z_2(y-1)$$

$$z_2' = \frac{1-x}{y-1} \cdot z_1 \geq 20$$

$$z_3 = z_2 \cdot y$$

Проверка

$$z_1 - z_2 = z_3 - z_2'$$

$$i_{nl} = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}}; \quad i_{общ} = i_{nl} \frac{z_4}{z_5}$$

Погрешность не более 5-10%

## Дифференциальные механизмы

Дифференциальные механизмы относятся к механизмам с подвижными осями, имеющими степень подвижности 2 и более.

Применяется:

1. Для разложения одного движения на несколько независимых движений.
2. Для сложения несколько независимых движений в одно движение

Возьмем механизм с тремя валами

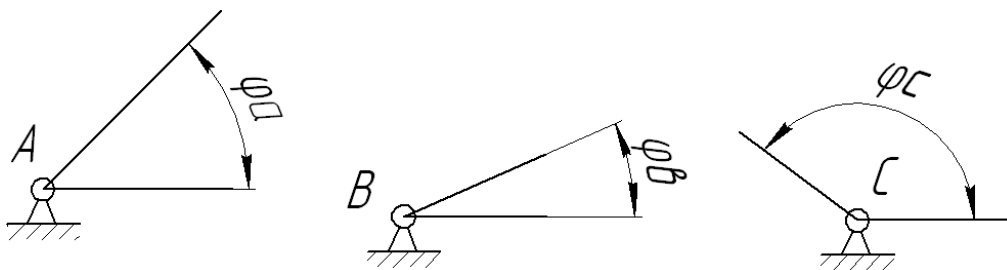


Рис. 4.23

Предположим, что движение валов можно сложить.

$$\varphi_c = f(\mu_A \cdot \mu_B)$$

$$\frac{d\varphi_c}{dt} = \frac{df}{d\varphi_A} \cdot \frac{d\varphi_A}{dt} + \frac{df}{d\varphi_B} \cdot \frac{d\varphi_B}{dt}$$

$$\frac{d\varphi_A}{dt} = w_A; \quad \frac{d\varphi_B}{dt} = w_B; \quad \frac{d\varphi_C}{dt} = w_C$$

тогда

$$\frac{d\varphi_c}{dt} = \frac{df}{d\varphi_A} \cdot w_A + \frac{df}{d\varphi_B} \cdot w_B$$

Надо задаться граничными условиями, чтобы найти значение частных производных.

$$w_A = 0$$

$$w_C = \frac{df}{d\varphi_B} \cdot w_B$$

$$\frac{df}{d\varphi_B} = \frac{w_C}{w_B} = i_{CB}^A$$

$$w_B = 0$$

$$w_C = \frac{df}{d\varphi_A} \cdot w_A$$

$$\frac{df}{d\varphi_A} = \frac{w_C}{w_A} = i_{CA}^B = i_{CA}^B \cdot w_A$$

Подставим значение частных производных

$$w_c = i_{CA}^B \cdot w_A + i_{CB}^A \cdot w_B$$

Уравнение для определения угловой скорости при сложение 2-х неизвестных движений

Рассмотрим схему автомобильного дифференциала

$$z_1 = z_2 = z_3$$

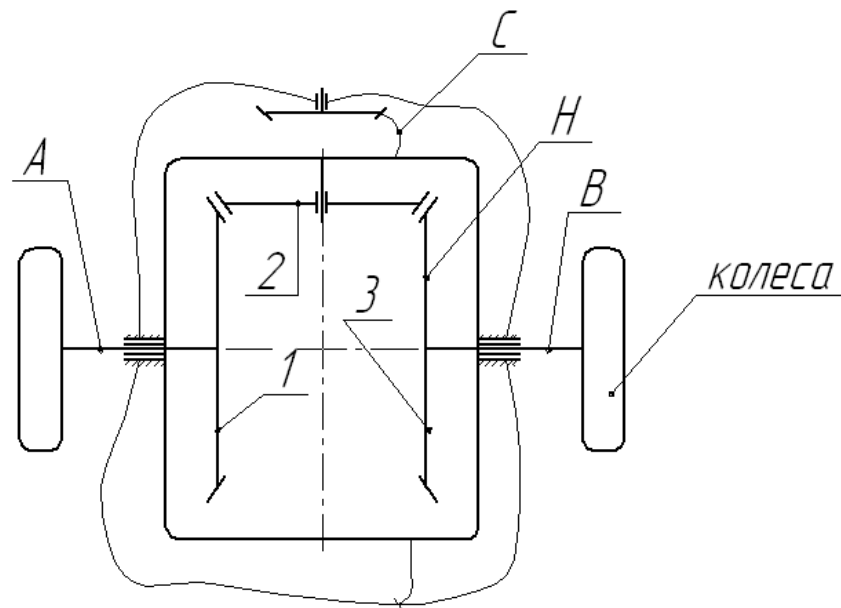


Рис. 4.24

$C$  – водило  $H$ ;  $A$  – звено 1;  $B$  – звено 3

$$w_H = i_{H1}^3 \cdot w_1 + i_{H3}^1 \cdot w_3$$

$$i_{H1}^3 = \frac{1}{i_{1H}^3} = \frac{1}{1 - i_{13}^H} = \frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_1}} = 0,5$$

$$i_{H3}^1 = \frac{1}{i_{3H}^1} = \frac{1}{1 - i_{31}^H} = \frac{1}{1 + \frac{z_1}{z_3}} = 0,5$$

Подставим значение (0,5) в формулу

$$w_H = 0,5w_1 + 0,5w_3$$

Допустим:  $w_1 = 0$ , тогда  $w_H = 0,5w_3$

$$w_3 = 2w_H$$

## Глава 5. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит звено называемый кулачок.

Кулачок – звено, форма элемента которого выбирается из условия обеспечения необходимого закона движения ведомого звена.

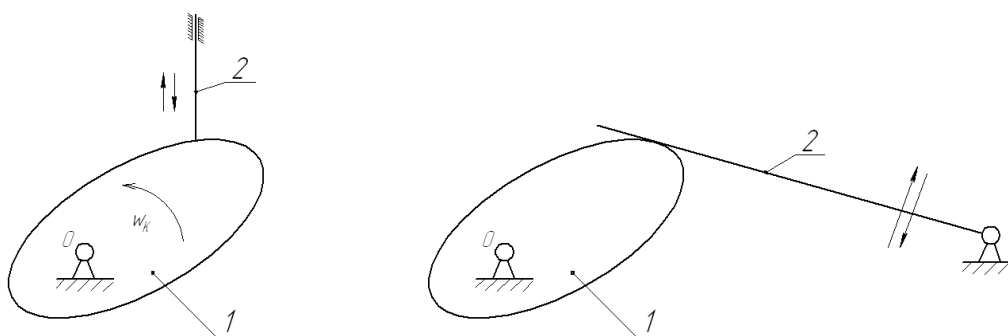


Рис. 5.1

*1 – кулачок; 2 – штанга; 0 – стойка*

Если звено (2 – штанга) совершает возвратно – поступательное движение, то оно называется толкателем, если вращательное – коромыслом.

### Достоинство:

1. Возможность получения любого наперед заданного закона движения

2. Простота конструкции

### Недостатки:

1. Сложность изготовления

2. Быстрый износ поверхности (т.к. высшая кинематическая пара – касание по линии и точки)

### Кулачковые механизмы делятся:

1. Плоские

2. Пространственные

### По виду замыкания:

1. С силовым замыканием (под действием силы веса или пружины)
2. С геометрическим замыканием.

Плоские кулачковые механизмы изготавливаются по 4-м схемам.

1. Схема: возвратно – поступательное движение кулачка преобразуется в возвратно – поступательные движения толкателя

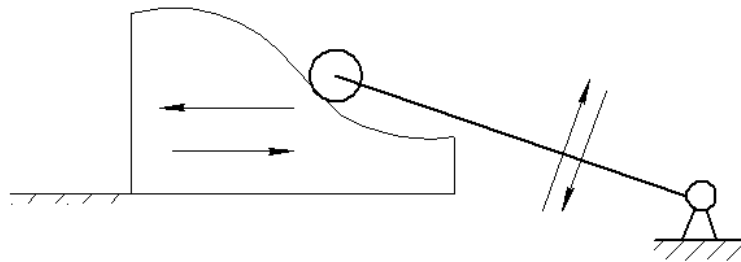


Рис. 5.2

2. Схема: возвратно – поступательное движение кулачка преобразуется во вращательное движения коромысла

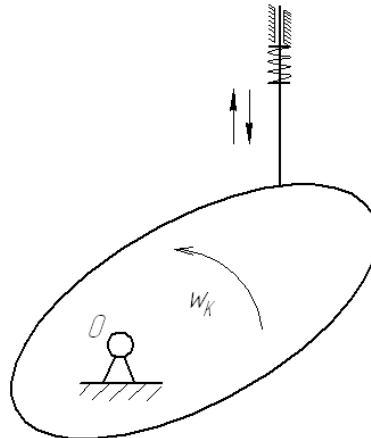


Рис. 5.3

3. Схема: вращательное движения кулачка преобразуется во возвратно – поступательное движение толкателя

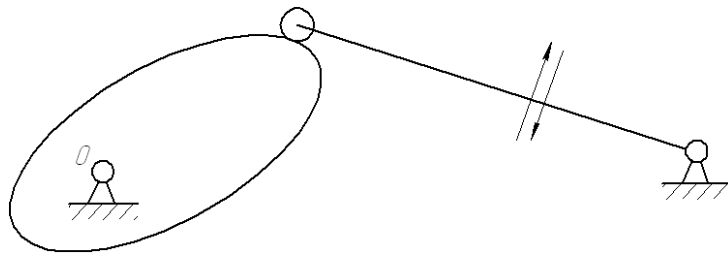


Рис. 5.4

4. Схема: вращательное движения кулачка преобразуется во вращательное движения коромысла

Применение: во всех автоматических устройствах и системах.

Анализ сил в действующих кулачковых механизмах

Угол давления

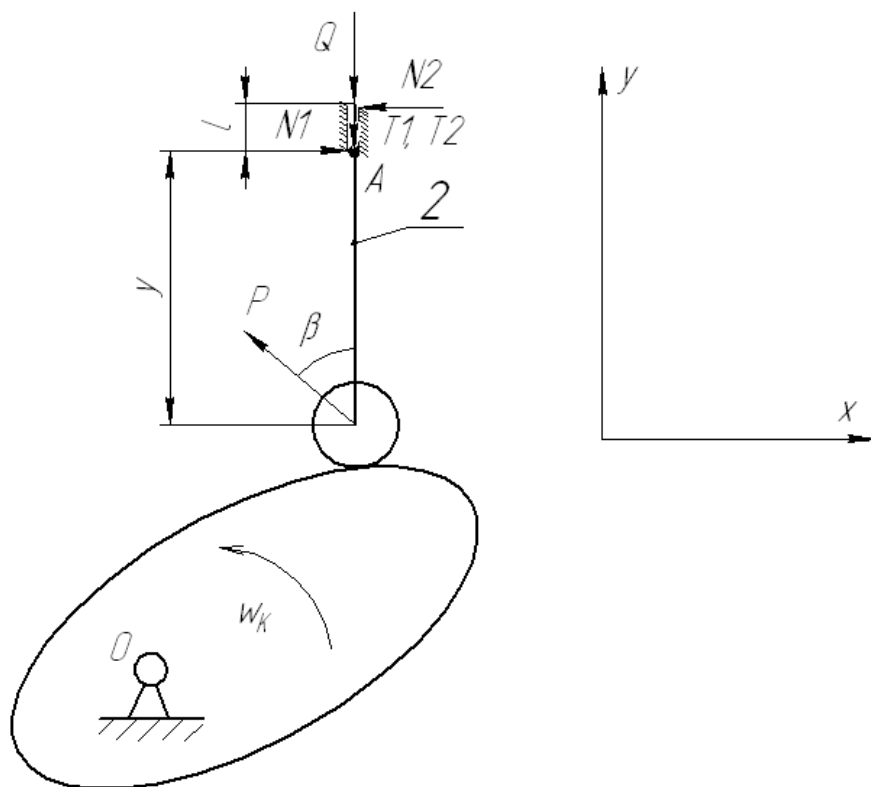


Рис5.5

$Q$  – равнодействующая сила веса толкателем, сил инерции и сил полезного сопротивления.

$N_1$  и  $N_2$  – реакции

$T$  – приведенные силы сопротивления, учитывающие полезные сопротивления.

Спроектируем силы на ось  $X$

$$\Sigma X=0$$

$$N_1 - N_2 - P \sin \beta = 0$$

Спроектируем силы на ось  $Y$   $\Sigma Y=0$

$$P \cos \beta - T_1 - T_2 - Q = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma MA = 0$$

$$PY \sin \beta - N_2 l = 0$$

Рассмотрим уравнение:

$$N_2 = P \sin \beta \frac{y}{l} \text{ подставим в}$$

$$N_1 - P \sin \beta \frac{y}{l} - P \sin \beta = 0$$

$$N_1 = P \sin \beta \left( 1 + \frac{y}{l} \right)$$

$$T_1 = N_1 f; T_2 = N_2 f$$

$f$  – коэффициент трения.

Подставим  $T_1$  и  $T_2$  во (2)

$$P \cos \beta - N_1 f - N_2 f - Q = 0$$

$$P \cos \beta - P \sin \beta \left( 1 + \frac{y}{l} \right) f - P \sin \beta \frac{y}{l} f - Q = 0$$

Выразим  $P$  из

$$P = \frac{Q}{\cos \beta - f \sin \beta \left( 1 + \frac{2y}{l} \right)}$$

Заклинивание происходит, если  $P$  будет бесконечно, т.е. при знаменателе равен нулю

$$\cos \beta - f \sin \beta \left( 1 + \frac{2y}{l} \right) = 0$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{f \left( 1 + \frac{2y}{l} \right)}$$

угол  $\beta$  берется примерно в 2 раза меньше критического  $\beta$  – угол давления, при  $\beta=0$ ,  $P=Q$

В случае ролик опирается на плоскость или на круг.

### 5.1. Синтез кулачковых механизмов

Разделяется на 3 этапа:

1. Выбор закона движения толкателя
2. Определение основных размеров звеньев кулачкового механизма
3. Профилирование кулачка

#### Выбор закона движения толкателя

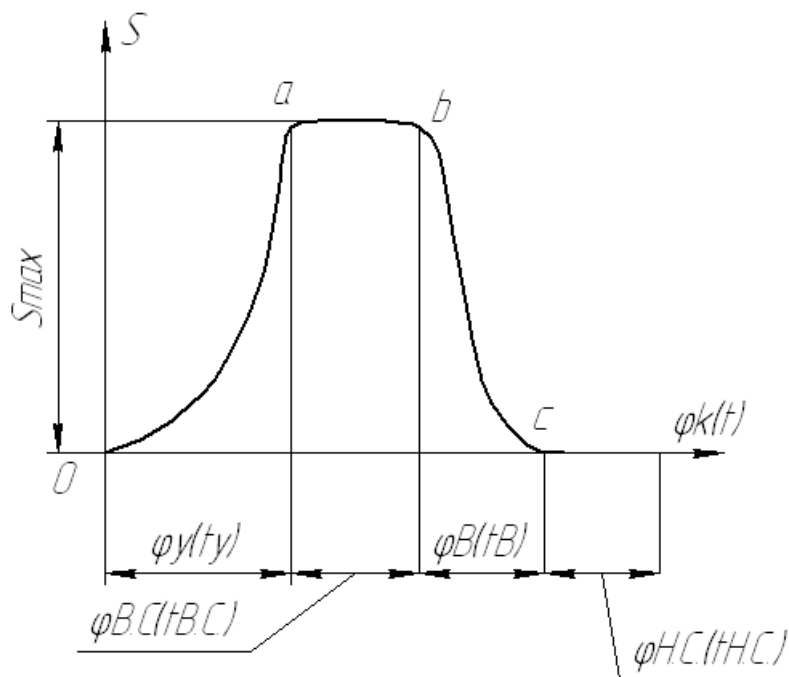


Рис. 5.6



Все движения толкателя можно поделить на 4 фазы:

а) удаление толкателя

Во время этой фазы происходит движение толкателя от начального положения до крайнего верхнего положения на величину  $S_{max}$ . Угол поворота кулачка  $\varphi_U$  – удаление

Время поворота кулачка на  $\varphi_{УДАЛ}$  –  $t_{УДАЛЕНИЯ}$ .

б) верхнее стояние толкателя

$\varphi_{В.С.}$  – угол верхнего стояния толкателя

$t_{В.С.}$  – время верхнего стояния

в) возвращение толкателя

$\varphi_B$  – угол возвращения

$t_B$  – время возвращения

г) фаза нижнего стояния

$\varphi_{Н.С.}$  – угол нижнего стояния толкателя

$t_{Н.С.}$  – время нижнего стояния

$$\varphi_U + \varphi_{В.С.} + \varphi_B + \varphi_{Н.С.} = 2\pi (360^\circ)$$

$$t_U + t_{В.С.} + t_B + t_{Н.С.} = T \text{ (время оборота кулачка)}$$

Закон движения толкателя задается технологическими процессами, для выполнения которых проектируется кулачковой механизм на всех 4-х фазах.

Форма участков  $oa$  и  $bc$  – произвольная, т.е. не влияет на выполняемый техпроцесс (выбирается как проще и как можно меньше ударная нагрузка – такова форма участков  $oa$  и  $bc$ ) – минимум инерционной нагрузки.

### **Законы ускорений**

Исследуем закон движения толкателя с постоянной скоростью (*график 1*).

Здесь т.к. ускорение в начале бесконечно положительно, а в конце бесконечно отрицательно, то механизм работает с жесткими ударами.

Равноускоренное движение толкателя (*график 2*). Здесь величины ускорений имеют конечную величину, т.е. кулачковый механизм будет работать с мягкими ударами.

Синусоидальный закон движения

Достигается самая плавная работа механизма.

Недостаток – медленно нарастает скорость движения в начальный период.

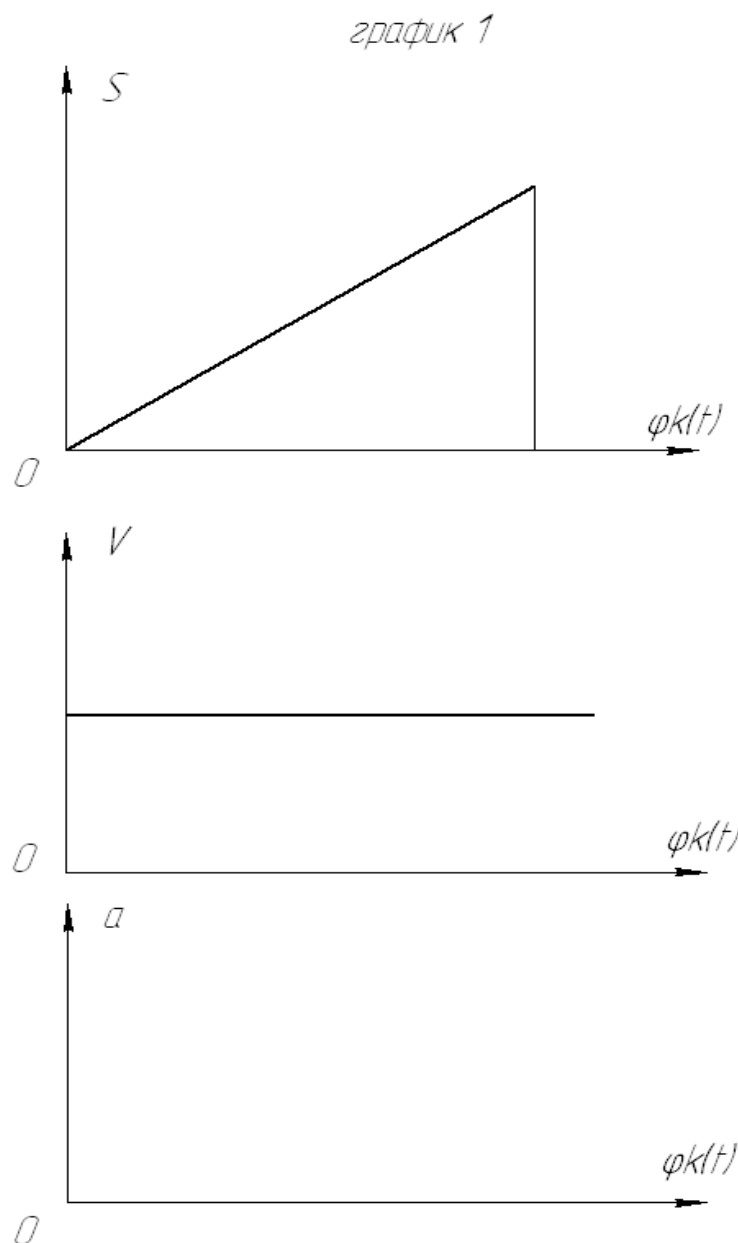


Рис. 5.7

график 2

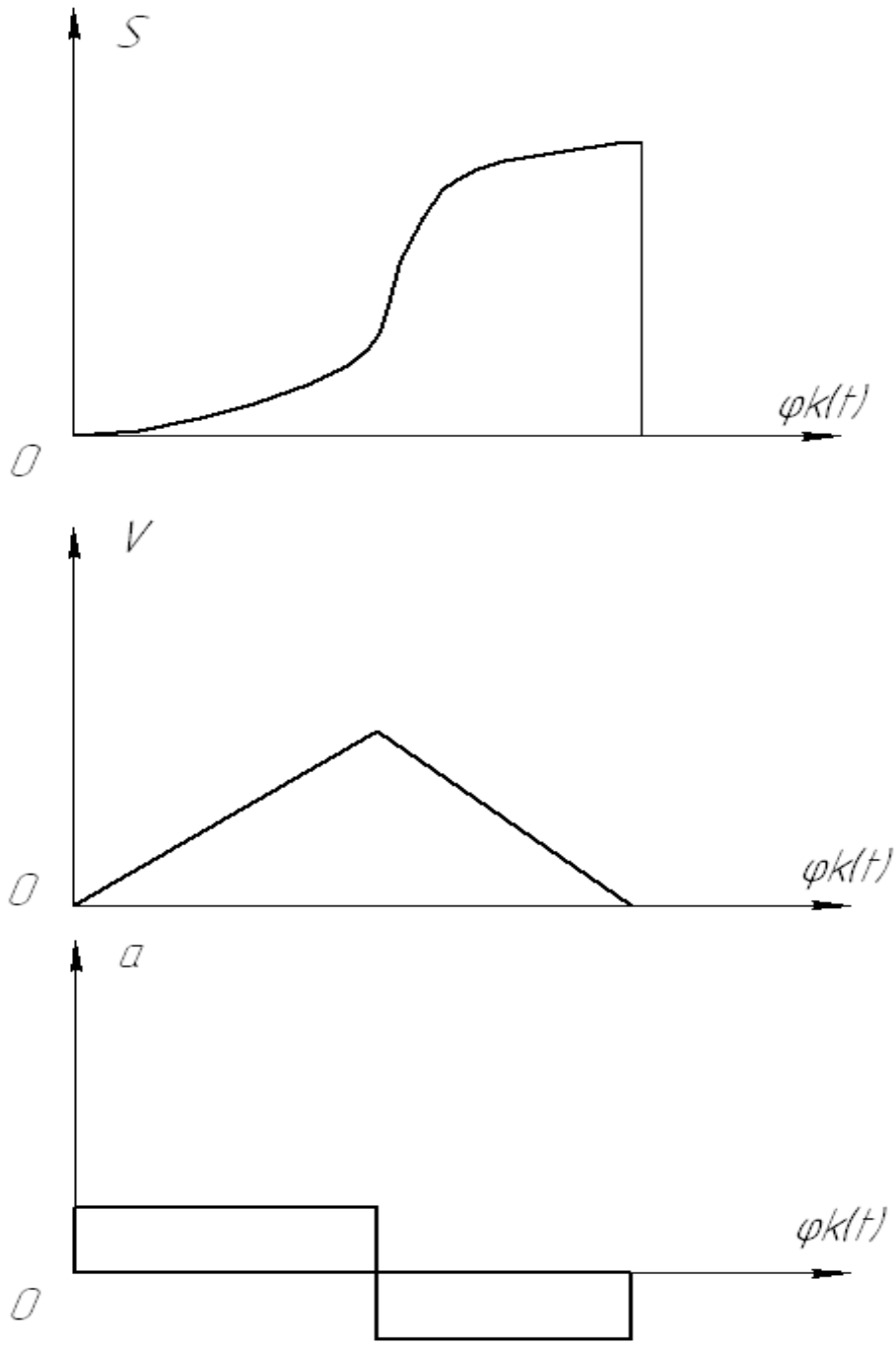


Рис. 5.8

график 3

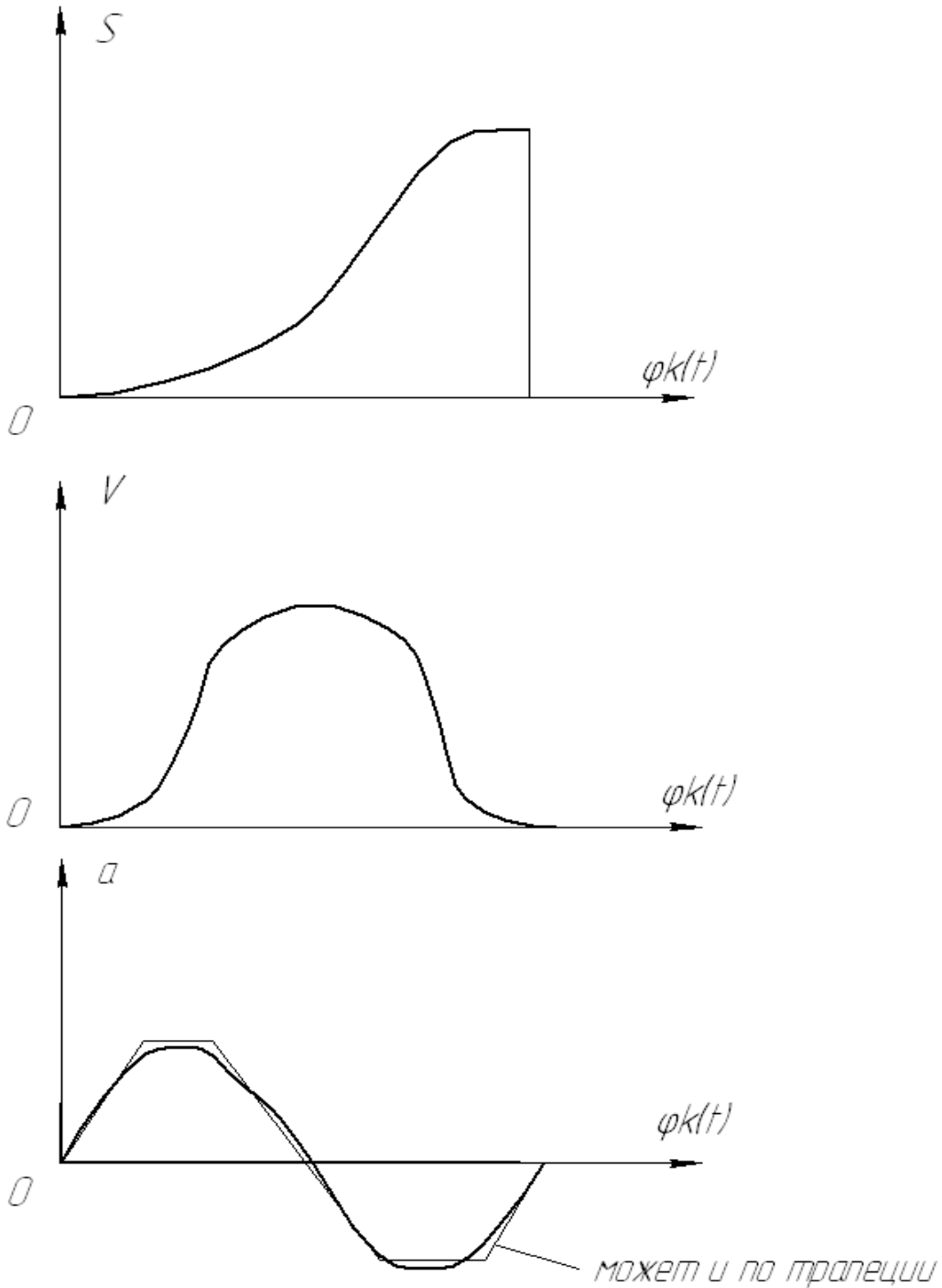


Рис. 5.9

Определение закона движения производится следующим образом:

1. Задается законом ускорения толкателя
2. Графически интегрируют закон ускорения толкателя и получают закон изменения скорости толкателя.

3. Графически интегрируют закон изменения скорости толкателя и полученного закон движения (пути) толкателя (график пути).

### Определение основных размеров звеньев кулачковых механизмов

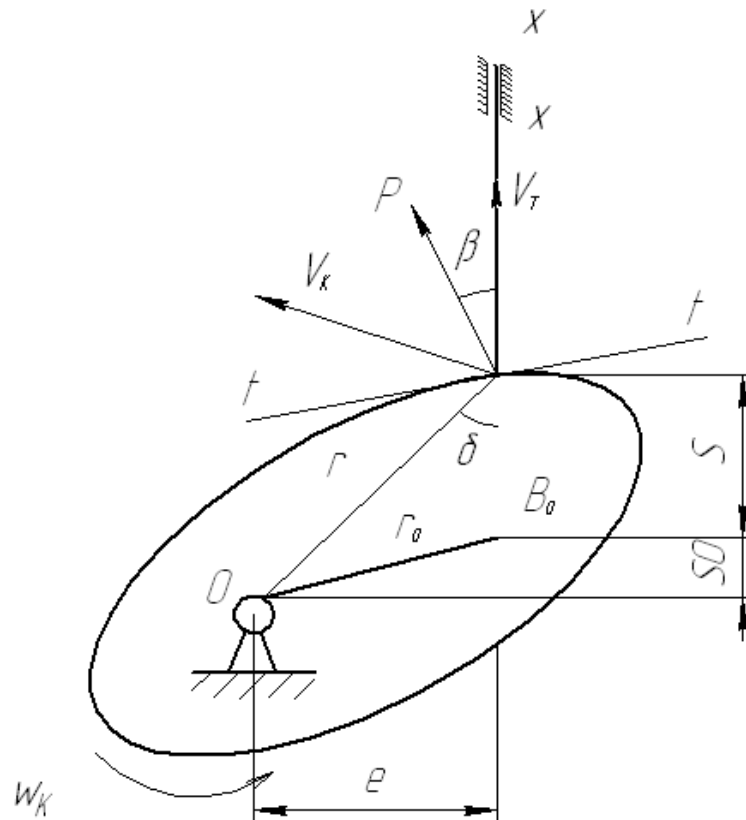


Рис. 5.10

Размеры кулачка будем определять из условия обеспечения допускаемого угла давления.

$B_0$  – самая нижняя точка толкателя

$r_0$  – минимальный радиус кулачка (радиус начальной шайбы)

$OB_0 = r_0$

$OB = K$

Проведем касательную в  $m.B$ .  $e$  – эксцентриситет

Методом планов составим скорость движения толкателя

$$V_T = V_K + V_{TK}$$

$$V_T = V_{X-X} + V_{TX-X}$$

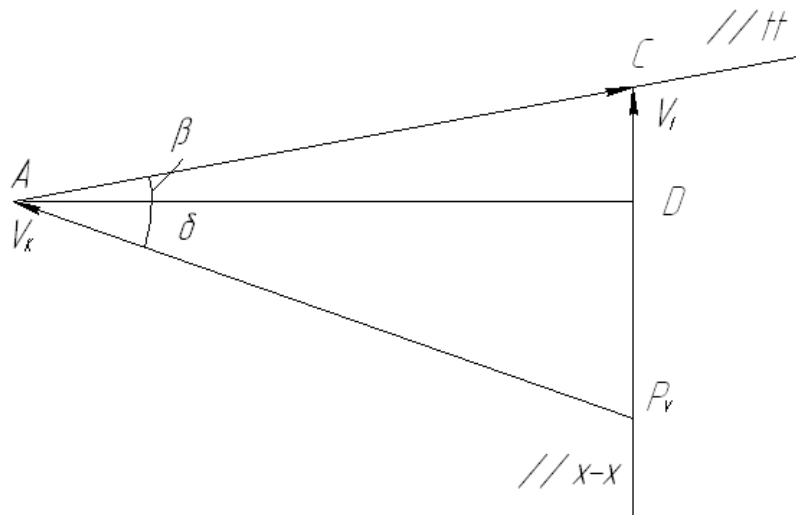


Рис. 5.11

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{CD}{AD} = \frac{V_T - V_K \sin \delta}{V_K \cos \delta} = \frac{V_T - w_K r \sin \delta}{w_K r \cos \delta} = \frac{V_T - w_K e}{w_K (S_0 + S)} = \frac{V_T - e}{S_0 + S} \frac{w_K}{w_K}$$

$$V_K = w_K r$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V_T - e}{S_0 + S} \frac{w_K}{w_K}$$

$$\beta_{\text{MAX}} < \beta_{\text{ДОП}}$$

где  $w_K (+)$  – если вращается против часовой стрелки

$e (+)$  – если вправо от оси вращения кулачка

$V_T (+)$  – если толкатель идет вверх

$\beta_{\text{MAX}} (+)$ , если слева

$(-)$ ,  $\beta_{\text{MAX}} = \beta_{\text{ДОП}}$  (справа) – самое большое значение справа от толкателя.

$$\operatorname{tg} \beta_{\text{MAX}} = \frac{V_{K\text{MAX}} - e}{S_0 + S_M} \frac{w_K}{w_K}$$

$S_M$  – ход толкателя в момент достижения толкателем максимальной скорости.

$$tg\beta_{MIN} = \frac{\frac{V_{TMIN}}{w_K} - e}{S_0 + S_M}$$

$S_M$  – ход толкателя в момент достижения толкателем минимальной скорости

$$tg\beta_{ДОП} \geq tg\beta_{MAX}$$

$$tg\beta_{ДОП} \geq \frac{\frac{V_{TMAX}}{w_K} - e}{S_0 + S_M}$$

Преобразуем путем умножение (1) и (2) на  $S_0 + S_M$

Потом вычтем полученные выражение друг из друга

$$e = \frac{V_{T.MAX} + V_{T.MIN}}{2w_K} - (S_M - S_m)tg\beta_{\ddot{a}i\ddot{i}}$$

Для нахождения  $S_0$  сложим полученные выражения (смотри выше)

$$S_0 \geq \frac{V_{T.MAX} + V_{T.MIN}}{2w_K tg\beta_{\ddot{a}i\ddot{i}}} - \frac{S_M + S_m}{2}$$

$$r_0 = \sqrt{S_0^2 + e^2}$$

Все это справедливо для кулачковых механизмов с возвратно – поступательным движением толкателя и с геометрическим замыканием

При силовом замыкании (пружина)

$$S_M = 0 \quad V_{Tmin} = 0$$

Определение минимального радиуса кулачка графическим методом

$e=0$  центральный кулачковый механизм

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\frac{V_T}{w_K}}{S_0 + S}$$

Пользуясь этой формулой находит минимальный радиус кулачка графическим методом.

Разбив на ряд частей. Для каждого положения кулачка рассчитаем отношение  $\frac{V_T}{w_K}$

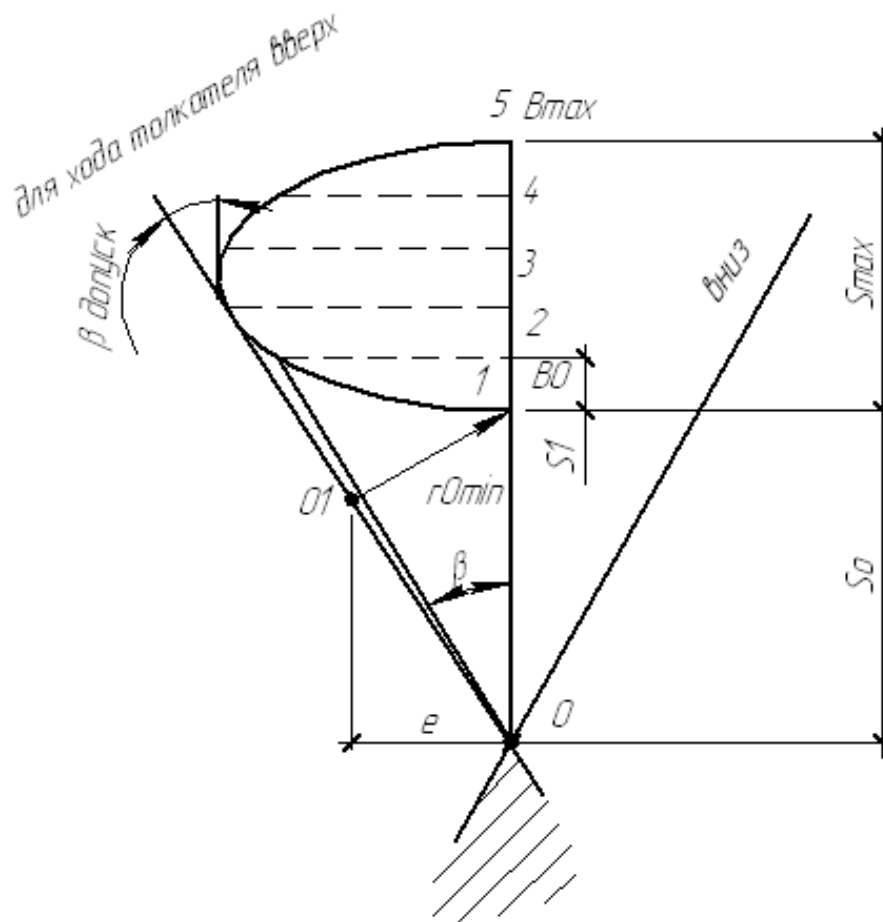


Рис. 5.12

Из *т. 1, 2, 3, 4, 5...* откладывают значения отношения  $\frac{V_T}{w_K}$ . Для определения направления в которую нужно отложить отношение  $\frac{V_T}{w_K}$  вектор  $V_T$  необходимо повернуть на  $90^\circ$  по направлению  $w_K$ .

Концы отрезков соединяют плавной кривой.

Если с геометрическим замыканием строят и вниз (влево)



1. Для определения минимального радиуса кулачка проводим касательную к диаграмме отношений  $\frac{V_T}{w_K}$  под углом  $\beta_{ДОП}$

2. Положение центра ( $O$ ) необходимо выбрать так, чтобы углы давления  $\beta_i$  не превышали  $\beta_{ДОП}$ , т.е.  $tg\beta_{ДОП} \geq tg\beta_i$

Для центрального кулачкового механизма

$$r_0 = OB_0$$

Минимально брать по перпендикулярна к линии от  $m.B_0$

$$r_{0MIN} = O_1B_0$$

## 5.2. Профилирование кулачка (построение профиля)

Пусть дана диаграмма перемещения толкателя и радиус начальной шайбы (минимальный радиус кулачка).

А Для центрального кулачкового механизма

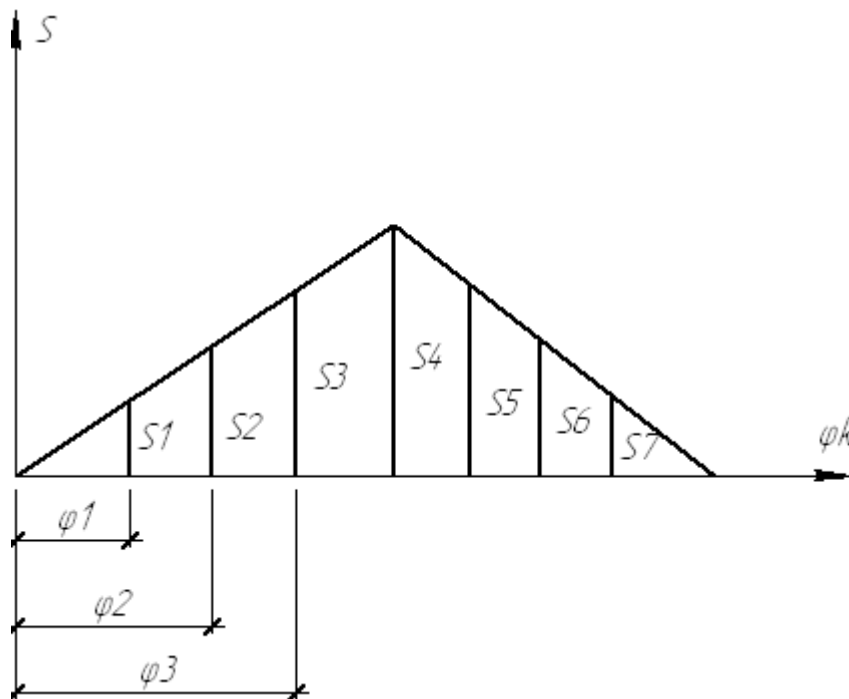


Рис. 5.13

Разбиваем траекторию движения кулачка на несколько равных частей.

За угол  $\varphi_1$  толкателя поднимают на  $S_1$

Выбираем центр кулачка  $O$  и радиусом  $r_{0min}$  проводим окружность из центра  $O$ .

Дадим всему механизму угловую скорость ( $- \omega_K$ )

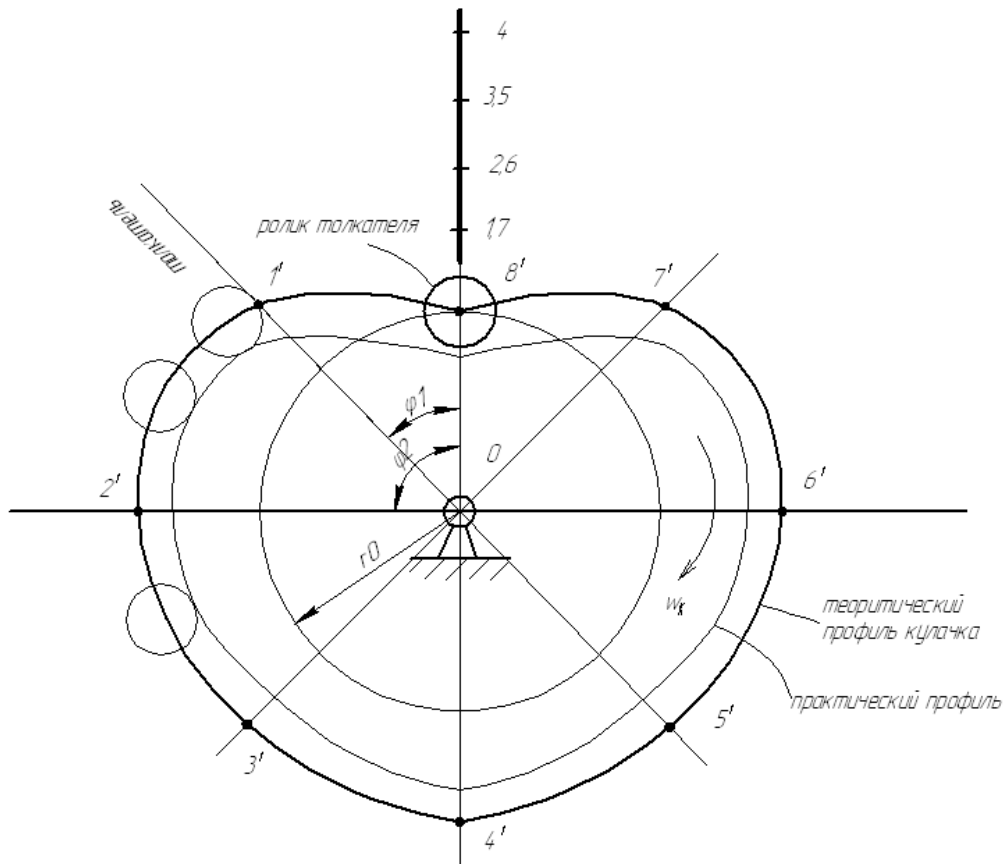


Рис. 5.14

Если толкатель без ролика, то теоретическая будет практическая.

$$S_1 = B_01$$

$$S_2 = B_02$$

$$S_3 = B_03$$

$$S_4 = B_04$$

Для внецентренного кулачкового механизма

Диаграмму пути разбиваем так же на равные отрезки (рассмотрим ту же диаграмму)

Откладываем в нужную сторону  $e$ . Выбираем центр вращения кулачка  $O_1$

Из центра вращения  $O_1$  проводим окружность радиусом  $r_0$ . Ось толкателя все время остается касательной к окружности радиуса  $e$ . В

т. $B_0$  – самое нижнее положение толкателя. В 1-м положении конец толкателя удален на  $S$ , по касательной.

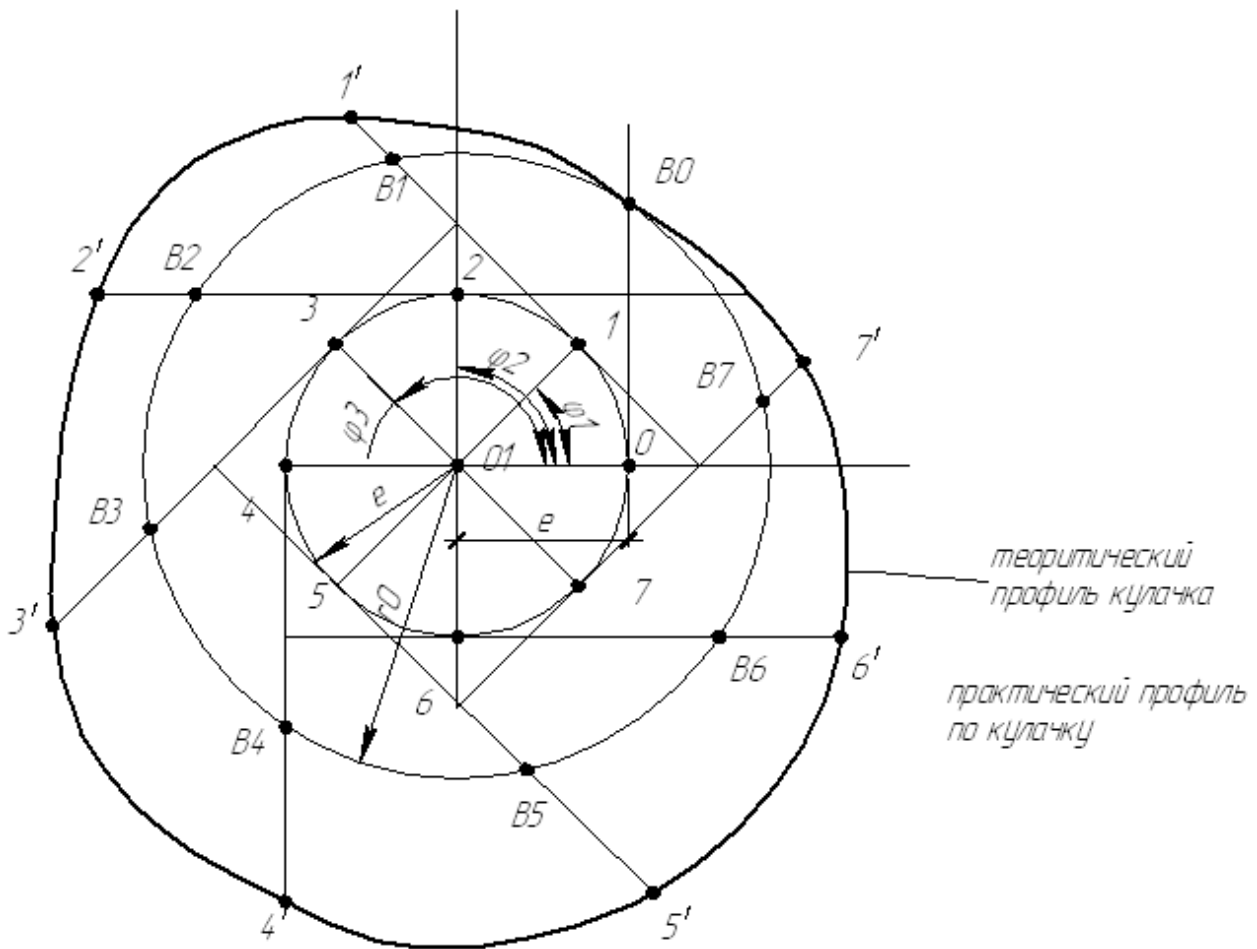


Рис. 5.15

Проводим касательные к точкам  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ . От т. $B_1$  откладываем отрезки равные  $S_1=B_1I'$  и т.д.

$$B_1I' = S_1$$

$$B_2I' = S_2$$

$$B_3I' = S_3$$

$$B_4I' = S_4$$

$$B_5I' = S_5$$

$$B_6I' = S_6$$

$$B_7I' = S_7$$

## Глава 6. ТРЕНИЕ В МЕХАНИЗМАХ

### 6.1. Виды трения

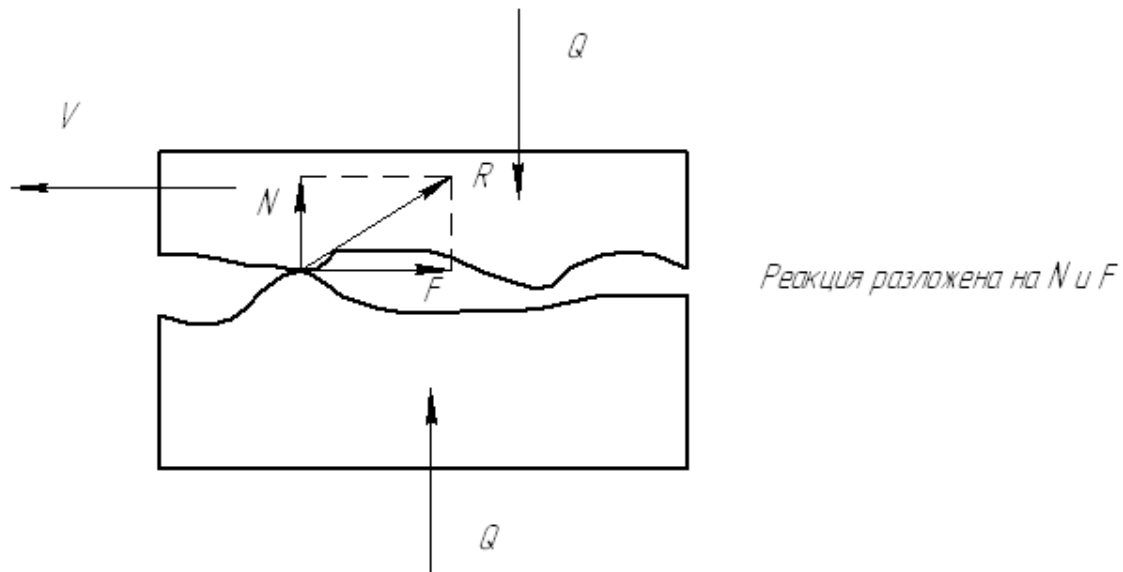


Рис. 6.1

Трение в зависимости, от относительного движения трущихся поверхностей подразделяется на:

- трение скольжения
- трения качения

Скольжение – поступательное движение. Качение – качение одного по другому.

Трение скольжения имеет 4 вида:

1. **Жидкостное.** Трение существует тогда, когда трущиеся поверхности разделены слоем жидкости (смазки)
2. **Сухое.** Когда трущиеся поверхности непосредственно соприкасаются друг с другом
3. **Полужидкое** Преобладающая часть трущихся поверхностей разделены слоем жидкости
4. **Полусухое.** Преобладающая часть трущихся поверхностей непосредственно касаются друг друга

При изучении явления трения были сделаны следующие выводы:

1. Сила трения пропорциональна нормальному давлению
2. Сила трения зависит от материала и состояния трущихся поверхностей
3. Сила трения не зависит от площади трущихся поверхностей
4. Сила трения почти не зависит от скорости относительного движения трущихся поверхностей
5. Сила трения покоя больше чем, сила трения движения

Сила трения определяется по закону Амонтона – Кулона

$$F = f \cdot N$$

где  $F$  – сила трения;

$f$  – коэффициент трения скольжения

$N$  – сила нормального давления

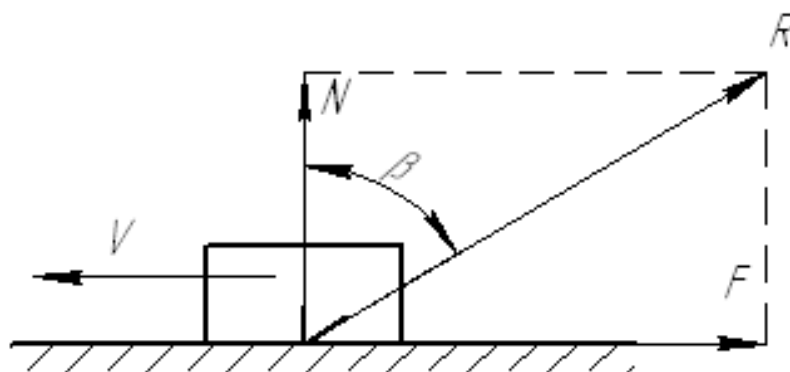


Рис. 6.2

### Трение в поступательной паре

Ползун начнет двигаться в тот момент, когда:

$$\bar{P}' = \bar{F}_{0mp} - \text{движение}$$

$$P' = P \cdot \sin \varphi_0$$

$$F_{0mp} = P'' \cdot f_0$$

где  $f_0$  – коэффициент трения покоя

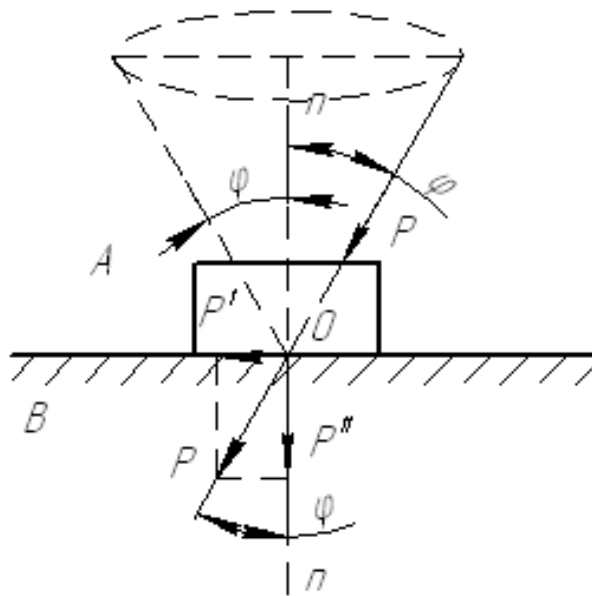


Рис. 6.3

$$P'' = P \cdot \cos \varphi_0 f_0$$

$$f_0 = \operatorname{tg} \varphi_0 - \text{движение}$$

Ползун начнет двигаться по направляющим в тот момент, когда

$$\operatorname{tg} \varphi < f_0 = \text{коэффициенту трения покоя}$$

Конус, образованный вращением угла  $\varphi_0$  относительно  $n-n$  называется конусом трения.

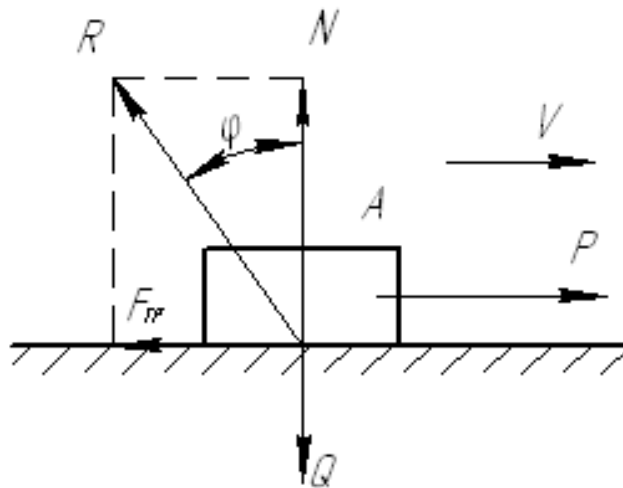


Рис. 6.4

Ползун  $A$  движется по направляющей  $B$  со скоростью  $V$

Задан коэффициент трения движения  $f$

Полная реакция состоящая из нормальной составляющей –  $N$  и силы трения –  $F$

$$R = \sqrt{N^2 + F^2} = \sqrt{N^2 + N^2 \cdot f^2} = N \cdot \sqrt{1 + tg^2 \varphi} = N \cdot \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$R \cos \varphi = N$$

Полная реакция  $R$  отклоняется от нормальной составляющей в сторону, противоположную направлению движения на угол равный углу трения движения  $\varphi$

### Трения во вращательной паре

Вал вращается во втулке. На вал действует сила –  $Q$ .  $K$  – точка контакта,  $R$  – реакция

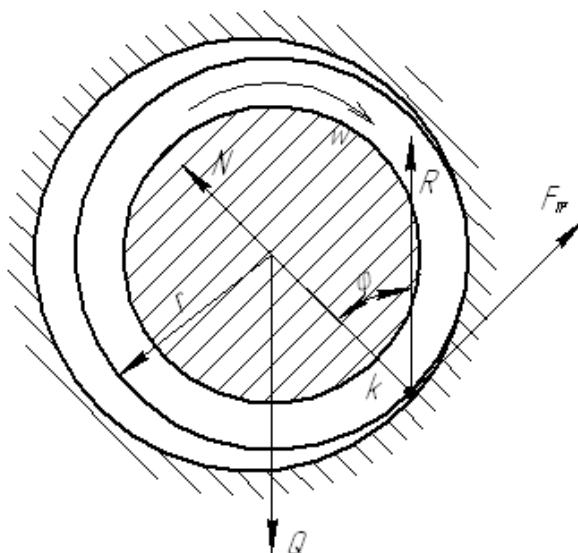


Рис. 6.5

Движущий момент уравнивается моментом трения

$$M_{TP} = F_{TP} \cdot r = N \cdot f \cdot r = R \cdot \cos \varphi \cdot f \cdot r = Q \cdot \cos \varphi \cdot f \cdot r = Q \cdot \rho$$

Чтобы было равновесие  $Q$  должна быть равной  $R$ . Заменяем коэффициент трения скольжения через  $tg \varphi$ . Если в разные стороны,

то, круг радиусом  $\rho$  называется кругом трения. Полная реакция  $R$  всегда является касательной к кругу трения

$$M_{TP} = Q \cdot r \cdot \sin \varphi = Q \cdot r \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$ , т.к. углы трения малы

$\operatorname{tg} \varphi$  – коэффициент трения скольжения во вращательной паре и обозначает

$$\operatorname{tg} \varphi = f'$$

Он определяется экспериментально и зависит от материала трущихся поверхностей и состояния.

$$f' = \frac{3}{2} f - \text{для не приработавшейся пары}$$

$$f' = \frac{4}{3} f - \text{для приработавшейся пары}$$

$$M_{TP} = Q \cdot r \cdot f'$$

где  $f$  – коэффициент трения скольжения во вращательной паре

### Трение качения

$Q$  – уравновешивается равнодействующей  $R$ .

Плечо:  $K$  – коэффициент трения качения [см];  $M_{TP.K.}$  – момент трения качения

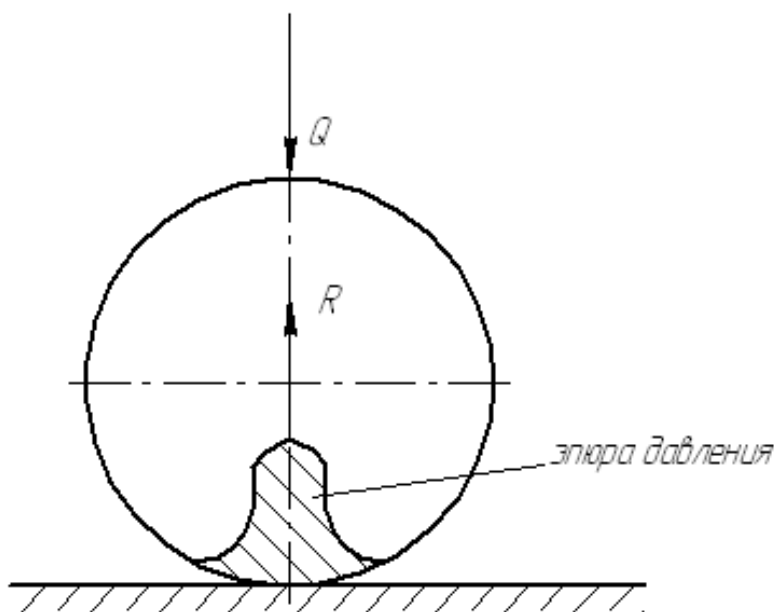


Рис. 6.6



$$M_{TP.K.} = R \cdot K$$

Момент трения качения преодолевается

$$M_{TP.K.} = R \cdot K = P \cdot r$$

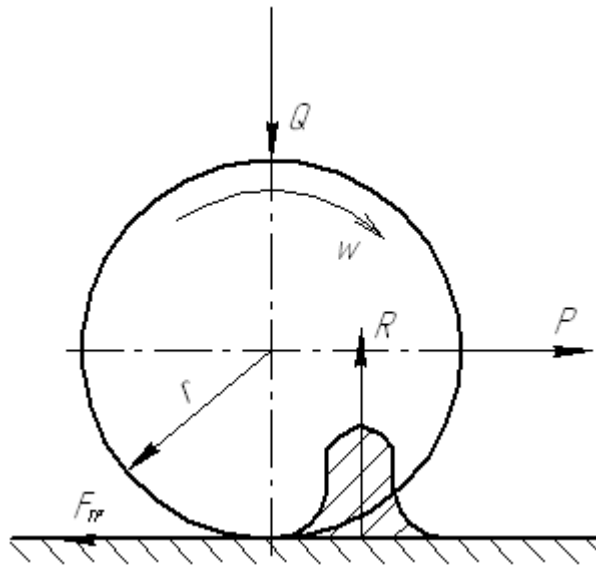


Рис. 6.7.

Чтобы тело катилось, должна быть сила трения скольжения.

Тело будет катиться, если  $P < F_{TP}$ . Выразим из:

$$\frac{k}{r} < f - \text{тело катится}$$

Потери мощности на трение в механизмах

1. В поступательной кинематической паре

$$N_{TP}^{AB} = F_{TP} \cdot V_{OTH} = R_{AB} \cdot f \cdot V_{OTH}$$

Если в разные стороны –  $V_{OTH} = V_A + V_B$

В одну сторону –  $V_{OTH} = V_A - V_B$

2. Во вращательной паре

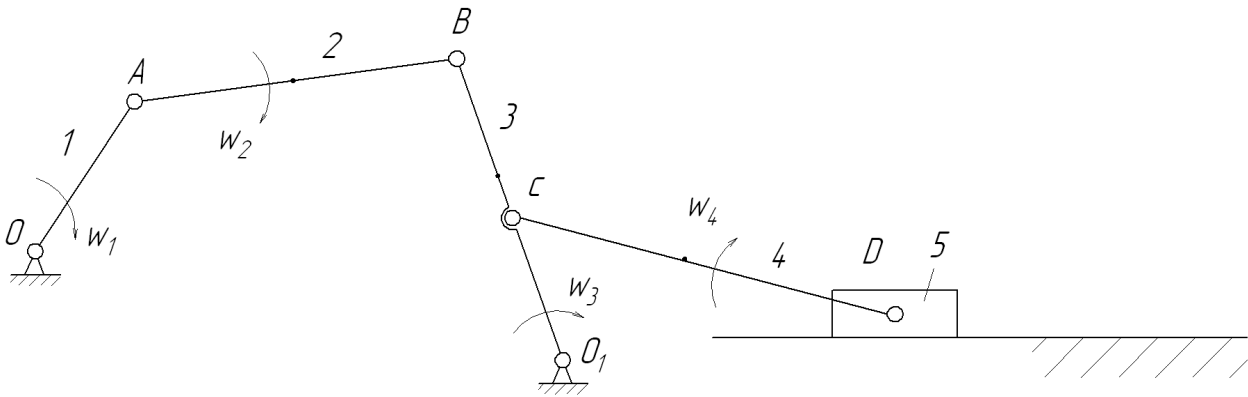


Рис. 6.8

$$N_{TP}^{AB} = M_{TP} \cdot w_{OTH} = F_{TP} \cdot r \cdot w = R_{AB} \cdot f \cdot r \cdot w_{OTH}$$

где  $r$  – радиус цапфы (для курсового проекта равный 0,01 м)

$$w_{OTH} = w_A + w_B$$

### 3. Потери мощности на трении в механизме

$$N_{TP}^{общ} = N_{TP}^0 + N_{TP}^A + N_{TP}^B + N_{TP}^C + N_{TP}^{01} + N_{TP}^D + N_{TP}^{D'} = R_{01} \cdot f \cdot r \cdot w_1 + R_{12} \cdot f \cdot r \cdot (w_1 + w_2) + R_{23} \cdot f \cdot r \cdot (w_2 + w_3) + R_{34} \cdot f \cdot r \cdot (w_3 + w_4) + R_{013} \cdot f \cdot r \cdot w_3 + R_{45} \cdot f \cdot r \cdot w_4 + R_{03} \cdot f \cdot V_D$$

## Глава 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ МАШИННОГО АГРЕГАТА ПРИВЕДЕННАЯ МАССА И ПРИВЕДЕННЫЙ МОМЕНТ ИНЕРЦИИ МЕХАНИЗМА

Комплекс, состоящий из механизма двигателя, передаточного механизма и исполнительного механизма называется машинным агрегатом.

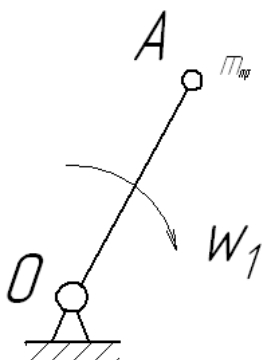
Движение машинного агрегата исследуют на одном звене .

Масса этого звена равна массе приведенной, аналогично и с моментом инерции

$$m = m_{\text{ПР}}$$

$$J = J_{\text{ПР}}$$

Приведенной массой называется такая масса, кинематическая энергия которой равна кинематической энергией всего механизма.



Приведенным моментом инерции называется момент инерции такого звена, кинематическая энергия которого равна кинематической энергии всего механизма.

Точка, в которую приводится масса, называется точкой приведения.

Звено, к которому приводится момент инерции, называется звеном приведения.

$$J_{\text{ПР}} = m_{\text{ПР}} \cdot l_{\text{OA}}^2$$

$$m_{\text{ПР}} = \frac{J_{\text{ПР}}}{l_{\text{OA}}^2}$$

$E_1$  – кинематическая энергия 1-го звена

$E_2$  – кинематическая энергия 2-го звена

$E$  – кинематическая энергия всего механизма

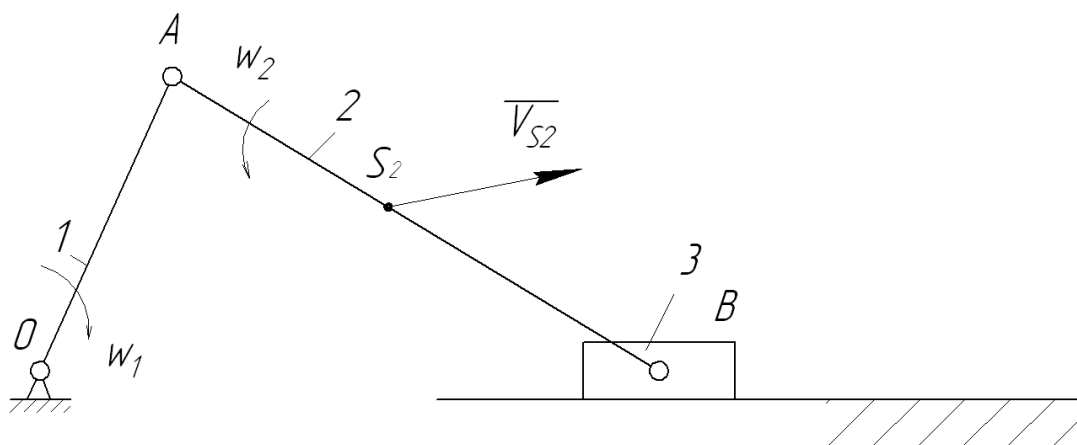


Рис. 7.1

$$E = E_1 + E_2 + E_3$$

$$E_1 = \frac{J_1 \cdot w_1^2}{2}; E_2 = \frac{m_2 V_{S2}^2}{2} + \frac{J_2 w_2^2}{2}; E_3 = \frac{m_3 V_B^2}{2};$$

$$E = \frac{J_1 \cdot w_1^2}{2} + \frac{m_2 V_{S2}^2}{2} + \frac{J_2 w_2^2}{2} + \frac{m_3 V_B^2}{2} = \frac{J_{\text{ПП}} w_1^2}{2}$$

$$E = \frac{m_{\text{ПП}} V_A^2}{2}$$

### 7.1. Режимы движения механизмов.

#### Уравнения движения механизмов

Полное время движения механизма подразделяется на 3 периода.

1. Период разгона – характеризуется увеличением скорости и соответственно его ведущего звена от  $w_1 = 0$  до  $w_{CP}$  ( $w_{CP}$  соответствует нормальному режиму работы механизма)

2. Период установившегося движения – угловая скорость ведущего звена колеблется в небольших пределах около  $w_{CP}$

3. Период выбега – когда угловая скорость падает от  $w_{CP}$  до  $w = 0$

Закон движения за период ТЦ постоянный и повторяется от цикла к циклу.

Если есть повторяющийся циклы в период установившегося – движение периодические, а если нет – аperiodические.

Период установившегося движения зависит от того, для чего создан механизм.

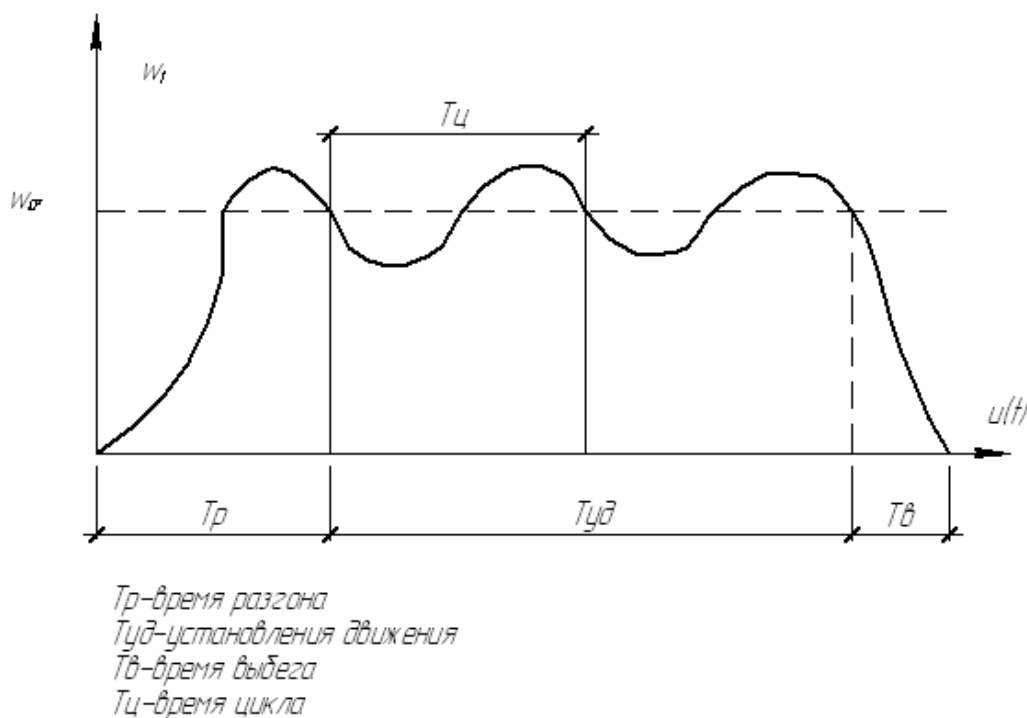


Рис. 7.2

Уравнение движения механизма в форме уравнения кинематической энергии

$$A_D - A_C = \frac{m_{\text{пр}} V_2^2}{2} - \frac{m_{\text{пр}} V_1^2}{2}$$

где  $V_1$  – скорость движения точки приведения в начале рассматриваемого периода

$V_2$  – скорость движения точки приведения в конце рассматриваемого периода

$A_D$  – работа сил движущих

$A_C$  – работа сил сопротивления

если  $A_C > A_D$ ;  $V_1 = 0$  тогда движущие силы в период разгона расходятся на

$$A_D = A_C + \frac{m_{\text{ПП}} V_2^2}{2} = A_{\text{ПС}} + A_{\text{ВС}} + \frac{m_{\text{ПП}} V_2^2}{2}$$

где  $A_{\text{ПС}}$  – полезное сопротивление

$A_{\text{ВС}}$  – вредное сопротивление

Период установившегося движения

$$V_1 = V_2 \text{ тогда } A_D = A_{\text{ПС}} + A_{\text{ВС}}$$

Никакого накопления энергии не происходит. Период выбега

$$V_2 = 0$$

$$A_D = 0$$

$$\text{Тогда } A_C = A_{\text{ПС}} + A_{\text{ВС}} + A_{\text{ТОРМ}} = \frac{m_{\text{ПП}} V_1^2}{2}$$

$A_{\text{ТОРМ}}$  – работа торможения.

### **Исследование движения с помощью уравнения кинематической энергии**

В задачу исследования движения механизма входит определение угловой скорости и ускорения ведущего звена с учетом всех сил и моментов действующих на звенья механизма.

Кинематическая энергия механизма в любой момент времени:

$$w_1 = \sqrt{\frac{2E}{J_{\text{ПП}}}}$$

Кинематическую энергию определяют графочисленным методом. Предположим, что нам даны графики приведенного момента движущих сил и приведенного момента сил сопротивления и графики приведенного момента инерции.

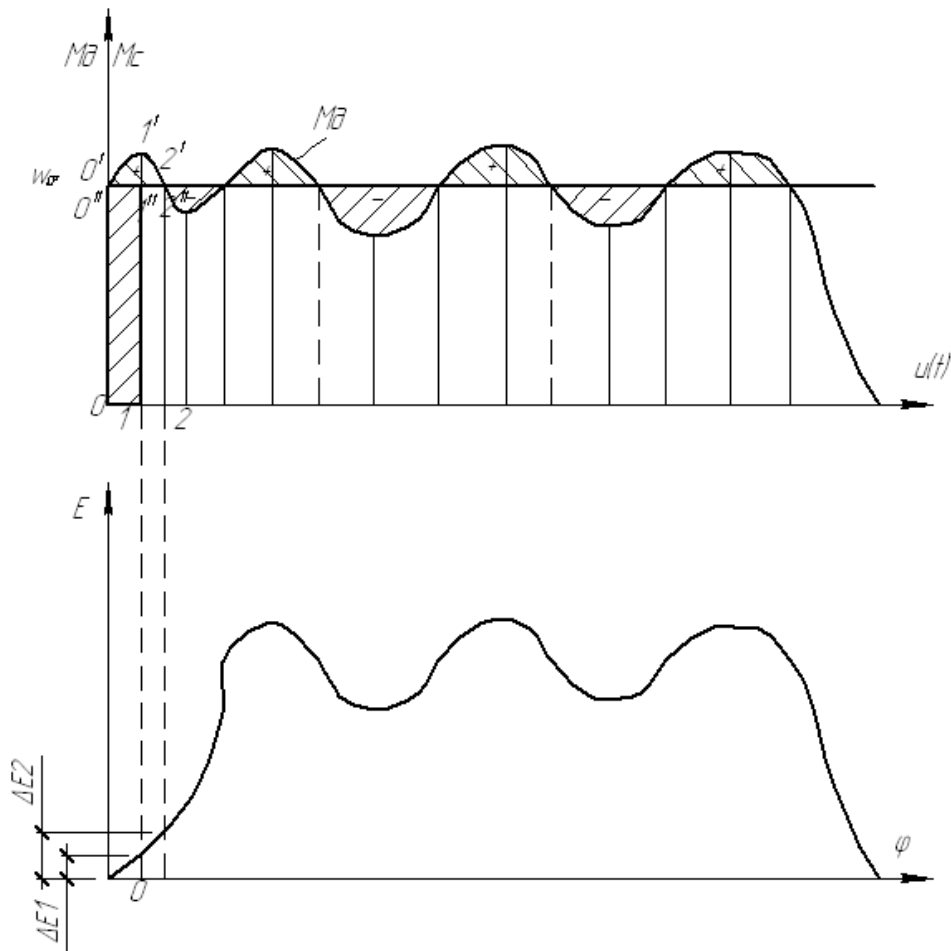


Рис. 7.3

$$A_D = \int_0^{\varphi} M_D d\varphi; A_C = \int_0^{\varphi} M_C d\varphi$$

Кинематическая энергия равна разнице  $M_D - M_C$ . Рассмотрим положение от  $0$  до  $1$ . На отрезке  $01$  интеграл  $A_D$  равен площади  $00'1'1$ .  $A_C$  равен площади  $011''0''$

$$\Delta E_1 = A_D(00'1'1) - A_C(011''0'')$$

Так же поступаем на отрезке  $12$

$$\Delta E_2 = A_D(122'1') - A_C(122''1'')$$

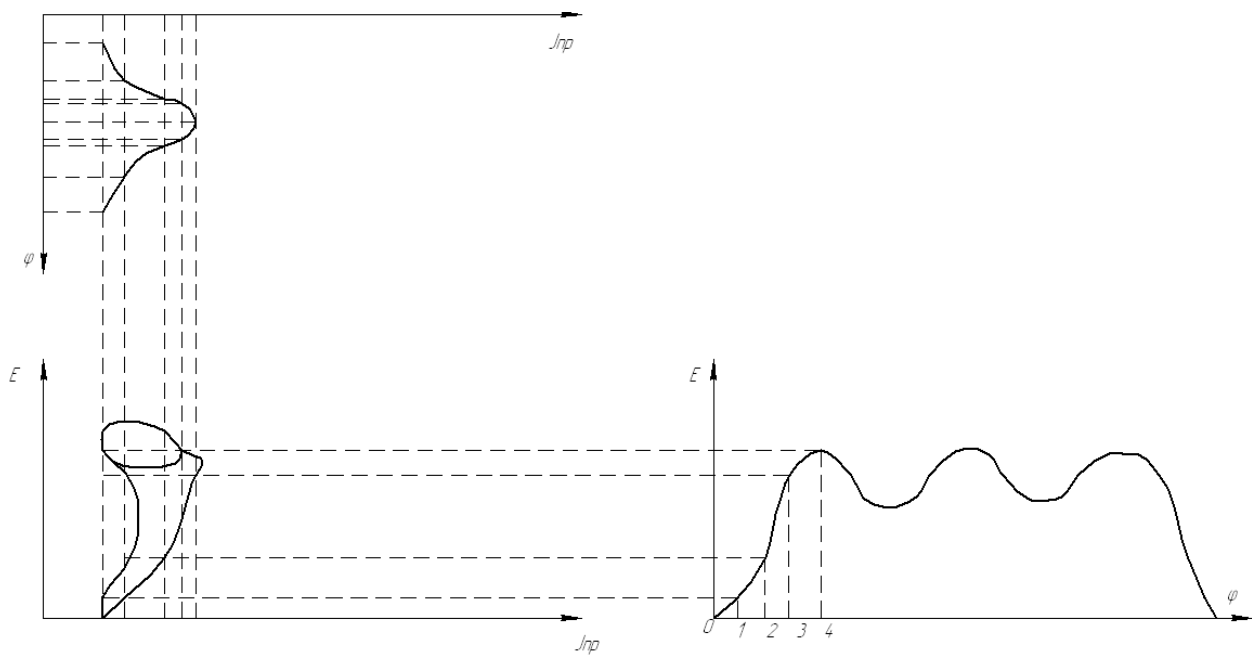


Рис. 7.4

И так далее, в результате получим кривую зависимости. Строится в масштабах  $\mu_{MD}$ ,  $\mu_\varphi$  и т.д. Кинетическая энергия в нулевой точке равна нулю.

$$J_{\text{ПР1}} = 0,1 \cdot \mu_{\text{ПР}}$$

$$E_1 = 0,1' \cdot \mu_\varepsilon$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{2E_1}{J_{\text{ПР}}}} = \sqrt{2 \frac{0,1' \cdot \mu_\varepsilon}{0,1 \cdot \mu_{\text{ПР}}}}$$

$$\frac{0,1'}{0,1} = \text{tg}\Psi$$

$$w_1 = \sqrt{2 \text{tg}\Psi \frac{\mu_\varepsilon}{\mu_{\text{ПР}}}} \quad (1)$$

Чтобы определить угловую скорость в любом положении нужно брать соответствующую точку и замерять угол и подставлять значение  $\text{tg}\Psi$  в формулу (1) и можем построить график зависимости угловой скорости от угла  $\varphi$  (угла поворота ведущего звена)



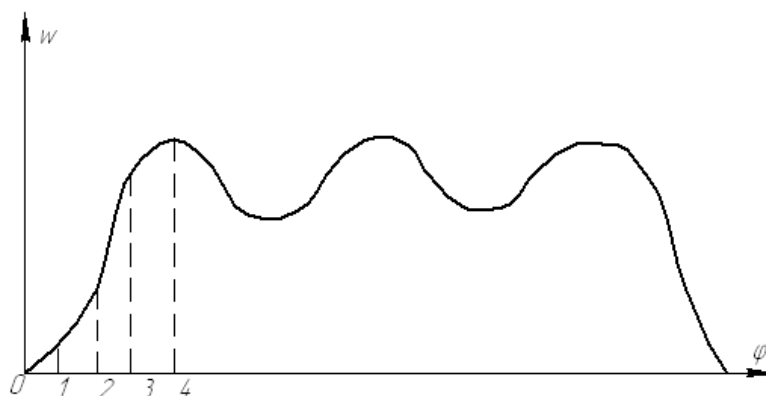


Рис. 7.5

Зная график угловых скоростей можем определить угловые ускорения – графически продифференцируем график угловых скоростей, т.е. получим график угловых ускорений ведущего звена. Есть еще уравнение движения механизма в дифференциальной форме.

## Глава 8. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

$$\eta = \frac{A_{ДС}}{A_{ДС}} = \frac{A_{ДС} - A_{ВС}}{A_{ДС}} = 1 - \frac{A_{ВС}}{A_{ДС}}$$

КПД стержневых механизмов. Через мощность

$$\eta = 1 - \frac{N_{TP}}{N_{ДС}} = 1 - \frac{N_{TP}}{N_{TP} + N_{YP}}$$

Табл.8.1

### КПД планетарного механизма

$i_{1H}^3$	$0 < i_{1H}^3 < 1$	Остальные значения перед. мех.
звено 1 ведущее	$\eta = \frac{1}{i_{1H}^3} \left[ 1 - \frac{1}{\eta'} (1 - i_{1H}^3) \right]$	$\eta = \frac{1}{i_{1H}^3} [1 - \eta' (1 - i_{1H}^3)]$
ВОДИЛО ведущее	$\eta = \frac{i_{1H}^3}{1 - \eta' (1 - i_{1H}^3)}$	$\eta = \frac{i_{1H}^3}{1 - \frac{1}{\eta'} (1 - i_{1H}^3)}$

$$\eta' = \eta'_1 \cdot \eta'_2$$

Где  $\eta'$  - КПД обращенного механизма (когда стоит водило)

$\eta'_1$  - КПД первой ступени обращенного механизма

$\eta'_2$  - КПД второй ступени обращенного механизма

$\eta'_1$  и  $\eta'_2$  - можно брать в районе 0,95

### КПД машинных агрегатов при различных соединенных механизмов

#### 1. Последовательно соединенных

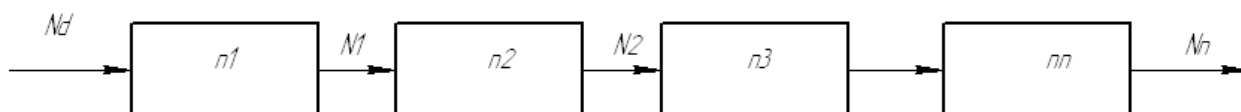


Рис. 8.1

Вся мощность проходит через  $N$  – механизмов

$$N_1 = N_D \eta_1$$

$$N_2 = N_1 \eta_2 = N_D \eta_1 \eta_2$$

$$N_N = N_D \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n$$

$$\eta_{\text{общ}} = \frac{N_n}{N_D} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

2. Параллельное соединение

3.

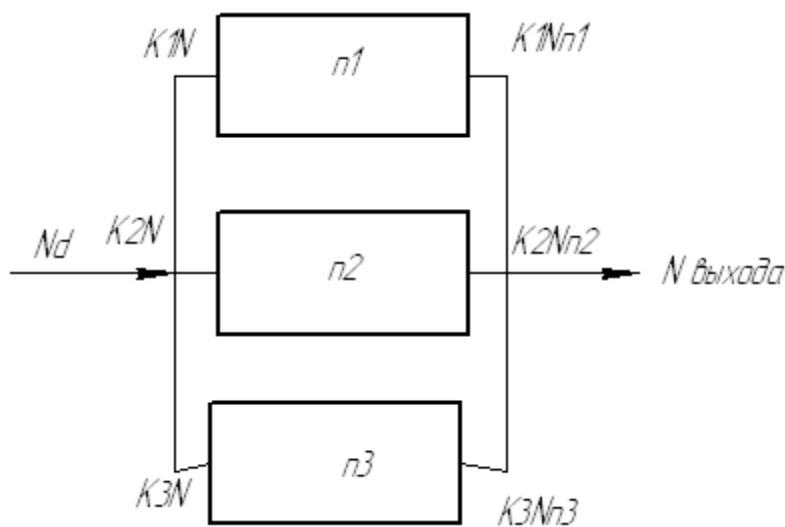


Рис. 8.2

$K_{1N}$  - мощность к 1-му механизму

$K_{2N}$  - мощность к 2-му механизму

$K_{3N}$  - мощность к 3-му механизму

$K$  – показатель, сколько мощности поступает в механизм. Общая мощность  $N$  разветвляется на 3 потока

$$K_1 + K_2 + K_3 = 1$$

$$\eta_{\text{общ}} = \frac{N_{\text{ВЫХ}}}{N} = k_1 \eta_1 \cdot k_2 \eta_2 \cdot \dots \cdot k_n \eta_n$$

## Глава 9. РЕГУЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАШИННОГО АГРЕГАТА НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ

Для периодических движений применяется маховик, а аperiodических – регулятор.

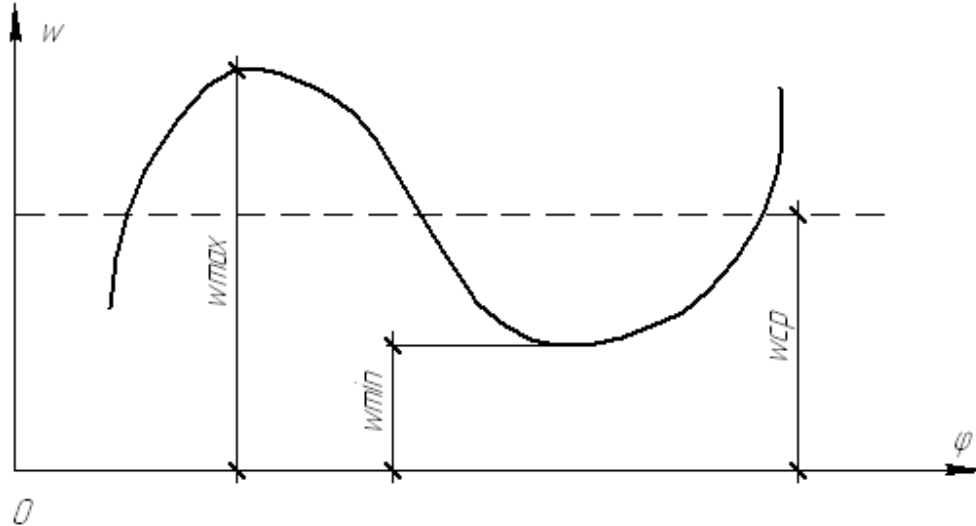


Рис. 9.1

$$w_{CP} = \frac{w_{MAX} + w_{MIN}}{2}$$

Для оценки равномерности хода машины вводится понятие коэффициента равномерности хода машины  $\delta$

$$\delta = \frac{w_{MAX} + w_{MIN}}{w_{CP}}$$

Уравнение кинематической энергии машины: от  $w_{MAX}$  до  $w_{MIN}$  на промежутке времени

$$\Delta E = \frac{J_{PP} w_{MAX}^2}{2} - \frac{J_{PP} w_{MIN}^2}{2} = A_{DC} - A_{ПС} - A_{BC} \text{ (приращение кинематической энергии)}$$

$$\Delta E = \frac{J_{PP}}{2} (w_{MAX}^2 - w_{MIN}^2)$$

$$\Delta E = \frac{J_{PP}}{2} (w_{MAX}^2 - w_{MIN}^2)$$

$$\delta = \frac{\Delta E}{J_{\text{ПР}} \cdot \omega_{\text{СР}}^2}$$

Чтобы  $\delta$  было меньше, ставят дополнительную массу в виде маховика. Найдем момент инерции маховика при условии, что приведенные моменты постоянны.

$$\delta = \frac{\Delta E}{(J_{\text{ПР}} + J_{\text{М}}) \cdot \omega_{\text{СР}}^2}$$

$J_{\text{М}}$  - момент инерции маховика

$$J_{\text{М}} = \frac{\Delta E}{\delta \cdot \omega_{\text{СР}}^2} - J_{\text{ПР}}$$

Неравномерность хода вызывает изменением движущего момента и момента сопротивления, а так же внезапные нагрузки. Определение момента инерции маховика при переменном. Приведенном моменте инерции механизма по диаграмме

$$E = f(J_{\text{ПР}})$$

$$\omega^2 = 2tg\Psi \frac{\mu_{\varepsilon}}{\mu_{\text{ПР}}}$$

$$\omega_{\text{MAX}}^2 = 2tg\Psi_{\text{MAX}} \frac{\mu_{\varepsilon}}{\mu_{\text{ПР}}}$$

$$\omega_{\text{MIN}}^2 = 2tg\Psi_{\text{MIN}} \frac{\mu_{\varepsilon}}{\mu_{\text{ПР}}}$$

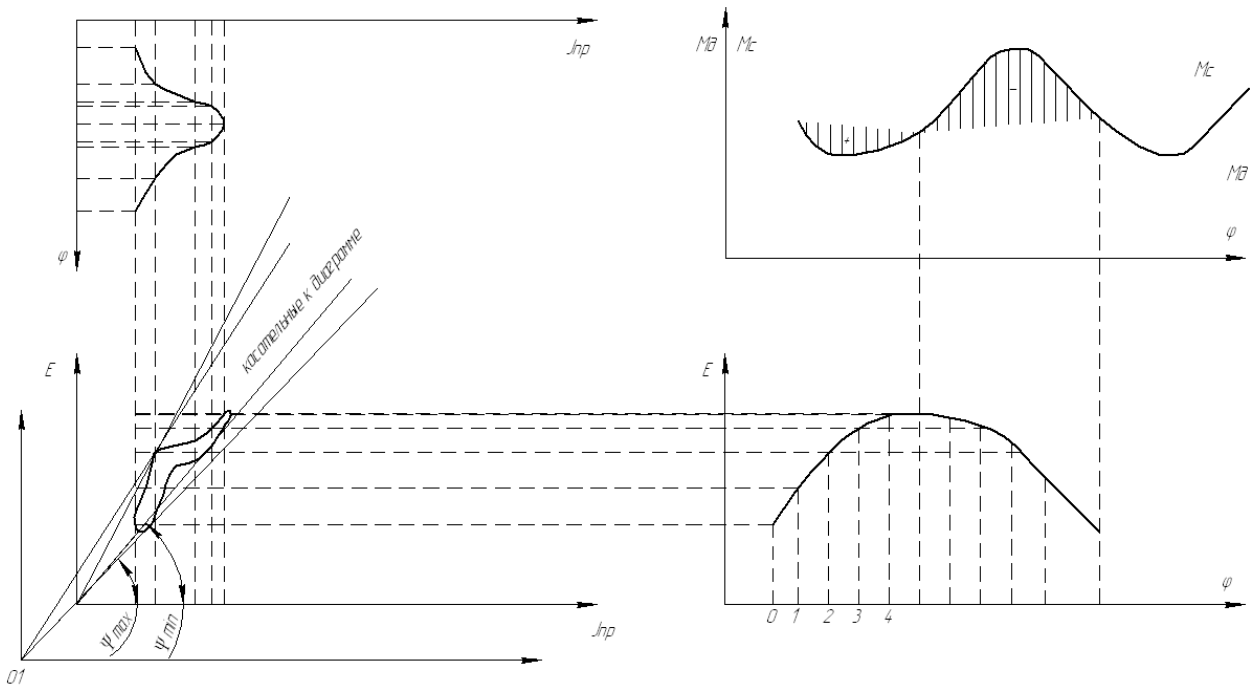


Рис. 9.2

Выразим  $w_{MAX}$  и  $w_{MIN}$  через  $w_{CP}$  и  $\delta$  (коэффициент неравномерности хода)

$$w_{MAX} + w_{MIN} = 2w_{CP}$$

$$w_{MAX} - w_{MIN} = \delta w_{CP}$$

Сложим почленно и вычтем  $w_{MIN} = w_{CP}(1 - \delta/2)$  возводим в квадрат и т.к.  $\delta$  очень мало, то можно записать. Подставим в уравнение:

$$w_{CP}^2 (1 + \delta) = 2 \operatorname{tg} \Psi_{MAX} \frac{\mu_{\epsilon}}{\mu_{JPP}}$$

$$w_{CP}^2 (1 - \delta) = 2 \operatorname{tg} \Psi_{MIN} \frac{\mu_{\epsilon}}{\mu_{JPP}}$$

Найдем из этих выражений  $\delta$

$$\delta = \frac{\mu_{\epsilon} (\operatorname{tg} \Psi_{MAX} - \operatorname{tg} \Psi_{MIN})}{\mu_{JPP} \cdot w_{CP}^2}$$

Предположим, что дано  $\delta$  и надо определить  $\Psi_{MAX} - u - \operatorname{tg} \Psi_{MIN}$

$$\operatorname{tg} \Psi_{MAX} = \frac{w_{CP}^2 (1 + \delta) \mu_{JPP}}{2 \mu_{\epsilon}}$$

$$\operatorname{tg} \Psi_{MIN} = \frac{w_{CP}^2 (1 - \delta) \mu_{JPP}}{2 \mu_{\epsilon}}$$



Задаемся толщиной и определяем ширину обода. Общий вес маховика.

$$G_{МАХ}=1,3G_{ОБОДА}$$

Маховик можно располагать на любом валу механизма, но надо выдерживать.

$$\frac{J_{M1} \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{J_{M2} \omega_2^2}{2}$$

Маховик выгоднее располагать на быстроходном валу, т.к. такую же кинетическую энергию на быстроходном вале может набрать меньшая маховая масса. Это можно делать при условии постоянства передаточного числа между валами.

Непериодические колебания регулируются регуляторами.

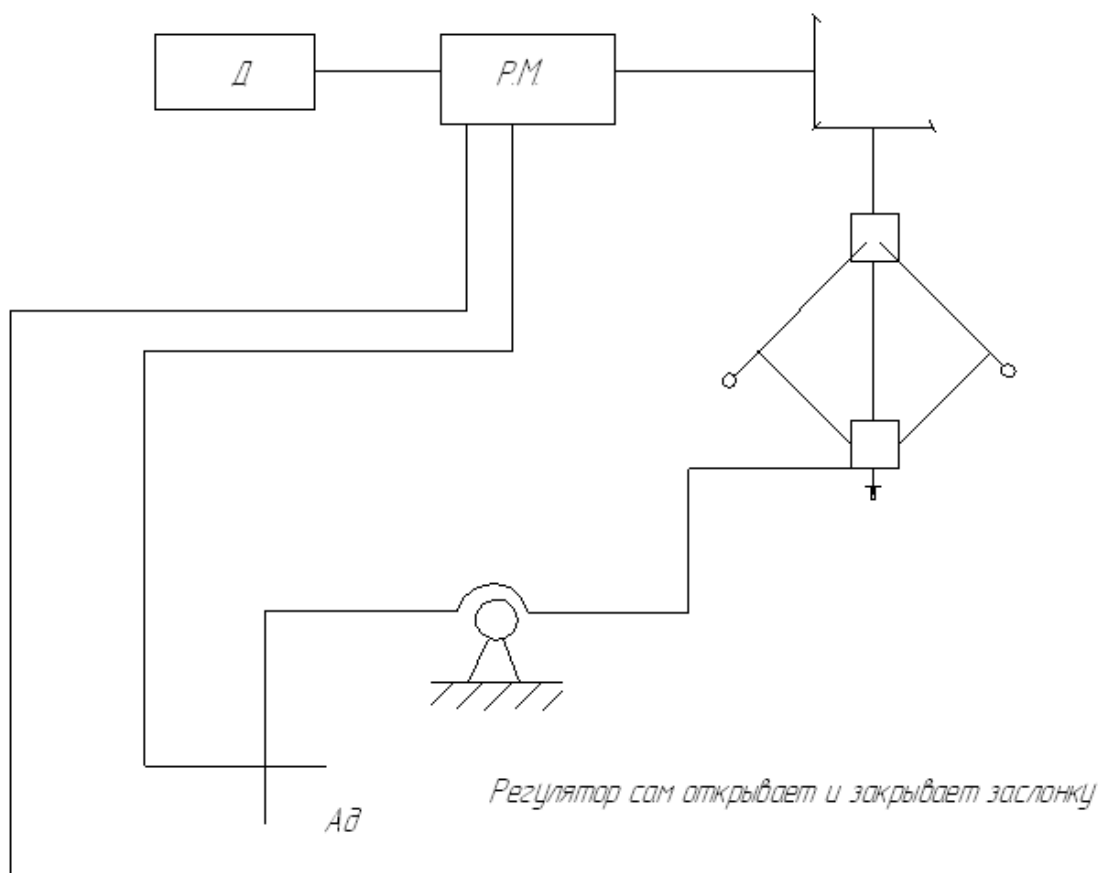


Рис. 9.4



## Глава 10. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН. ДЕЙСТВИЕ СИЛ НА ФУНДАМЕНТ МАШИН

Основной целью уравнивания движущихся масс является исключение действия дополнительных инерционных нагрузок на опоры движущихся звеньев. В зависимости от вида инерционных нагрузок и методов уравнивания различают:

1. Уравнивание вращающихся масс
2. Уравнивание поступательно движущихся масс

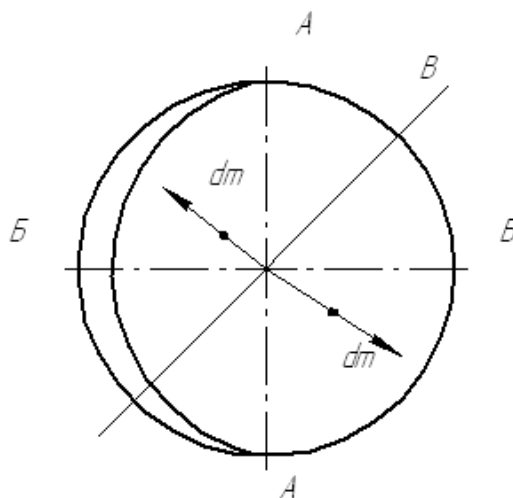


Рис. 10.1

При вращении диска вокруг главных центровых осей инерции никаких дополнительных инерционных нагрузок на опор не будет, во всех других случаях возникают или не уравниваются все силы инерции, или не уравниваются моменты инерции или обе вместе.

$$P_u = a_s m = 0$$

значит  $a_s = 0$ , т.к.  $m$  не равно нулю;  $a_s = 0$  при совмещении центра тяжести с осью вращения.

Не уравниваемые силы инерции отсутствуют, когда центр тяжести вращающихся деталей лежит на оси вращения.

$$P_u = m a_s = m \omega^2 e$$

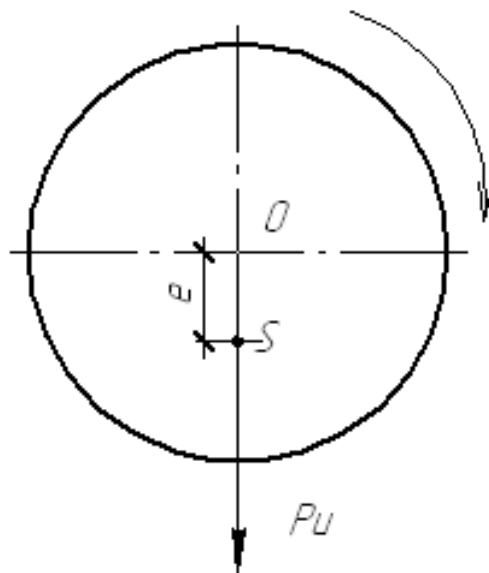


Рис. 10.2

**Дано:**  $m=1\text{кг.}$ ,  $w=6000\text{об/мин}$ ,  $e=1\text{мм}$

Если вращать диск вокруг любой оси (но не главной центральной) будет не уравновешенный момент.

$$M = P_U h$$

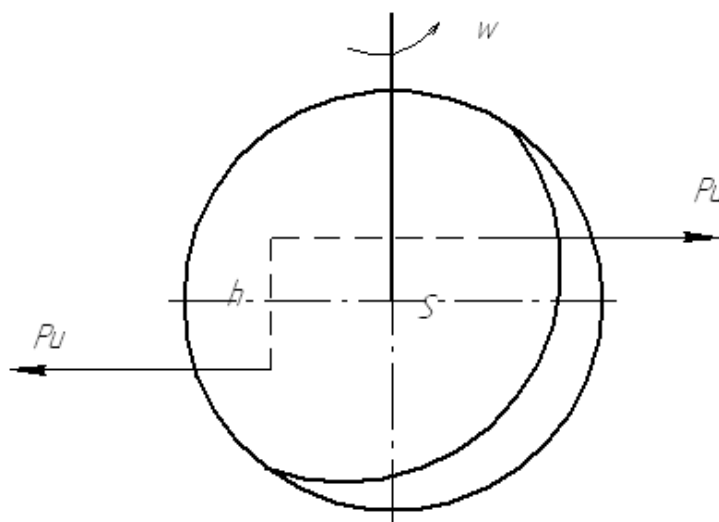


Рис. 10.3

Когда  $P_{И}$  не равно нулю называется статической неуравновешенностью. Если  $M_{И}$  не равно нулю – динамической неуравновешенностью

Существуют три способа исключения статической и динамической неуравновешенности.

1. Балансировка вращающихся деталей. Он пригоден при малых  $e$  и при малых значениях моментов инерции центробежных сил  $M_{II}$

2. Применение противовесов. Когда  $e$  большое вводят специальные противовесы.

3. Применяются при большом количестве вращающихся деталей и заключается в подборе их масс и расположения этих вращающихся деталей относительно друг друга (коленвалы)

### **Балансировка бывает: статическая и динамическая**

Статическая балансировка заключается в приведении центра тяжести на геометрическую ось вращения.

Диск насаживается на оправку  $o$  она насаживается на линейки

1 – уравнивающая деталь

2 – оправка

3 – 2-е линейки (толщина 6-8 мм закалены и отшлифованы)

$S$  – центр тяжести

Положим и качнули. Диск остановится, центр тяжести вниз – высверливаем. При полном уравнивании диск катится.

Точность уравнивания характеризуется дисбалансом

$$M_D = \rho G$$

где  $\rho$  – расстояние от центра тяжести до оси после уравнивания

$G$  – вес диска

Нормы неуравновешенности установлены (до 0,05 мм)

## Динамическая балансировка

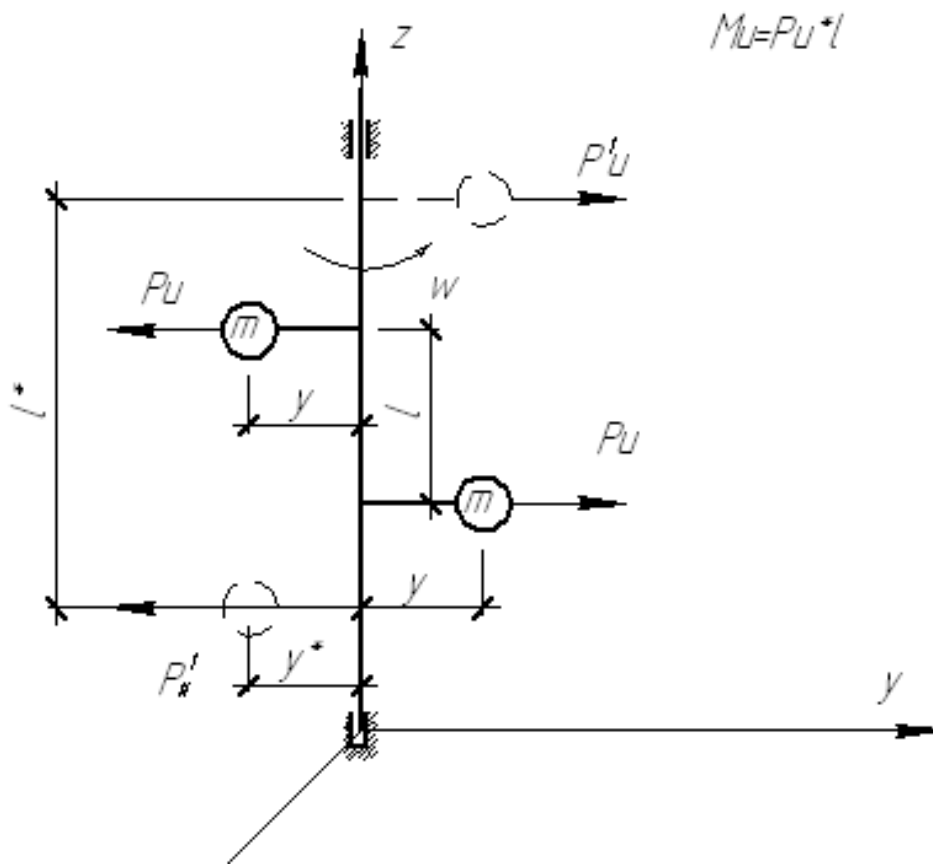


Рис. 10.4

Уравновесить можно 2-мя грузами. Момент инерции противовесов равен момент инерции грузов

$$P_{II} l = P'_{II} l_1$$

$$P'_{II} = \frac{P_{II} l}{l_1}$$

$$P'_{II} = m w^2 y'$$

Если о пары закреплять с помощью пружин, то будут возникать колебания, зависит от величины момента инерции.

Динамическую балансировку осуществляют на специальных станках.

1. Ротор уравновешивающий
2. Подшипники
3. Молька
4. Пружина

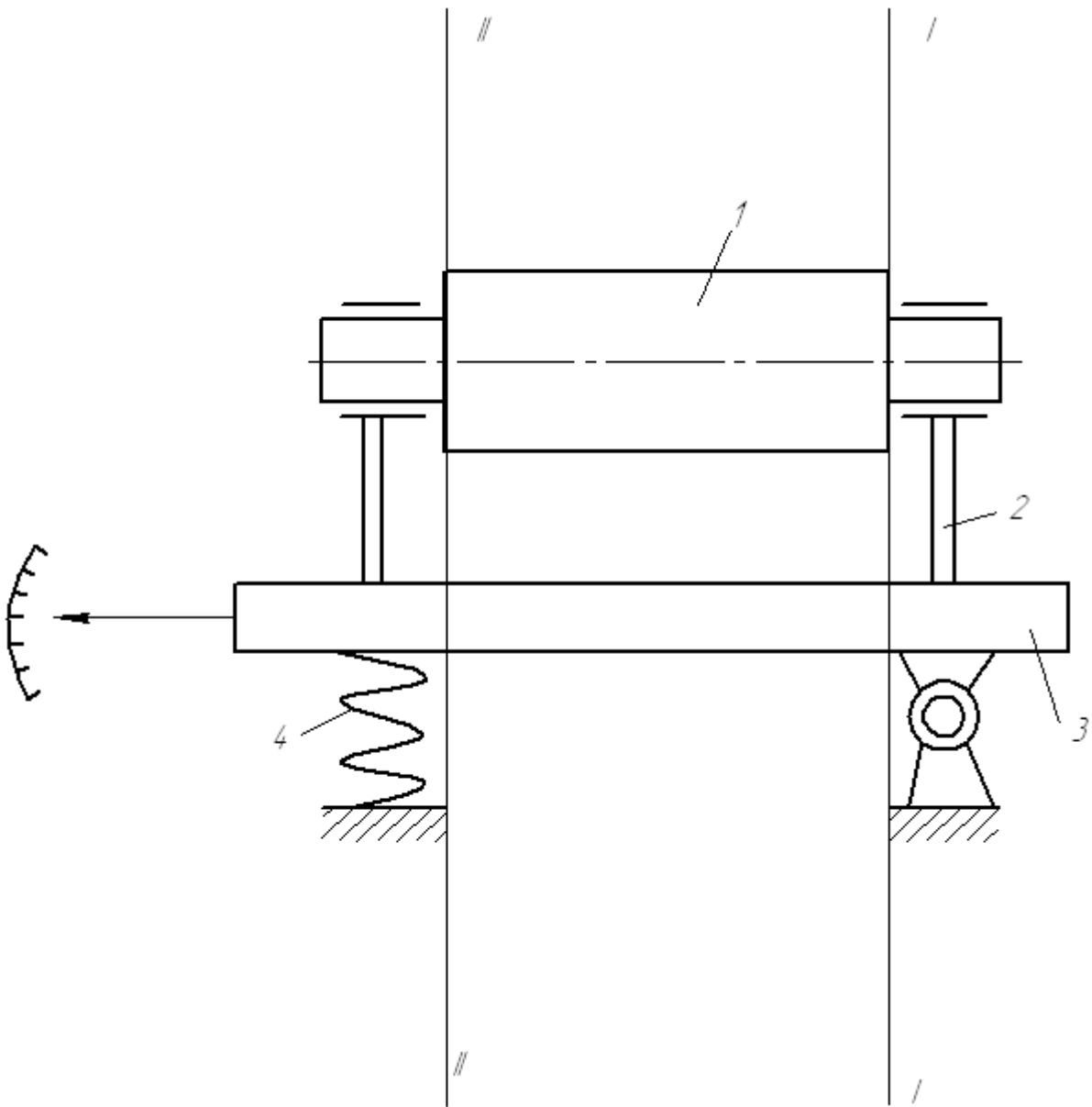


Рис. 10.5

I-I и II-II – плоскости исправления

Если колебания ротора и собственные колебания мольки совпадут, то самописец опишет на бумаге. Добавляют грузик и повторяют. Мольку закрепляют тормозами и ротор вращается более 200 оборотов в минуту. Уравновешивание вращающихся масс с помощью противовесов.  $r_{ПР}$  – ряд противовесов;

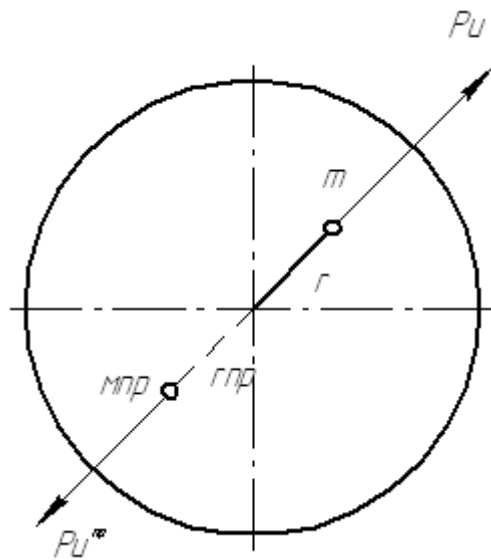


Рис. 10.6

$$P_U = m\omega^2 r$$

$$P_U^{PP} = m_{PP}\omega^2 r_{PP}$$

$$P_U = P_U^{PP}$$

$$mr = m_{PP}r_{PP}$$

уравновешивающая масса и статический момент должны быть равными

$$mr = m_{PP}r_{PP}$$

$$\sum mr = 0$$

$$m_{PP} = mr/r_{PP}$$

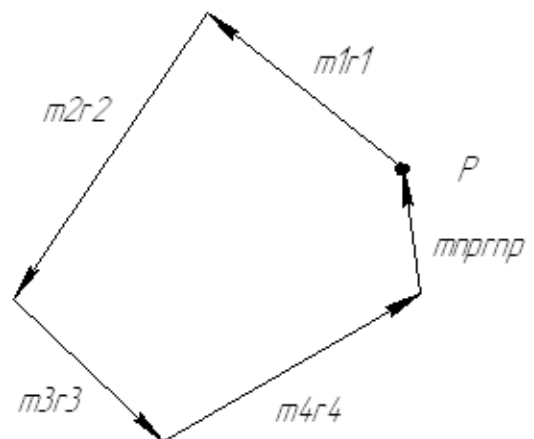
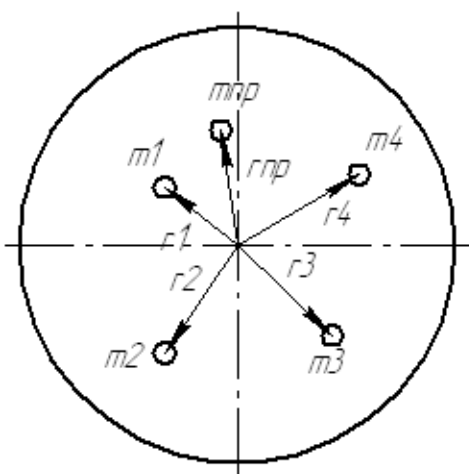


Рис. 10.7

Случай уравнивания, когда в одной плоскости вращается несколько масс

$$\Sigma mr=0$$

$$m_1r_1+m_2r_2+m_3r_3+m_4r_4+m_{\text{ПР}}r_{\text{ПР}}=0$$

Выбираем масштаб и строим замкнутый (план) многоугольных статических моментов. Берем полюс Р и строим по направлению радиусов в масштабе. Зная например  $m_{\text{ПР}}$  и  $r_{\text{ПР}}$  строим их. Рассмотрим уравнивание вращающихся в нескольких плоскостях масс

При динамическом уравнивании.

Условие:  $\Sigma M P u = 0$ ;  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – плечи от противовесов

Установлено 2-а противовеса в разных плоскостях. Т.к. рассматриваем относительно 1-го противовеса, то плечо действия равно нулю.  $\Sigma M P u = 0$

$$0 = m_1r_1a_1 + m_2r_2a_2 + m_3r_3a_3 + m_4r_4a_4 + m'_{\text{ПР}}r'_{\text{ПР}}a'_{\text{ПР}}$$

Последнюю составляющую находим, построив план.  $\Sigma m_i r_i = 0$

$$m_1r_1 + m_2r_2 + m_3r_3 + m_4r_4 + m_{\text{ПР}}r_{\text{ПР}} + m'_{\text{ПР}}r'_{\text{ПР}} = 0$$

Строим план и получаем направляющие противовесов. Любое количество вращающихся в различных плоскостях масс можно уравновесить двумя противовесами.

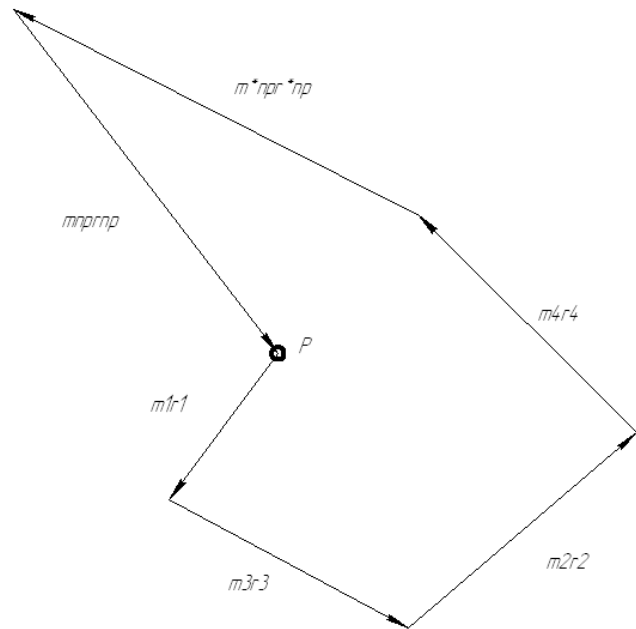
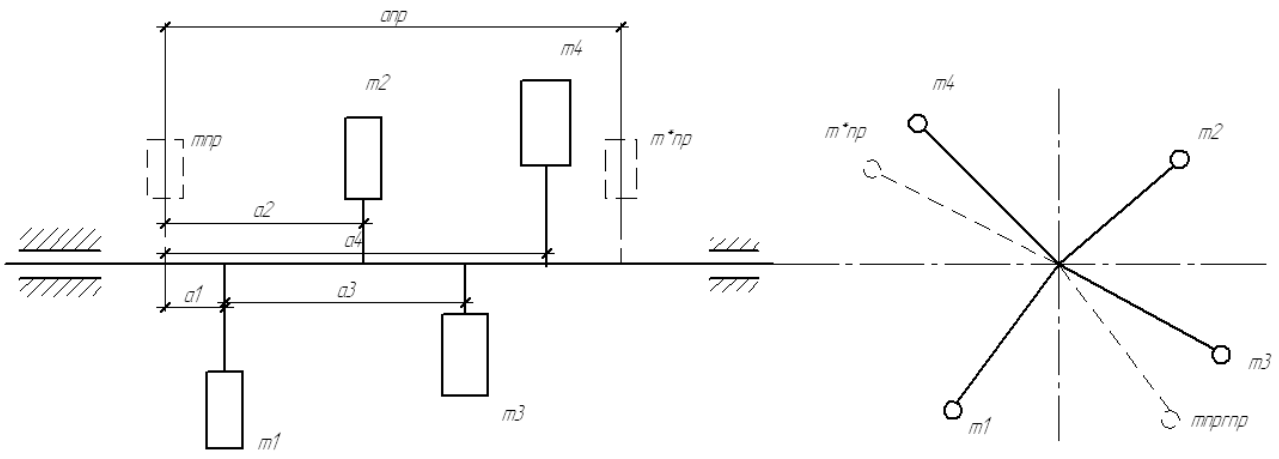


Рис. 10.8



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский И. И. механизмы в современной технике. Справочное пособие: в 7 т. – 2е изд., перераб. – М.: Наука, 1979г -1981г
2. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский, 2008 – 640с.
3. Боголюбов А. Н. История механики машин. – Киев: Наукова думка, 1964 -463с.
4. Демьянов В. П. Геометрия и марсельеза – М.: Знание, 1986 - 256с.
5. Кожевников С. Н. Механизмы: Справочник. – 4 изд., перераб. И доп. / С. Н. Кожевников, Я. И. Есипенко, Я. М. Раскин; под ред. С. Н. Кожевникова – М.: Машиностроение, 1976-784с.
6. Крайнев А. Ф. Словарь-справочник по механизмам – 2е изд, перераб. и доп. / А. Ф. Крайнев – М.: Машиностроение, 1987 - 560 с.
7. Левитская О. Н. курс теории механизмов и машин / О. Н. Левитская, Н. И. Левитский – М.: Высш. шШк., 1985 – 279с.

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ.....	5
1.1. Классификация машин механизмов по функциональному и конструктивному признакам.....	5
1.2. Кинематические пары и их классификация.....	6
1.3. Кинематические цепи и их классификация.....	11
1.4. Классификация механизмов по структурному признаку.....	18
Глава 2 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТЕРЖНЕВЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	31
2.1. Определение положения звеньев и построение траекторий движения точек звеньев.....	31
2.2. Исследование движения точки исполнительного звена механизма методом кинематических диаграмм.....	32
2.3. Определение линейных скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев методом планов.....	35
2.4. Определение линейных ускорений точек звеньев и угловых ускорений звеньев методом планов.....	40
Глава 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ.....	45
3.1. Силы действующие на звенья механизма.....	45
3.2. Определение давления в кинематических парах.....	47
Глава 4. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ.....	63
4.1. Основной закон зацепления.....	63
4.2. Геометрические параметры зубчатого зацепления и их расчет.....	65
4.3. Качественные показатели.....	69
4.4. Коррегирование зубчатых колес.....	73
4.5. Зубчатые механизмы.....	76
4.6. Синтез планетарных механизмов.....	85
Глава 5. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ	92
5.1. Синтез кулачковых механизмов.....	96
5.2. Профилирование кулачка (построение профиля).....	105
Глава 6. ТРЕНИЕ В МЕХАНИЗМАХ.....	108
6.1. Виды трения .....	108

Глава 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ МАШИННОГО АГРЕГАТА ПРИВЕДЕННАЯ МАССА И ПРИВЕДЕННЫЙ МОМЕНТ ИНТЕГРАЦИИ МЕХАНИЗМА...	115
7.1. Режимы движения механизмов. Уравнение движения механизмов.....	116
Глава 8. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ.....	122
Глава 9. РЕГУЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАШИННОГО АГРЕГАТА, НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ.....	124
Глава 10. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН. ДЕЙСТВИЕ СИЛ НА ФУНДАМЕНТ МАШИН.....	129
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	137

*Учебное пособие*

*РОДИОНОВ Леонид Федорович  
ВОЛОШКО Геннадий Иванович*

**Проектирование механизмов**

Редакторы:

*Е.С. Захарова  
И. А. Назарова*

Подписано в печать 27.04.16 г.  
Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная  
Усл. п. л. 8,4 Уч.-изд. л. 4,9  
Тираж 100 экз. Рег. № 1/16sf

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Самарский государственный технический университет»  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус

Отпечатано в типографии  
Самарского государственного технического университета  
Филиал в г. Сызрани, 446001, г. Сызрань, ул. Советская 45